

Universidad Autónoma de Sinaloa  
Facultad de Ciencias de la Tierra y el Espacio  
Facultad de Informática Culiacán  
Posgrado en Ciencias de la Información



## **CARACTERIZACIÓN Y ANÁLISIS DE UN SISTEMA GEODÉSICO VERTICAL DE REFERENCIA**

**TESIS**

Como requisito necesario para obtener el grado de  
Maestro en Ciencias

Presenta:

Ana Isela Vidal Vega

Directores de tesis:

Dr. Manuel Edwiges Trejo Soto

Dr. Rosendo Romero Andrade

Culiacán, Sinaloa, noviembre de 2020

<b>1</b>	<b>ÍNDICE GENERAL</b>	
	Índice de Tablas.....	4
	Índice de Figuras.....	5
	Lista de abreviaturas.....	8
	Dedicatoria.....	10
	Agradecimientos.....	11
	Resumen.....	12
	Abstract.....	13
<b>2</b>	<b>INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>14</b>
2.1	Antecedentes.....	17
2.2	Justificación.....	24
2.3	Objetivo General.....	26
2.4	Objetivos Particulares.....	26
2.5	Hipótesis.....	26
<b>3</b>	<b>MARCO TEÓRICO.....</b>	<b>27</b>
3.1	Modelos teóricos de la Tierra: elipsoide y geoide.....	27
3.2	Sistemas de referencia geodésicos.....	29
3.2.1	Sistema de referencia WGS84.....	30
3.2.2	Sistema da de referencia GRS80.....	31
3.2.3	Variables físicas y geométricas.....	31
3.3	Marcos de referencia geodésicos.....	32
3.3.1	Marco de referencia ITRF2008.....	32
3.3.2	Marco de referencia SIRGAS2000.....	33
3.3.3	Sistemas de coordenadas terrestre.....	34
3.4	Redes geodésicas.....	41
3.4.1	Red Geodésica Horizontal.....	41
3.4.2	Red Geodésica Vertical.....	47
3.4.3	Red Geodésica Gravimétrica.....	58
<b>4</b>	<b>METODOLOGÍA PARA LA MODERNIZACIÓN DE SISTEMAS DE ALTURAS.....</b>	<b>61</b>
4.1	Área de estudio.....	62
4.2	Materiales y métodos.....	64
4.2.1	Posicionamiento Satelital.....	64
4.2.2	Nivelación geométrica de precisión.....	65

4.2.3	Gravimetría.....	67
4.3	PostGis para la elaboración de la base de datos .....	69
<b>5</b>	<b>DESARROLLO EXPERIMENTAL PARA EL CÁLCULO DE NÚMEROS GEOPOTENCIALES .....</b>	<b>71</b>
5.1	Planeación y ejecución de mediciones GNSS.....	72
5.1.1	Instrumentos de medición .....	72
5.1.2	Proceso de medición.....	73
5.1.3	Procesamiento y resultado de las mediciones .....	73
5.2	Planeación y ejecución de trabajos de nivelación geométrica de precisión ....	80
5.2.1	Instrumentos de medición .....	81
5.2.2	Proceso de medición.....	82
5.3	Planeación y ejecución de mediciones gravimétricas .....	83
5.3.1	Instrumentos de medición .....	84
5.3.2	Proceso de medición.....	85
5.4	Cálculo de números geopotenciales.....	89
5.5	Análisis e interpretación de resultados obtenidos .....	94
<b>6</b>	<b>CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....</b>	<b>105</b>
	Referencias .....	108

## Índice de Tablas

<b>Tabla 1.</b> Características de los sistemas coordenadas terrestres. Elaboración propia.....	36
<b>Tabla 2.</b> Algoritmo matemático para conversión de coordenadas. Elaboración propia. ....	38
<b>Tabla 3.</b> Configuración de receptores GNSS de acuerdo a la actividad o requerimiento .....	65
<b>Tabla 4.</b> Archivos para procesado de mediciones satelitales. Elaboración propia. ....	65
<b>Tabla 5.</b> Tipos de objetos utilizados en OpenGIS. Elaboración propia.....	70
<b>Tabla 6.</b> Aspectos a considerar en las observaciones GNSS. Elaboración propia.....	72
<b>Tabla 7.</b> Aspectos a considerar en las observaciones GNSS .....	76
<b>Tabla 8.</b> Coordenadas finales de acuerdo a la Norma oficial mexicana y coordenadas calculadas con soluciones SIRGAS. ....	80
<b>Tabla 9.</b> Clasificación de órdenes para el establecimiento de redes geodésicas altimétricas. .....	80
<b>Tabla 10.</b> Características técnicas del equipo de medición utilizado.....	82
<b>Tabla 11.</b> Archivo de medición de una línea de nivelación entre los vértices V251235- PLV251233 de la carretera Culiacán-Presa Sanalona. ....	83
<b>Tabla 12.</b> Datos geodésicos y gravimétricos del vértice V25982 .....	94
<b>Tabla 13.</b> Datos geodésicos y gravimétricos de vértices del experimento. ....	98
<b>Tabla 14.</b> Número geopotencial y alturas ortométrica, normal y dinámica. Elaboración propia. .....	102

## Índice de Figuras

<b>Figura 1.</b> Aportes a la investigación en Sistemas de alturas reportadas en diversas publicaciones. (Fuente: Elaboración propia) .....	17
<b>Figura 2.</b> Elipsoide. Elaboración propia. ....	28
<b>Figura 3.</b> Geoide. Recuperado de <a href="https://photojournal.jpl.nasa.gov/jpegMod/PIA12104_modest.jpg">https://photojournal.jpl.nasa.gov/jpegMod/PIA12104_modest.jpg</a> . ....	28
<b>Figura 4.</b> Sistemas de Coordenadas. Elaboración propia. ....	35
<b>Figura 5.</b> Sistema de coordenadas terrestres. Elaboración propia. ....	36
<b>Figura 6.</b> Esquema de ejes de coordenadas geocéntricas y topocéntricas. Elaboración propia. ....	37
<b>Figura 7.</b> Sistema de coordenadas cartesianas. Elaboración propia. ....	39
<b>Figura 8.</b> Sistema de coordenadas geodésicas. Elaboración propia. ....	40
<b>Figura 9.</b> Mapa temático de la Red Geodésica Horizontal. Recuperado de <a href="http://internet.contenidos.inegi.org.mx/contenidos/Productos/prod_serv/contenidos/espanol/bvinegi/productos/geografia/MTRG/702825219376.pdf">http://internet.contenidos.inegi.org.mx/contenidos/Productos/prod_serv/contenidos/espanol/bvinegi/productos/geografia/MTRG/702825219376.pdf</a> .....	43
<b>Figura 10.</b> Métodos de posicionamiento GNSS. Elaboración propia. ....	44
<b>Figura 11.</b> Mapa temático de la Red Geodésica Vertical. Recuperado de <a href="http://internet.contenidos.inegi.org.mx/contenidos/Productos/prod_serv/contenidos/espanol/bvinegi/productos/geografia/MTRG/702825219383.pdf">http://internet.contenidos.inegi.org.mx/contenidos/Productos/prod_serv/contenidos/espanol/bvinegi/productos/geografia/MTRG/702825219383.pdf</a> .....	49
<b>Figura 12.</b> Mareógrafo de flotador. Recuperada de <a href="https://slideplayer.es/slide/14115031/">https://slideplayer.es/slide/14115031/</a> ...	51
<b>Figura 13.</b> Mareógrafo de presión. Recuperada de <a href="https://slideplayer.es/slide/14115031/">https://slideplayer.es/slide/14115031/</a> ...	51
<b>Figura 14.</b> Mareografo acústico (Aquatrak, usado en NOAA y Australia). Recuperada de <a href="https://slideplayer.es/slide/14115031/">https://slideplayer.es/slide/14115031/</a> .....	52
<b>Figura 15.</b> Mareógrafo de radar. Recuperada de <a href="http://igsmex.com/index.php/productos/sistemas/mareografo">http://igsmex.com/index.php/productos/sistemas/mareografo</a> .....	52
<b>Figura 16.</b> Medición del Nivel Medio del Mar con satélites altimétricos. Recuperada de <a href="https://slideplayer.es/slide/14115031/">https://slideplayer.es/slide/14115031/</a> .....	53
<b>Figura 17.</b> Satélites altimétricos. Recuperada de <a href="http://www.aviso.oceanobs.com">www.aviso.oceanobs.com</a> .....	54
<b>Figura 18.</b> Orden cronológico de las primeras observaciones mareográficas. Elaboración propia. ....	55
<b>Figura 19.</b> Mapa e estaciones del Servicio Mareográfico de la UNAM. Recuperada de <a href="http://www.mareografico.unam.mx/portal/index.php?page=home">http://www.mareografico.unam.mx/portal/index.php?page=home</a> .....	56
<b>Figura 20.</b> Red de Monitoreo del Nivel del Mar CICESE. Recuperada de <a href="http://redmar.cicese.mx/">http://redmar.cicese.mx/</a> .....	56

<b>Figura 21.</b> Red Mareográfica Nacional de la Secretaría de Marina. Recuperada de <a href="https://oceanografia.semar.gob.mx/estaciones.html">https://oceanografia.semar.gob.mx/estaciones.html</a> .....	56
<b>Figura 22.</b> Mapa temático de la Red Geodésica Gravimétrica. Recuperada de <a href="http://internet.contenidos.inegi.org.mx/contenidos/Productos/prod_serv/contenidos/espanol/bvinegi/productos/geografia/MTRG/702825219369.pdf">http://internet.contenidos.inegi.org.mx/contenidos/Productos/prod_serv/contenidos/espanol/bvinegi/productos/geografia/MTRG/702825219369.pdf</a> .....	59
<b>Figura 23.</b> Esquema metodológico del desarrollo de la investigación. Elaboración propia. ..	61
<b>Figura 24.</b> Vértices utilizados en el tramo de la carretera Altata-Culiacán. Elaboración propia. ....	62
<b>Figura 25.</b> Vértices utilizados de la Red Geodésica Urbana en la ciudad de Culiacán, Sinaloa (RGUC). Elaboración propia. ....	63
<b>Figura 26.</b> Vértices utilizados en el tramo de la carretera Culiacán-Sanabona. Elaboración propia. ....	63
<b>Figura 27.</b> Fuerzas que actúan en la fuerza de gravedad terrestre. Elaboración propia. ....	68
<b>Figura 28.</b> Topcon Hiper V. Recuperada de <a href="https://www.topconpositioning.com/es/support/products/hiper-v">https://www.topconpositioning.com/es/support/products/hiper-v</a> .....	72
<b>Figura 29.</b> Geomax Zenith 25, Recuperada de <a href="https://geocad.com.mx/producto/zenith-25/">https://geocad.com.mx/producto/zenith-25/</a> .	73
<b>Figura 30.</b> Hi-Target V30. Recuperada de <a href="https://en.hi-target.com.cn/product/prodetail.aspx?pid=5246">https://en.hi-target.com.cn/product/prodetail.aspx?pid=5246</a> .....	73
<b>Figura 31.</b> (a) Satélites visibles, (b) Vértice denominado mareógrafo, (c) Vista desde el cielo, (d) DOP, (e) Elevación, multitrayectoria y relación señal ruido. Elaboración propia. ....	77
<b>Figura 32.</b> Configuración de RTKLIB para el procesado de datos GNSS. Elaboración propia. ....	78
A partir del procesado se obtuvieron las coordenadas de los vértices mostrados en la Tabla 8, tanto en el Marco Oficial Mexicano, como en el marco de referencia SIRGAS. ....	79
<b>Figura 33.</b> Nivel electrónico DNA-03. Recuperada de <a href="https://www.tradeline.vn/may-thuy-binh/may-thuy-binh-dien-tu-leica-dna03-12992/">https://www.tradeline.vn/may-thuy-binh/may-thuy-binh-dien-tu-leica-dna03-12992/</a> .....	81
<b>Figura 34.</b> Gravímetro CG-5 AUTOGRAV. Recuperada de <a href="http://www.geotem.com.mx/tecnologia/cg-5.php">http://www.geotem.com.mx/tecnologia/cg-5.php</a> .....	84
<b>Figura 35.</b> archivo ftra1r18.110 generado por el programa CGxtool. Elaboración propia....	86
<b>Figura 36.</b> Visualización de curva de deriva; desviaciones estándar de las series de observaciones; inclinación del plano x, y; temperatura; repetibilidad e histograma de las observaciones del polígono 1. Elaboración propia. ....	87
<b>Figura 37.</b> Grafica de parámetros del modelo de regresión, y diferencias de gravedad con respecto al vértice inicial del polígono 1. Elaboración propia. ....	88

<b>Figura 38.</b> Red SIRGAS2000, integrada por 184 estaciones distribuidas en Norte, Centro y Sur América. Recuperada de.....	89
<b>Figura 39.</b> Representación de la teoría de Molodensky, (Marquez, 2009).....	92
<b>Figura 40.</b> Comparativo entre alturas ortométricas calculadas a partir de números geopotenciales y las calculadas por INEGI. Elaboración propia.....	103
<b>Figura 41.</b> Diferencia entre alturas ortométricas resultado del cálculo de numero geopotencial y las calculadas por INEGI. Elaboración propia. ....	104

## Lista de abreviaturas

AUIB	Instituto Astronómico de la Universidad de Berna
BN	Bancos de Nivel
CHAMP	<i>Challenging Minisatellite Payload</i>
CICESE	Centro de Investigaciones Científicas y de Estudios Superiores de Ensenada
DORIS	<i>Doppler Orbitography and Radiopositioning Integrated by Satellite</i>
DGFI	Sociedad Alemana de Investigación
DOP	<i>Dolution of Precision</i>
EGV	Estaciones Geodésicas Verticales
EOPS	<i>Earth Orientation Pole</i>
EPV	Exactitud de Precisión Vertical
ESA	Agencia Espacial Europea
FACITE	Facultad de Ciencias de la Tierra y el Espacio
GAGE	Grupo de Investigación de Astronomía y Geomática
GGOS	<i>Global Geodetic Observing System</i>
GLONASS	<i>Global Navigation Satellite System</i>
GNSS	<i>Global Navigation Satellite System</i>
GOCE	<i>Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer</i>
GPS	<i>Global Position System</i>
GRACE	<i>Gravity Recovery and Climate Experiment</i>
GRS80	<i>Geodetic Reference System 1980</i>
IAG	<i>International Association of Geodesy</i>
IGS	Servicio Geodésico Interamericano
IERS	<i>International Earth Rotation and Reference Systems Service</i>
IGSN71	Red Internacional de Estandarización de la Gravedad de 1971

IHRS	<i>International Height Reference System</i>
INEGI	Instituto Nacional de Estadística y Geografía
IPGH	Instituto Panamericano de Geografía e Historia
ITRF	<i>International Terrestrial Reference Frame</i>
ITRS	<i>International Terrestrial Reference System</i>
IGGOS	<i>Integrated Global Geodetic Observing System</i>
IUGG	<i>International Union of Geodesy and Geophysics</i>
JPL	Jet Propulsion Laboratory
MIT	Instituto de Tecnología de Massachusetts
NAVD29	<i>National American Vertical Datum of 1929</i>
NAVD88	<i>National American Vertical Vertical Datum of 1988</i>
QZSS	<i>Quasi-Zenith Satellite System</i>
REDMMAR	Red Mexicana de Nivel del Mar
RGN	Red Geodésica Nacional
RGNA	Red Geodésica Nacional Activa
SIRGAS	Sistema de Referencia Geocéntrico para las Américas
SIRGAS-GIII	Grupo de Trabajo III de SIRGAS> Datum Vertical
SLR	Satellite Laser Ranging
SVRS	Sistema de Referencia SIRGAS
UNAM	Universidad Nacional Autónoma de México
UPC	Universidad Politécnica de Cataluña
VLBI	Interferometría de línea base muy larga
VRF	Vertical Reference Frames

## **Dedicatoria**

*A la memoria de mis padres,  
mi mayor inspiración.*

*Por ser mi ejemplo  
de esfuerzo y valentía.*

*Por motivarme a cumplir mis metas y  
a no rendirme ante la adversidad.*

*Por su apoyo incondicional y  
respetar mis decisiones hasta el final.*

## Agradecimientos

A Dios, por guiarme en mi camino, darme salud y sabiduría para continuar con mis metas trazadas.

A mi familia, por estar presentes y al pendiente de mi en todo momento.

A mis directores de tesis Dr. Manuel Edwiges Trejo Soto y Dr. Rosendo Romero Andrade, por sus enseñanzas, tiempo, paciencia y apoyo para la realización satisfactoria de este trabajo.

Al Dr. Franco Ochoa Cuauhtémoc, al Dr. Plata Rocha Wenceslao y a la Dra. Zaldívar Colado Xiomara Penélope, por sus valiosas observaciones en la revisión de este documento de tesis.

A todos los profesores e investigadores, por dedicar parte de su tiempo durante el desarrollo de mi formación profesional.

A los estudiantes que participaron en las jornadas de mediciones, parte fundamental en el desarrollo del experimento.

A mis compañeros de Posgrado, así como personal administrativo, por las experiencias compartidas, su apoyo y amistad.

A la Universidad Autónoma de Sinaloa, en especial al Programa de Posgrado en Ciencias de la Información, por brindarme la oportunidad de ingresar y realizar los estudios de maestría.

A la Universidad Nacional Autónoma de México, en especial a Instituto de Ingeniería, por las facilidades y apoyo para tomar el *“Taller teórico-práctico: adquisición, almacenamiento y procesado de datos GNSS”*.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el apoyo otorgado, fundamental en el logro de mi meta profesional.

A todas y cada una de las personas que me han apoyado durante este proceso de aprendizaje.

## Resumen

Estudiar una gran variedad de procesos que ocurren en nuestro planeta y resolver una diversidad de problemas prácticos que contribuyen al desarrollo científico, técnico y aprovechamiento razonable de los recursos naturales, requiere conocer la posición espacial de nuestro entorno; para lograr esto, es necesario contar con un sistema de referencia vertical confiable y preciso.

Como resultado del análisis de los sistemas de referencia vertical que satisfagan las necesidades técnicas y científicas de los retos actuales, se propone una metodología para la obtención de un sistema geodésico vertical de referencia local. Tal propuesta recoge las recomendaciones de convenciones internacionales de tal forma que este sistema sea compatible y comparable con los sistemas globales.

Obtener un sistema de alturas moderno, requirió calcular el potencial  $W_p$  de todos los vértices o puntos de referencia que materializan físicamente el sistema establecido, para lo cual fue necesario recopilar datos o insumos requeridos para su cálculo. Se integraron datos de posicionamiento satelital, alturas físicas relativas obtenidas a partir de nivelación geométrica y valores de aceleración de la gravedad obtenidas a partir de mediciones gravimétricas. A partir de estos, y utilizando  $W_0$  (calculado a partir de los parámetros del elipsoide de referencia) como superficie de referencia, se obtienen las diferencias de potencial como coordenada vertical.

Las alturas físicas se redujeron por efecto de gravedad y asociaron al marco de referencia geométrico SIRGAS (Sistema de Referencia Geocéntrico para las Américas), reduciendo las coordenadas de los vértices a una misma época de medición.

Como resultado de los cálculos se obtuvieron los números geopotenciales, o diferencias entre potencial del geoide y el potencial de cada uno de los vértices utilizados en el experimento referidos a un mismo *datum* y con las cuales se pueden calcular alturas ortométricas, normal y dinámica; siendo las alturas normales las que SIRGAS recomienda utilizar como alturas oficiales, y las alturas ortométricas las que utiliza INEGI (Instituto Nacional de Estadística y Geografía) de acuerdo a la legislación vigente.

**Palabras clave:** *Sistema de alturas, referencia vertical, altura global, número geopotencial.*

## **Abstract**

Studying a wide variety of processes that occur on our planet and solving a variety of practical problems that contribute to scientific and technical development and reasonable use of natural resources, requires knowing the spatial position of our environment; To achieve this, it is necessary to have a reliable and accurate vertical reference system.

As a result of the analysis of the vertical reference systems that satisfy the technical and scientific needs of the current challenges, a methodology is proposed to obtain a local vertical reference geodetic system. This proposal includes the recommendations of international conventions in such a way that this system is compatible and comparable with global systems.

Obtaining a modern height system required calculating the potential  $W_p$  of all vertices or reference points that physically materialize the established system, for which it was necessary to collect data or inputs required for its calculation. Satellite positioning data, relative physical heights obtained from geometric leveling, and acceleration of gravity values obtained from gravimetric measurements were integrated. From these, and using  $W_0$  (calculated from the parameters of the reference ellipsoid) as the reference surface, the potential differences are obtained as vertical coordinate.

The physical heights were reduced by the effect of gravity and associated with the SIRGAS (Geocentric Reference System for the Americas) geometric reference frame, reducing the coordinates of the vertices to the same measurement epoch.

As a result of the calculations, the geopotential numbers were obtained, or differences between the potential of the geoid and the potential of each of the vertices used in the experiment referring to the same datum and with which orthometric, normal and dynamic heights can be calculated; being the normal heights those that SIRGAS recommends to use as official heights, and the orthometric heights those used by INEGI (National Institute of Statistics or Geography) in accordance with current legislation.

**Key words:** *Height system, vertical reference, global height, geopotential number.*

## 2 INTRODUCCIÓN

La Geodesia es una de las ciencias más antiguas de las Ciencias de la Tierra. Dentro de sus objetivos se encuentran el estudio y determinación de la forma y dimensiones de la Tierra, sus variaciones en el tiempo y su campo de gravedad (Torgue, 2001).

Al monitorear y modelar las variaciones de la superficie terrestre, su campo gravitatorio y rotación, la Geodesia es una de las ramas de las Ciencias de la Tierra con las más variadas aplicaciones.

Para definir la forma y dimensiones de la Tierra, la Geodesia plantea modelos que puedan recoger la complejidad natural de la superficie terrestre y expresarla de una forma más simple y fácil de manejar.

A partir de estos modelos, se logran establecer sistemas de referencia, materializados mediante un conjunto de puntos formando redes geodésicas que integran un marco de referencia. Las coordenadas de las redes geodésicas son conocidas con una precisión elevada y a partir de estas se pueden calcular las coordenadas de cualquier punto en el sistema de referencia definido.

Es necesario un sistema de referencia terrestre para determinar la posición de cualquier observación realizada, esto permite el estudio del movimiento y deformaciones de la corteza terrestre, por lo que se considera imprescindible en el desarrollo de las diferentes Ciencias de la Tierra, en particular de la Geodesia.

En las últimas décadas la Geodesia ha evolucionado, enfocándose al estudio de la dinámica de la Tierra y procesos de cambio global (GGOS, 2020). Esto es posible por el continuo desarrollo de la instrumentación geodésica, redes de referencia, misiones orbitales y la combinación de observaciones geométricas y gravimétricas efectivas con técnicas geodésicas terrestres y espaciales (Pearlman, 2009).

El desarrollo de la tecnología satelital para la determinación de coordenadas ha traído consigo grandes mejoras a los procedimientos de observación de campo, así como el desarrollo de los métodos de procesamiento que nos proporcionan los sistemas de referencia.

Los retos actuales que enfrenta la humanidad causados por la degradación de los ecosistemas, el aumento de los niveles de los océanos, el derretimiento de los

glaciares, variaciones de masas continentales, vulcanismo, sismicidad y otros fenómenos tectónicos, requieren para su estudio y búsqueda de soluciones, información geoespacial fiable que reúna características muy particulares en cuanto a su uso y precisión. La componente vertical es uno de los datos necesarios para mostrar escenarios actuales y futuros. Por lo que es necesario estudiar las características y el estado en que se encuentra actualmente el sistema de referencia vertical en México, con el objetivo de implementar o adaptar a su condición actual, las convenciones globales como complemento.

De manera global, existen organizaciones y servicios científicos que buscan generar geoinformación con precisión y confiabilidad necesaria para aplicaciones en diversas actividades, principalmente relacionadas con diversas ramas de la Geodesia que se apoya en el uso de modernas herramientas para la obtención de información espacialmente referenciada.

La Asociación Internacional de la Geodesia (IAG), es la agencia dedicada a coordinar las actividades geodésicas que se desarrollan a nivel mundial. Dentro de su estructura se encuentra el Sistema Global de Observación Geodésica (GGOS), que busca proporcionar observaciones necesarias para la medición, interpretación, seguimiento y mapeo de los cambios en la forma, la rotación y la distribución de masas de la Tierra mediante un marco global de referencia estable.

Siguiendo esta línea de investigación, dentro del GGOS, se crea el Sistema de Referencia Geocéntrico para las Américas (SIRGAS), que cuenta con grupos de trabajo para el desarrollo de sus actividades específicas. El Grupo de Trabajo III: Datum Vertical (SIRGAS-GIII), busca la creación de un sistema unificado de referencia común para los países miembros de SIRGAS, del cual México forma parte. Debido a la necesidad de que los sistemas locales puedan ser adaptado a SIRGAS se crearon convenciones para la realización de un Sistema Vertical de Referencia Global, es por ello que se utilizan los términos de referencia de SIRGAS/IAG/GGOS, que actualmente son la base de múltiples investigaciones para el estudio de la dinámica terrestre y diversas aplicaciones.

El problema de esta unificación se basa en la incompatibilidad de los datos existentes de las redes nacionales debido a que su establecimiento se realizó con diversas

metodologías, diferentes *datums* verticales, y en distintas épocas. En general, no se consideran aspectos geodinámicos, y las redes verticales presentan considerables discrepancias entre países, que no permiten la determinación de alturas a partir de técnicas GNSS (por sus siglas en inglés, Global Navigation Satellite System) en combinación de datos gravimétricos.

El Sistema Vertical de Referencia SIRGAS (SVRS) se basa de forma simplificada, en dos componentes: una geométrica y otra física (Sideris, 2011). La componente geométrica corresponde a las alturas elipsoidales referidas a la red SIRGAS; y la componente física es dada en cantidades definidas en el espacio del geopotencial ( $W_0$  – geopotencial del geode como valor que define el nivel de referencia y números o cotas geopotenciales como coordenadas verticales primarias) (SIRGAS, 2020).

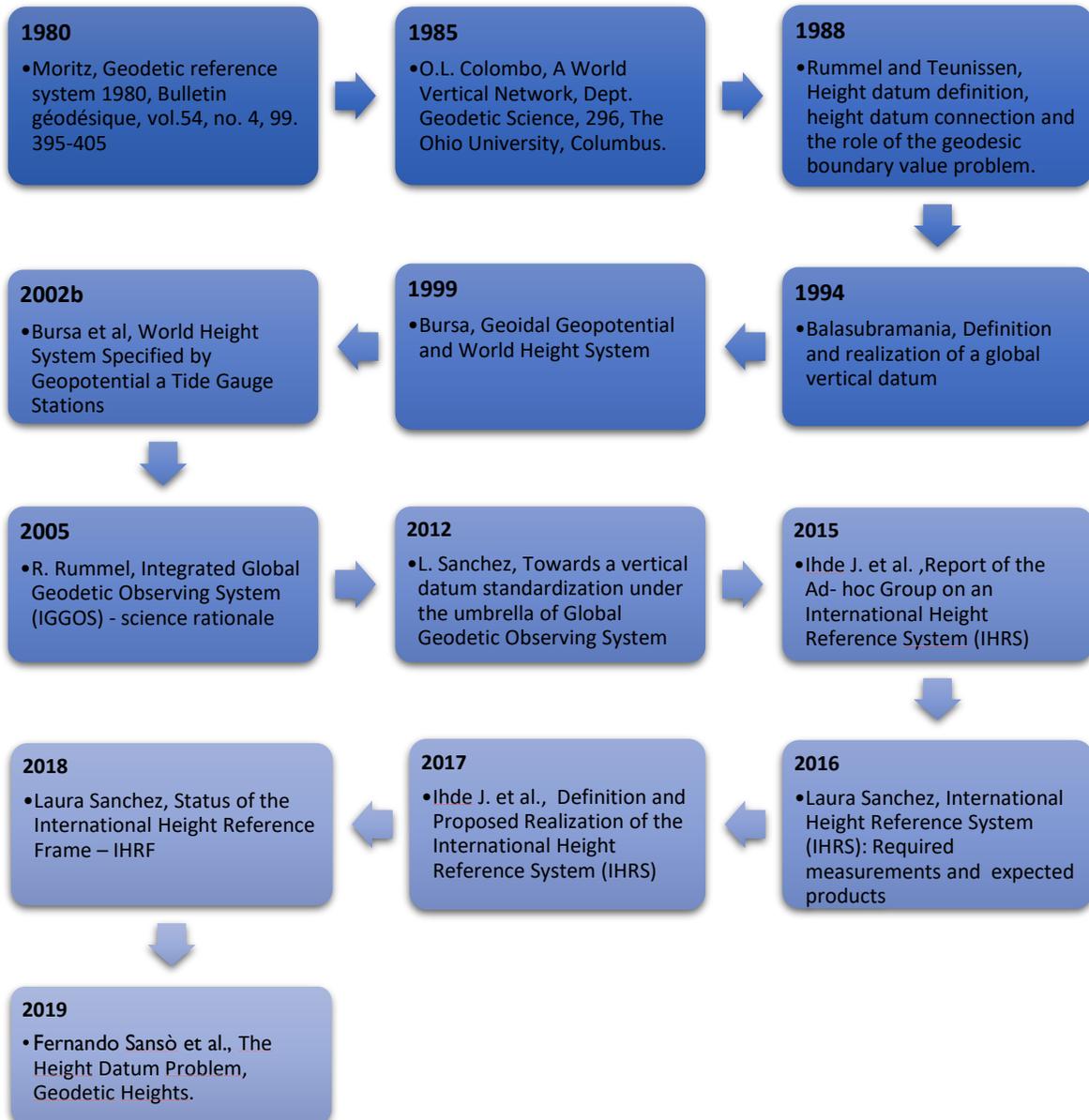
Para México, el *marco de referencia geodésico nacional* incluye: *red geodésica horizontal, red geodésica vertical y red geodésica gravimétrica*.

Al mejorar el conocimiento respecto a los *marcos de referencia vertical*, se han podido identificar inconsistencias e inestabilidad en ellos. En México se venían arrastrando discrepancias de diversa magnitud en los valores de referencia de la *red geodésica vertical*, debido a los diferentes mareógrafos en los que se basó el NAVD29 (por sus siglas en inglés, National American Vertical Datum of 1929) para su establecimiento. La necesidad de producir información homogénea, compatible y comparable bajo estándares internacionales, originó el cambio al NAVD88 (por sus siglas en inglés, National American Vertical Datum of 1988) en el año 2010 conforme a las normas técnicas *del sistema geodésico nacional* (INEGI, “Norma Técnica para el Sistema Geodésico Nacional”, 2010).

Aunado a lo anterior, es de resaltar la baja densidad en cobertura de la *red geodésica gravimétrica*, uno de los insumos necesarios para el establecimiento de un sistema consistente de alturas que responda a los requerimientos actuales. De igual forma, es necesario integrar la información mareográfica, para determinar un origen común de alturas e integrar la información gravimétrica, alturas físicas y posicionamiento geoespacial mediante observaciones satelitales geodésicas.

## 2.1 Antecedentes

El problema de conectar diversas redes altimétricas locales que parten de diferentes *datum*, así como realizar un sistema de alturas mundial, a pesar de ser un tema complejo, se han logrado importantes avances a través del tiempo, documentados en diversas publicaciones entre las que destacan las mencionadas en la Figura1.



**Figura 1.** Aportes a la investigación en Sistemas de alturas reportadas en diversas publicaciones. Elaboración propia

La Asociación Internacional de la Geodesia, reconociendo que La Unión Internacional de Geodesia y Geofísica, introdujo el nuevo Sistema de Referencia Geodésico de 1980 (GRS80), recomendó que este sistema sea usado como referencia oficial para trabajos geodésicos y cálculos del campo de gravedad tanto en la superficie de la Tierra como en el espacio exterior basado en este sistema (Moritz, 1980).

Lo anterior se debió a que, al contar con valores más apropiados para el cálculo de constantes convencionales, el Sistema de Referencia de 1967, ya no representaba el tamaño, la forma y el campo de gravedad de la Tierra con una precisión adecuada para la realización de diversos trabajos geodésicos.

El nuevo sistema se basó en la teoría del elipsoide equipotencial, misma que había sido la base del Sistema de Referencia de 1967, dada por primera vez por Pizzetti en 1894 y elaborada por Somigliana en 1929, también sirvió de base para la *formula internacional de gravedad*, adoptada en la Asamblea General en Estocolmo en 1930. Las redes geodésicas verticales han sido un desafío, el cual continua vigente, fue Cartwright (1963) uno de los primeros que calculó la unión de las Redes Británicas y las Redes Europeas a través del canal inglés. En 1965 Erick Tengstrom, intentó usar gravimetría y desviaciones de la vertical para calcular un perfil geoidal a través del Mediterráneo Oriental, desde Atenas hasta Alejandría, no obteniendo buenos resultados por falta de datos. Lelgemann (1976) propuso unificar datos verticales por medio de gravimetría, nivelación y determinación precisa de posiciones (Colombo, 1985).

Al inicio de los setentas (Rummel Reiner, 1988) discutió acerca de la definición del *datum* vertical, su conexión y relación con el nivel medio del mar, así como sus variaciones. Rummel como parte de sus investigaciones continuó con el análisis del problema, primeramente, con la definición del *datum* vertical y su relación con el nivel medio del mar, utilizó esta definición de referencia para redes de nivelación de tamaño continental. Analizó las mediciones de 8 mareógrafos instalados en los Países Bajos, entre ellos, Ámsterdam, Sicilia, Finlandia, entre otros, con el objetivo de unificar sistemas de alturas a escala continental. Por otra parte, intentó identificar adecuadamente los valores de diferencia de potencial y anomalías de gravedad,

mostró un modelo para la conexión de referencia vertical global pero no realizó la prueba numérica.

Para 1994 a nivel mundial, había más de 300 *datum* verticales regionales, la mayoría de estos, basados en el nivel medio del mar local registrados en una o más estaciones mareográficas, con la suposición de que el nivel medio del mar en estos sitios coincide con el geode. El inicio del nivel medio del mar con respecto a un tiempo específico, es denominada *superficie topográfica de mar*, establecido a partir de la lectura de una o varias estaciones mareográficas durante un periodo de tiempo y reduciendo estas mediciones a una época específica, con un intervalo de tiempo. Todas las alturas se refieren a este dato de referencia vertical adoptado. El nivel medio del mar en una época posterior no coincide con esta superficie de referencia. Un estudio especial sobre el Sistema de referencia vertical mundial se estableció en 1983 en la Reunión IUGG / IAG en Hamburgo, con el objetivo principal de estudiar métodos para la determinación de una superficie de referencia vertical única que podría utilizarse a nivel mundial, bajo la presidencia de Prof. Richard H. Rapp de la Universidad Estatal de Ohio (Balusabramania, 1994).

Continuando con las investigaciones de los grupos de trabajo, se calculó el valor geopotencial geoidal de  $W_0 = 62\,636\,856.0 \pm 0.5 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$ , determinado a partir de los datos del altímetro TOPEX / POSEIDON 1993-1998, útil para definir y realizar el sistema de alturas mundial. El valor  $W_0$  también puede definir de manera única la superficie geoidal y es requerido para diversas aplicaciones (Bursa, 1999).

Existen organismos o agencias científicas dedicadas a enfocar de manera direccionada el uso de modernas herramientas para la obtención de información precisa necesaria para la solución de problemas (Rommel R., 2005).

La Asociación Internacional de la Geodesia, es la agencia dedicada a coordinar las actividades geodésicas que se desarrollan a nivel mundial. Está estructurada en diferentes Servicios Científicos, Comisiones, Sub-Comisiones e Inter-Comisiones, que permiten generar investigación en diversas ramas, decidió establecer un Sistema Integrado Global de Observación Geodésica (IGGOS), con el objetivo de integrar en un marco de referencia terrestre global bien definido, los tres pilares fundamentales de la Geodesia, que son la determinación de todas las variaciones de la geometría de la

superficie de nuestro planeta (tierra, hielo y superficie oceánica), de las irregularidades en la rotación de la Tierra, subdividida en cambios de nutación, movimiento polar y velocidad de giro, así como de las variaciones espaciales y temporales de la gravedad y del geoide. Esta integración tendrá que hacerse con una precisión relativa de 1 parte por mil millones y mantenerse estable en el espacio y el tiempo durante décadas. IGGOS cuantificará a escala global los cambios de superficie, anomalías de masa, transporte de masa e intercambio de masa e intercambio en momento angular en el sistema Tierra. Será una contribución novedosa y única para el sistema de la Tierra y la investigación del Cambio Global.

El Sistema Mundial de Observación Geodésica (GGOS) de la Asociación Internacional de Geodesia (IAG), se encarga de proporcionar una infraestructura geodésica precisa para el monitoreo de la Tierra (Sánchez L. , 2012), promueve la estandarización de los sistemas de altura en todo el mundo, con el propósito de reunir las iniciativas existentes y abordar las actividades a las que se enfrentan, por lo que, durante la Reunión de Planificación de GGOS 2010 (1 - 3 de febrero, Miami/Florida, EE. UU.) se acordó promover el Sistema Unificado de Alturas. El punto de partida fueron los resultados obtenidos por el Proyecto "Vertical Reference Frames" (IAG ICP1.2 VRF), que operó durante el periodo de 2003 y 2011.

Durante el período 2011-2015, el Sistema Unificado de Alturas fue presidido por Michael Sideris (Universidad de Calgary, Canadá) y Johannes Ihde (Bundesamt für Kartographie und Geodäsie, Alemania). El resultado principal es la compilación de la resolución del IAG para la "Definición y realización de un Sistema Internacional de Referencia de Altura (IHRIS)" aprobado durante la Asamblea General de la Unión Internacional de Geodesia y Geofísica (IUGG) de Praga de 2015, República Checa.

Los objetivos principales de IHRIS son:

- 1.- Proveer un marco fiable para un análisis consistente y modelar los fenómenos globales y procesos que afectan el campo gravitacional terrestre y la superficie geométrica de la Tierra, así como;

2.- Apoyar la combinación precisa de las alturas físicas y geométricas con el propósito de explotar al máximo las ventajas de la Geodesia Satelital (por ejemplo, la combinación del posicionamiento satelital y los modelos del campo gravitatorio para la unificación mundial de la determinación precisa de alturas).

En el Sexagésimo noveno período de sesiones, de la Asamblea General de las Naciones Unidas, realizada en febrero de 2015, se publica el Informe del Consejo Económico y Social “Marco de referencia geodésico para el desarrollo sostenible”.

Donde se reafirma lo expresado en “El milenio espacial: La Declaración de Viena sobre el Espacio y el Desarrollo Humano”, que incluía, entre otras cosas, medidas fundamentales para mejorar la eficiencia y la seguridad de transporte, la búsqueda y el salvamento, la Geodesia y otras actividades, promoviendo la mejora y la compatibilidad de los sistemas espaciales de navegación y de determinación de la posición, incluidos los Sistemas Mundiales de Navegación por Satélite, y el acceso universal a estos.

Reafirmando su resolución 66/288, de 27 de julio de 2012, en que está hizo suyo el documento final de la Conferencia de las Naciones Unidas sobre el Desarrollo Sostenible, titulado “El futuro que queremos”, en donde los Jefes de Estado y de Gobierno reconocieron la importancia de los datos basados en la tecnología espacial, el seguimiento in situ y la información geoespacial fidedigna para la formulación de políticas, la programación y las operaciones de proyectos de desarrollo sostenible.

Señalando la resolución 2011/24 del Consejo Económico y Social, de 27 de julio de 2011, por la que el Consejo estableció el Comité de Expertos sobre la Gestión Mundial de la Información Geoespacial; alentó a los Estados Miembros a que celebraran periódicamente deliberaciones de alto nivel con múltiples interesados sobre la información geoespacial mundial, por ejemplo organizando foros mundiales, a fin de promover un diálogo amplio con todos los agentes y órganos competentes; y puso de relieve la importancia de promover las iniciativas nacionales, regionales y mundiales encaminadas a fomentar el intercambio de conocimientos teóricos y prácticos para ayudar a los países en desarrollo a crear y reforzar la capacidad nacional en este ámbito,

Reconociendo la importancia de la cooperación internacional, ya que ningún país puede hacerlo por sí solo, para llevar a la práctica el marco de referencia geodésico mundial y los servicios conexos a fin de respaldar la tecnología de los Sistemas Mundiales de Navegación por Satélite y establecer el marco para todas las actividades geospaciales, como un elemento clave para la interoperabilidad de los datos espaciales, la mitigación de los desastres y el desarrollo sostenible (Naciones Unidas, 2015).

Siguiendo la línea de investigación, el Sistema de Referencia Geocéntrico para las Américas – SIRGAS (SC 1.3b: South and Central America –Regional Reference Frames), el cual pertenece a la Comisión 1: Reference Frames de la IAG, mediante la Sub - Comisión 1.3: Regional Reference Frames, y cuenta con grupos de trabajo para el desarrollo de sus actividades específicas. El Grupo de Trabajo III: Datum Vertical (SIRGAS-GIII), busca la creación de un sistema unificado de referencia común para los países miembros de SIRGAS (al que México pertenece). Para atender este objetivo, diversos autores como (De Freitas S. M., 2002), (Drewes, 2002) y (Sánchez L. R., 2011) entre otros, comenzaron el estudio para hacer posible la unificación, ante la necesidad de adaptar el Sistema a otros sistemas locales se crearon convenciones para la realización de un Sistema Vertical de referencia Global (Idhe, 2007), por esta razón se usan los términos de referencia de SIRGAS/IAG/GGOS (Kutterer, 2012), que actualmente es la base de todo tipo de investigación para el estudio de la dinámica terrestre y su aplicabilidad.

El SIRGAS-GTIII (*datum* vertical) fue establecido durante la Asamblea General de la IAG llevada a cabo en Río de Janeiro en 1997. Sus principales objetivos son definir un sistema de referencia vertical unificado para SIRGAS, establecer el marco de referencia correspondiente y transformar los sistemas clásicos de alturas existentes al sistema moderno. Una de las actividades fundamentales del SIRGAS-GTIII es la elaboración del diagnóstico de los *datum* verticales existentes, cuyas conclusiones pueden resumirse en:

1. el nivel de referencia de los *datum* verticales latinoamericanos corresponde con el nivel medio del mar registrado en diferentes mareógrafos, durante diferentes

períodos de tiempo, es decir, dicho niveles varían en función de la posición geográfica y están asociados a diferentes épocas de referencia,

2. las redes verticales han sido extendidas en los diferentes países mediante nivelación geométrica de alta precisión, pero en general, los desniveles medidos no han sido corregidos por los efectos del campo de gravedad,
3. estos sistemas no tienen en cuenta la variación de las alturas y del nivel de referencia con respecto al tiempo, es decir son estáticos, y por todo esto,
4. los sistemas de alturas existentes en América Latina presentan discrepancias considerables entre países vecinos, no permiten el intercambio consistente de información geográfica y no están en capacidad de ser la referencia para la determinación de alturas a partir de técnicas GNSS en combinación con modelos geoidales de alta resolución.

La componente geométrica corresponde a alturas elipsoidales referidas al *datum* SIRGAS, mientras que la componente física está dada en cantidades potenciales ( $W_0$  como nivel de referencia y números o cotas geopotenciales como coordenada vertical primaria). La realización de este sistema de referencia debe:

1. referirse al nivel de referencia convencional  $W_0$  adoptado en la Resolución No. 1, 2015, de la IAG,
2. basarse en alturas físicas propiamente dichas (es decir, derivadas de nivelación geométrica en combinación con reducciones gravimétricas o del modelado de alta resolución del campo de gravedad terrestre), y
3. estar asociada a una época específica de referencia, i. e. debe considerar el cambio de las alturas y de su nivel de referencia con respecto al tiempo. Consecuentemente, la superficie de referencia correspondiente (geoide para alturas ortométricas o cuasigeoide para alturas normales) debe determinarse de manera unificada en todo el continente.

Los datos de posición tridimensionales de alta calidad referidos a un sistema de referencia geodésico global único para el establecimiento de un Sistema Vertical de Referencia Global, permite contar con información homogénea, compatible y comparable.

Actualmente, uno de los principales problemas no resueltos en la Geodesia, es el carecimiento de un *datum* altimétrico global con las precisiones que se requieren para realizar diversos estudios. Entre ellos se encuentran, el monitoreo del aumento del nivel medio del mar y las placas de hielo, la determinación de la posición de puntos en la superficie terrestre y sus cambios en el tiempo, entre otros, los cuales solo serán posibles si se cuenta con un Sistema de Referencia Global Único, que permita vincular con exactitud los cambios globales de carácter geométrico y físico. Por lo que el Marco de Referencia Internacional de Alturas realizado por este Sistema, debe poseer consistencia global de por lo menos un centímetro en su realización y control espacio temporal por el orden del milímetro por año (Geodesy, 2015).

Considerando estos aspectos, se realizó el análisis y evolución temporal del *datum* Vertical Brasileño de Imbituba utilizando datos mareográficos del nivel del mar de: Permanent Service for Mean Sea Level (1948 a 1968), University of Hawaii Sea Level Center (2001 a 2007) y Red Mareográfica Permanente para Geodesia (2006 a 2016), y datos de distintas misiones altimétricas del período 1991 a 2015 obtenidos del Banco de Datos del Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut. Así como, datos de posicionamiento continuo GNSS del período de 2007 a 2016, de la Red Brasileña de Monitoreo Continuo, los cuales fueron utilizados para modelado de los movimientos locales de la corteza. Los resultados permitirán discriminar los movimientos de la corteza en relación al nivel del mar. Para esto, se utilizó la tendencia de variación del nivel del mar evidenciado por el mareógrafo, así como la variación del componente vertical obtenido con el procesamiento GNSS y de la Sea Surface Height obtenida de los datos de los satélites altimétricos (Luciana Maria Da Silva, 2019).

## **2.2 Justificación**

Uno de los principales problemas vigentes en la Geodesia, es que carece de un *datum* altimétrico global que responda a las precisiones requeridas y necesarias para realizar diversos estudios tales como la determinación de la posición de puntos en la superficie terrestre y sus cambios en el tiempo, el monitoreo del aumento del nivel medio del mar y la vigilancia de los procesos de degradación de las placas de hielo y costas, representación fiable altimétrica en estudios de variaciones espaciales del terreno

susceptibles a eventos tectónicos o de inestabilidades de territorios por otros factores endógenos, los cuales sólo serán posibles si se cuenta con un Sistema de Referencia Global Único, que permita vincular con exactitud los cambios globales de carácter geométrico y físico.

Los *datums* verticales utilizados actualmente de manera global corresponden a diferentes mareógrafos referidos a diferentes niveles de mareas, épocas y en su mayoría las redes de nivelación para control vertical no toman en cuenta el efecto de la gravedad, por lo que las alturas presentan diferencias considerables entre países que no permiten el intercambio de información y limita la capacidad de obtener de manera práctica alturas a partir de tecnología GNSS (SIRGAS, 2020).

La insuficiente información gravimétrica aunado a la baja resolución de los modelos gravimétricos nacionales, así como no contar con *datum* altimétrico nacional soportado por un sistema de mediciones mareográficas regionales, contribuyen a la baja precisión de las alturas ortométricas de un sistema altimétrico.

Existen redes verticales establecidas con diferentes metodologías y *datum*, debido a esto se busca su unificación, por lo que es importante el estudio de las características de las redes geodésicas verticales establecidas.

Su estandarización permitirá la referencia de datos y productos estadísticos y geográficos, que puedan ser compatibles y comparables para su utilización de manera local y global, así como realizar su representación uniforme y precisa en un sistema de referencia.

La determinación precisa de los sistemas de referencia, permitirán aumentar la eficacia en aplicaciones y soluciones prácticas de ingeniería, de las Ciencias de la Tierra, incluida la vigilancia del nivel del mar y del cambio climático, así como una serie de aplicaciones industriales (como la minería, la agricultura, el transporte, la navegación y la construcción, entre otras).

### **2.3 Objetivo General**

Caracterizar y analizar las Redes Geodésicas Verticales locales y nacionales, con el propósito de implementar estrategias, en función de sus propios requerimientos y condiciones basándose en convenciones internacionales que permitan su modernización e integración con un Sistema Vertical de Referencia Global, basado en diferencias de números geopotenciales.

### **2.4 Objetivos Particulares**

- 1.- Elaborar una propuesta metodológica para la unificación de diversas redes locales en los términos de referencia actuales establecidos por IAG/GGOS.
- 2.- Establecer la combinación precisa de las alturas físicas y geométricas con el propósito de explotar al máximo las ventajas de la Geodesia Satelital.
- 3.- Promover la adopción de un sistema de alturas unificado de referencia global ( $W_0$ ).

### **2.5 Hipótesis**

Contar con un sistema de alturas homogéneo, preciso y actualizado, se logra mediante el uso de información gravimétrica, de alturas físicas y geométricas, obtenida por procesos de medición modernos, que garanticen la fiabilidad de los resultados de las mediciones, a su vez la aplicación de metodologías adecuadas permitirá generar e integrar un sistema geodésico de referencia vertical local a los sistemas de referencia global, los cuales se basan en diferencias de números geopotenciales ( $W_0$ ).

### 3 MARCO TEÓRICO

#### 3.1 Modelos teóricos de la Tierra: elipsoide y geoide

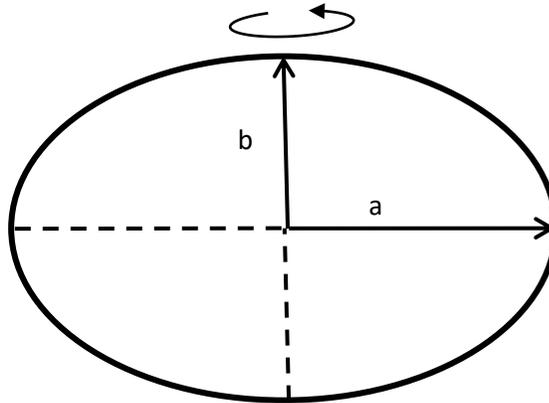
Para definir la forma y dimensiones de la Tierra, la Geodesia plantea modelos que puedan recoger la complejidad natural de la superficie terrestre y expresarla de una forma más simple y fácil de manejar. Estos modelos involucran dos conceptos básicos: el elipsoide de referencia y el geoide.

El intento más básico de establecer un modelo de la forma de la Tierra es asimilar esta a una figura geométrica simple, la cual pueda expresarse mediante una ecuación matemática, que es más sencilla de manejar y permite la aplicación de conceptos geométricos, estableciendo la base práctica para el trabajo con coordenadas y la definición de sistemas de referencia.

#### Elipsoide

La Tierra no es una esfera perfecta, debido a su propio movimiento de rotación es achatada en los polos, por lo que la figura geométrica que más se asemeja a la forma de la Tierra es el elipsoide (Zakatov, 1997). Se caracteriza por ser una elipse que al girar sobre su propio eje vertical genera un modelo en equilibrio con una superficie curvilínea regular. Se define con los siguiente parámetros y ecuaciones.

Semieje mayor	$a$
Semieje menor	$b$
Achatamiento	$f = \frac{a - b}{a}$
Excentricidad	$e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$
2ª Excentricidad	$e' = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{b}$

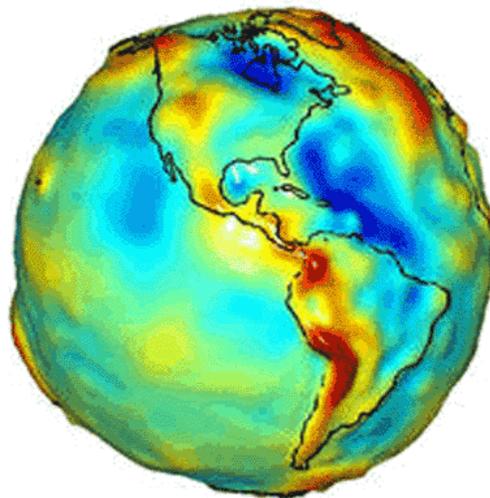


Semieje mayor, a (ecuatorial)

**Figura 2.** Elipsoide. Elaboración propia.

## Geoide

El geoide, es una superficie equipotencial relacionada con la densidad y distribución de masas en el interior de la Tierra, debido a que esta varia, la forma del geoide es irregular, es considerado como el modelo físico que mejor representa el comportamiento y la forma real de la tierra, dado que obedece de manera directa a los cambios en el campo de gravedad (Jekeli, 2006).



**Figura 3.** Geoide. Recuperado de [https://photojournal.jpl.nasa.gov/jpegMod/PIA12104\\_modest.jpg](https://photojournal.jpl.nasa.gov/jpegMod/PIA12104_modest.jpg).

### 3.2 Sistemas de referencia geodésicos

Es necesario un sistema de referencia terrestre para la determinación de coordenadas sobre la Tierra y para el estudio del movimiento y deformaciones de la corteza terrestre, por lo que se considera imprescindible en el desarrollo de las diferentes Ciencias de la Tierra, en especial de la Geodesia, para la localización de cualquier observación que se realice, principalmente mediante Sistemas Globales de Navegación Satelital. En primer lugar, se deben distinguir los conceptos de Sistema de referencia y Marco de referencia. Un sistema de referencia es una definición conceptual de teorías y convenciones, que apoyados en un modelo matemático permiten situar un sistema de ejes coordenados en el espacio, definiendo su origen y su orientación (Moya-Zamora, 2017).

La posición astronómica de la Tierra y la de un punto asociado a esta, se pueden proporcionar en un sistema tridimensional con coordenadas cartesianas o rectangulares  $X, Y, Z$ . En la georreferenciación normalizada internacionalmente se utiliza el International Terrestrial Reference System (ITRS), conocido como un sistema ideal o convencional que adopta las propiedades teóricas, matemáticas y físicas de la Tierra. Para su definición teórica se tiene que:

La Tierra Tiene una rotación constante alrededor de un polo astronómico.

El origen es el centro de masas de la tierra, incluyendo los océanos y la atmósfera, esto da lugar a que sea llamado geocéntrico.

El eje  $X$  se define a partir de un plano que contenga el origen, el eje de rotación de la tierra que pasa por el origen y un punto de la superficie adoptado convencionalmente. Donde el eje  $X$  es perpendicular al eje de rotación que pasa por el origen y está contenido en ese plano.

El eje  $Y$  se establece  $90^\circ$  al este del eje  $X$ .

El eje  $Z$  del sistema de coordenadas es el eje de rotación de la tierra, determinado en la dirección señalada por el polo astronómico. Las coordenadas en este sistema serán coordenadas tridimensionales  $X, Y, Z$  geocéntricas. La escala del sistema se basa en la velocidad de la luz, la unidad de longitud es el metro y la del tiempo es el segundo (Furones, 2010)..

### 3.2.1 Sistema de referencia WGS84

El WGS84 es un sistema de coordenadas geográficas mundial que permite localizar cualquier punto de la Tierra por medio de tres unidades dadas ( $X, Y, Z$ ).

El Sistema Geodésico Mundial es un estándar para su uso en la cartografía, Geodesia y navegación. Cuenta con un estándar de coordenadas de la Tierra, un estándar de referencia de la superficie esférica (el dato o elipsoide de referencia) para los datos de altitud primas, y una superficie equipotencial gravitacional (el geoide) que define el nivel del mar nominal. El origen de coordenadas de WGS 84 está destinado a ser ubicado en el centro de la masa de la Tierra.

El sistema de referencia WGS84 es un sistema global geocéntrico (origen en el centro de masa de la Tierra), definido por los parámetros:

Elipsoide WGS84: elipsoide de revolución definido por los parámetros:

Semieje mayor	$a$	6 378 137 mts
Semieje menor	$b$	6 356 752.3142 mts
Achatamiento	$f$	1/298.257223563
Constante de Gravitación Terrestre	$GM$	3.986004418 $m^3/s^2$
Velocidad angular	$\omega$	$7.292115 \cdot 10^{-5}$ rad/s
Coefficiente de forma dinámica	$J_2$	$-484.16685 \cdot 10^{-6}$

Su sistema de ejes coordenados es:

Eje  $X$ : intersección del meridiano origen definido en 1984 por el BIH y el plano del Ecuador (incertidumbre de 0.005”).

Eje  $Y$ : eje perpendicular a los dos anteriores y coincidentes en el origen.

Eje  $Z$ : dirección del polo de referencia del IERS (The International Earth Rotation Service).

### 3.2.2 Sistema da de referencia GRS80

Mediante la observación de las órbitas de los satélites artificiales y aquellas mediciones astronómicas se ha llegado a la determinación del elipsoide conocido con las siglas GRS80 (Geodetic Reference System 1980) que es el elipsoide geocéntrico de la Unión Internacional de Geodesia y Geofísica (IUGG) para la georreferenciación adoptada internacionalmente. Hasta el sistema GRS80, los elipsoides se definían por sus parámetros geométricos. El radio ecuatorial  $a$  (con el que se establecía su tamaño), el aplanamiento  $f$ , el radio polar  $b$ , la relación  $b/a$ , adoptó magnitudes físicas y así se eligieron inicialmente:  $a$ ,  $GM$ ,  $J_2$  y  $\omega$ .

La elipicidad y el resto de magnitudes geométricas pasaron a ser magnitudes derivadas. También se derivaron otras magnitudes físicas. De esta manera, además de un único parámetro geométrico " $a$ ", el sistema de referencia atiende a las propiedades físicas de la tierra como son su masa total geocéntrica, incluida la atmósfera " $M$ ", el factor de la forma dinámica " $J_2$ ", parámetro de relativa complejidad, y la velocidad angular de la rotación sobre su eje menor " $\omega$ ". Son estos el parámetro geométrico y los parámetros físicos básicos o primarios. Pero la constante gravitacional " $GM$ " es un parámetro conocido con mayor precisión que la constante gravitatoria " $G$ " o la masa de la tierra " $M$ ". Se especifica, también, que el sistema es geocéntrico coincidiendo con el centro de masas. La orientación y el meridiano de referencia siguen los criterios ITRS que ya hemos visto.

### 3.2.3 Variables físicas y geométricas

Los parámetros físicos más importantes de un sistema y que forman parte de la definición del *datum* cuando se realiza la determinación del sistema de forma dinámica, involucran un conjunto de variables, como las dimensiones del elipsoide, la constante de gravitación terrestre, velocidad angula de la Tierra, entre otros, estos parámetros y variables se describen a continuación.

Semieje mayor	$a$	Obtenidas a partir de medidas SLR y Doppler
Factor dinámico de deformación	$J_2$	Obtenidas a partir de perturbaciones en la órbita de satélites
Constante de gravitación geocéntrica	$G_M$	Obtenidas a partir de SLR, LLR y pruebas espaciales
Velocidad angular	$\omega$	Obtenidas a partir de medidas astronómicas

Asociadas a estas algunas de las principales constantes geométricas son:

Semieje menor	$b$	Achatamiento	$f$
Radio polar	$c$	Recíproco del achatamiento	$f^{-1}$
Primera excentricidad	$e$	Radio medio	$R_1$
Segunda excentricidad	$e'$	Radio de la esfera de la misma superficie	$R_2$

### 3.3 Marcos de referencia geodésicos

La materialización de un sistema de referencia a través de observaciones, por un conjunto de puntos con coordenadas y velocidades conocidas en ese sistema de referencia es denominado Marco de referencia (Furones, 2010). Se han conocido distintas versiones según el cálculo de los valores que dan solución al ITRS

#### 3.3.1 Marco de referencia ITRF2008

ITRF2008 es la nueva realización del Sistema Internacional de Referencia Terrestre. Siguiendo el procedimiento ya utilizado para la formación ITRF2005, el ITRF2008 utiliza como datos de entrada series de tiempo de posiciones de estaciones y Parámetros de Orientación Terrestre (EOPs) proporcionados por los Centros Técnicos de las cuatro técnicas geodésicas espaciales (GPS, VLBI, SLR, DORIS) (ITRF, 2020).

Para obtener las coordenadas de las estaciones de la RGNP en el marco ITRF2008, época 2010.0, se cuenta con un modelo o algoritmo matemático para realizar la transformación de coordenadas, cuyo insumo de entrada son las coordenadas del ITRF92, época 1988.0 de los vértices. La responsabilidad de realizar la transformación de los puntos de la RGNP es del INEGI, así como publicar sus coordenadas en el ITRF2008, época 2010.0 en el portal institucional, para consulta del usuario. Debido al comportamiento dinámico de la Tierra en el tiempo, las redes geodésicas sufren distorsión, ya que la posición de los puntos en el marco de referencia se mantiene fija conforme a la época oficial, en tanto que la superficie terrestre se mueve.

El marco de referencia ITRF2008 época 2010.0 permite obtener coordenadas de mayor precisión, respecto al marco de referencia utilizado anteriormente en México (ITRF92, época 1988.0, garantiza una solución estable y evita obsolescencia del Marco Geodésico Nacional para comparar y estandarizar resultados en el ámbito internacional (INEGI, El cambio de Marco de Referencia Terrestre Internacional (ITRF) en México, 2011).

### **3.3.2 Marco de referencia SIRGAS2000**

SIRGAS se define como un Sistema de Referencia Geocéntrico para América del Sur (Brunini C. , 2007) y (Brunini C. y., 2012), pero debido a la extensión del marco de referencia (SIRGAS2000), fue cambiado en febrero de 2001 a Sistema de Referencia Geocéntrico para las Américas, abarcando en la actualidad todos los países desde México a Chile y Argentina (SIRGAS, 2020).

SIRGAS como sistema de referencia se define idéntico al Sistema Internacional de Referencia Terrestre ITRS (International Terrestrial Reference System) y su realización es la densificación regional del marco global de referencia terrestre ITRF (International Terrestrial Reference Frame) en América Latina y El Caribe. Las coordenadas SIRGAS están asociadas a una época específica de referencia y su variación con el tiempo es tomada en cuenta ya sea por las velocidades individuales de las estaciones SIRGAS o mediante un modelo continuo de velocidades que cubre todo el continente. Las realizaciones o densificaciones de SIRGAS asociadas a diferentes épocas y referidas

a diferentes soluciones del ITRF materializan el mismo sistema de referencia y sus coordenadas, reducidas a la misma época y al mismo marco de referencia (ITRF), son compatibles en el nivel milimétrico. La extensión del marco de referencia SIRGAS está dada a través de densificaciones nacionales, las cuales a su vez sirven de marcos de referencia local (SIRGAS, 2020).

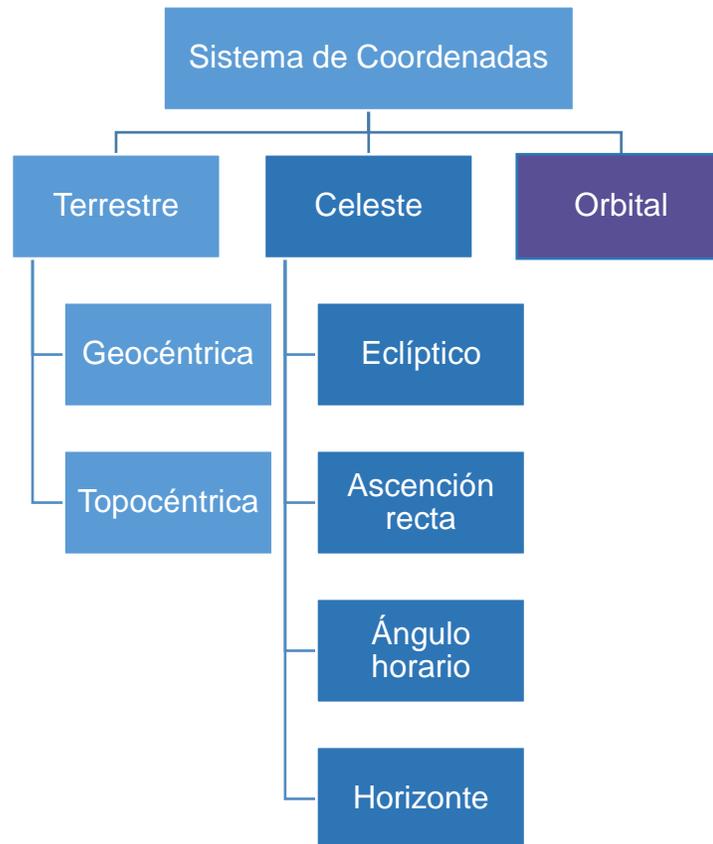
La conversión de coordenadas geocéntricas a coordenadas geográficas se realiza utilizando los parámetros del elipsoide GRS80.

### **3.3.3 Sistemas de coordenadas terrestre**

La parametrización de las coordenadas de los puntos que forman el marco de referencia es denominado sistema de coordenadas. En este sentido existen infinitos sistemas de coordenadas para parametrizar el marco de referencia, por ejemplo, las coordenadas cartesianas ( $X, Y, Z$ ), geodésicas ( $\varphi, \lambda, H$ ), proyectadas ( $E, N, h$ ), etc. Para definir un sistema de coordenadas se debe especificar:

- a) la ubicación del origen,
- b) la orientación de los tres ejes,
- c) los parámetros {cartesiano, angular) que definen la posición de un punto referido al sistema de coordenadas.

La tierra tiene dos movimientos periódicos diferentes en el espacio. Rota sobre su eje y gira en torno al sol. También hay un satélite natural (la luna) y muchos satélites artificiales que tienen un tercer movimiento periódico en el espacio: movimiento orbital alrededor de la tierra. Estos movimientos periódicos son fundamentales para la definición de sistemas de coordenadas y sistemas del tiempo (E. J. Krakiwski, 1971).



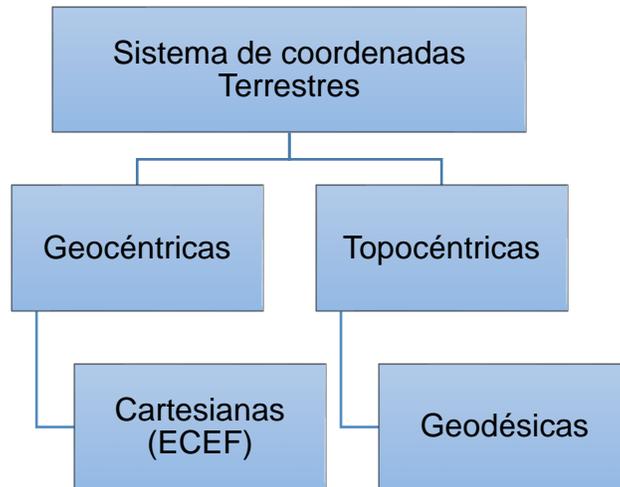
**Figura 4.** Sistemas de Coordenadas. Elaboración propia.

Los sistemas de coordenadas terrestres son fijos y giran con la Tierra. Se utilizan para definir las coordenadas de puntos en la superficie de la tierra. Hay dos tipos de sistemas terrestres llamados sistemas geocéntricos y sistemas topocéntricos.

Los sistemas de coordenadas celestes rotan con la tierra. Se utilizan para definir las coordenadas de los cuerpos celestes como las estrellas. Hay cuatro sistemas de coordenadas celestes diferentes llamados: eclípticos, ascensión recta, ángulo horario y de horizonte (E. J. Krakiwski, 1971).

El sistema orbital gira con la Tierra. Se utiliza para definir las coordenadas de los satélites que orbitan alrededor de la Tierra.

Para este trabajo nos centraremos en los sistemas de coordenadas terrestres geocéntricas y topocéntricas.



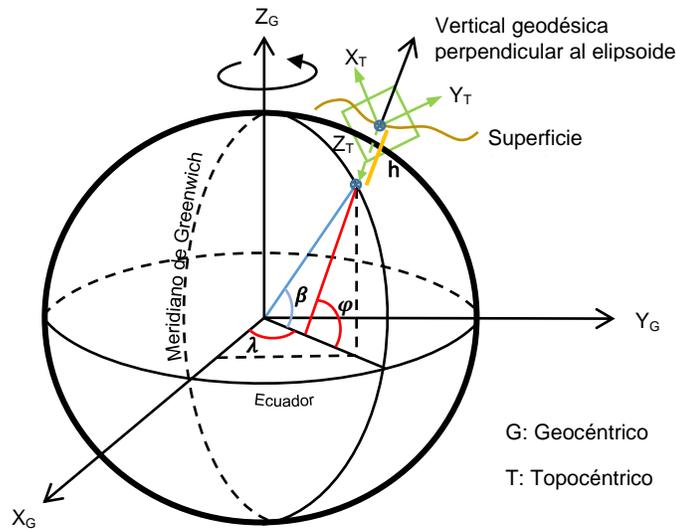
**Figura 5.** Sistema de coordenadas terrestres. Elaboración propia.

Para definir un sistema coordinado, es necesario establecer de manera conceptual, un conjunto de convenciones derivadas de teorías, hipótesis y constantes. La Tabla 1, concentra los elementos para la definición de los sistemas de coordenadas terrestres geocéntricos y topocéntricos.

Definición del sistema	Sistema de Coordenada terrestres	
	Geocéntricas	Topocéntricas
<i>Origen</i>	<i>Centro de masas de la Tierra</i>	<i>Punto sobre la superficie terrestre</i>
<i>Eje X</i>	<i>Sobre el Ecuador, en dirección del Meridiano de Greenwich</i>	<i>La dirección apunta al norte geodésico</i>
<i>Eje Y</i>	<i>Se establece 90° al este del eje X.</i>	<i>Apunta al este geodésico</i>
<i>Eje Z</i>	<i>En dirección al polo, alineado con el eje de rotación de la Tierra</i>	<i>Dirección a la normal del elipsoide</i>

**Tabla 1.** Características de los sistemas coordenadas terrestres. Elaboración propia.

La representación gráfica de las características de los sistemas de coordenadas terrestres se muestra en la Figura 6.



**Figura 6.** Esquema de ejes de coordenadas geocéntricas y topocéntricas.  
Elaboración propia.

Se han considerado los sistemas topocéntricos terrestres, prestando atención a lo que se entiende por "la superficie de la Tierra".

La vertical geodésica en un punto de la superficie del elipsoide de revolución coincide con la dirección del vector normal al elipsoide en dicho punto, y, por tanto, no pasa por el centro del elipsoide.

Se introducen las coordenadas geocéntricas ya que, sobre el elipsoide no coinciden con las geodésicas; la longitud geocéntrica es igual a la geodésica, pero la latitud geocéntrica ( $\beta$ ), es el ángulo entre la línea que une el centro del elipsoide y un punto sobre el elipsoide y el ecuador geodésico.

Las coordenadas cartesianas y geodésicas, están relacionadas, para la conversión de un sistema a otro de cada punto en la superficie terrestre, que le corresponde una proyección normal al elipsoide, la posición horizontal queda definida por el par de coordenadas geodésicas correspondiente a la parametrización del elipsoide de referencia y la altitud, que permite relacionar el punto de la superficie terrestre con la proyección en la superficie del elipsoide.

Normalmente las coordenadas de los vértices de las redes de referencia se dan en coordenadas geodésicas en la superficie de la Tierra. Si para diversas aplicaciones y estudios se requiere la conversión de este sistema a cartesianas tridimensionales, y

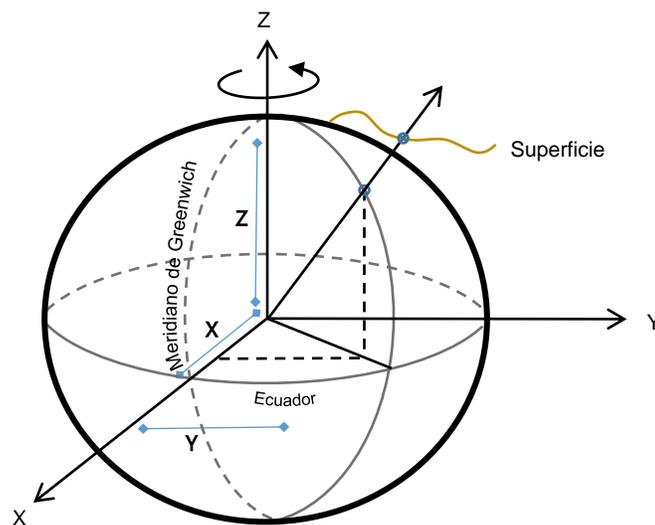
viceversa, el conjunto de algoritmos matemáticos de operaciones ordenadas y finitas para debe hacer con las fórmulas de la Tabla 2 (Ghilani, 2010).

<i>Geodésicas a cartesianas</i>	<i>Cartesianas a geodésicas</i>
$X = (N + h) \cos \varphi \cos \lambda$	$\lambda = \tan^{-1} \frac{Y}{X}$
$Y = (N + h) \cos \varphi \sin \lambda$	$\varphi = \tan^{-1} \frac{Z + e^2 N_0 \sin \varphi_0}{D}$
$Z = [N(1 - e^2) + h] \sin \varphi$	$h = \frac{D}{\cos \varphi_0} N_0$
Donde:	Donde:
$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}}$	$D = \sqrt{X^2 + Y^2}$
$e^2 = 2f - f^2$	$\varphi_0 = \tan^{-1} \frac{Z}{D(1 - e^2)}$
o	$N_0 = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi_0}}$
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>h</math> es la altura geodésica</li> <li>• <math>\varphi</math> latitud geodésica</li> <li>• <math>\lambda</math> longitud geodésica</li> <li>• <math>f</math> factor de achatamiento del elipsoide</li> <li>• <math>a, b</math> Semieje mayor y semieje menor</li> <li>• <math>N</math> Normal del punto al elipsoide</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\varphi_0</math> latitud aproximada, se realizan iteraciones hasta mejorar la latitud, esto es, cuando el cambio sea insignificante.</li> <li>• <math>N_0</math> normal al elipsoide aproximada</li> </ul> <p>El cálculo de <math>h</math> es numéricamente inestable para valores de <math>\varphi &gt; 45^\circ</math>, en ese caso utilizar <math>h = Z / \sin \varphi_0 - N_0(1 - e^2)</math></p>

**Tabla 2.** Algoritmo matemático para conversión de coordenadas. Elaboración propia.

### 3.3.3.1 Sistema de coordenadas cartesianas

El sistema de coordenadas cartesianas o Centradas en la Tierra-Fijas en la Tierra (ECEF, por sus siglas en inglés) rota con la Tierra alrededor de su eje de rotación. Como tal, un punto fijo sobre la superficie de la Tierra tiene un conjunto de coordenadas fijo. El origen se localiza en el centro de masas de la Tierra; el eje  $Z$ , se extiende a lo largo del eje de rotación apuntando al Polo Norte; el eje  $X$  esta sobre el Ecuador, en dirección del Meridiano de Greenwich y corta la esfera de la Tierra en latitud y longitud  $0^\circ$ ; y el eje  $Y$  es ortogonal a los ejes  $X$  y  $Z$  en el sentido definido por la regla de la mano derecha. este sistema de coordenadas se muestra en la Figura 7. Cualquier punto de la superficie terrestre presentará coordenadas  $(X, Y, Z)$  en la tripleta de ejes coordenados definida, siendo estos puntos los que constituyen el marco de referencia (Wolf, 1963).

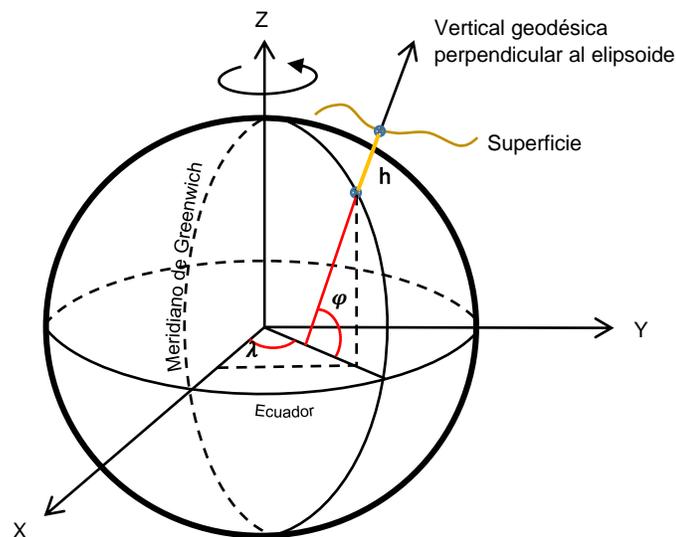


**Figura 7.** Sistema de coordenadas cartesianas. Elaboración propia.

### 3.3.3.2 Sistema de coordenadas geodésicas

El sistema de coordenadas geodésicas o geográficas es un sistema de coordenadas esféricas mediante el cual un punto se puede localizar a partir de dos coordenadas

angulares: latitud y longitud. Partiendo de las coordenadas  $X, Y, Z$  de un punto es posible generar un radio vector perpendicular a la superficie curva donde se encuentra el punto. Este radio vector forma un ángulo vertical medido a partir del plano  $XY$ , el ángulo formado es conocido como latitud ( $\varphi$ ), el radio vector también forma un ángulo horizontal medido a partir del plano  $XZ$  en dirección al plano  $YZ$ , el cual es conocido como longitud ( $\lambda$ ). La latitud, es el ángulo entre la línea que une el centro de la esfera con un punto de su superficie y el plano ecuatorial. Las líneas formadas por los puntos de la misma latitud son llamados paralelos y forman círculos concéntricos paralelos al ecuador, por definición el valor de la latitud en el ecuador es  $0^\circ$ , y divide el globo en hemisferios norte y sur. La longitud, es el ángulo formado entre dos de los planos que contiene a la línea de los polos. El primero es un plano arbitrario que se toma como referencia y el segundo es el que además de contener a la línea de los polos, pasa por el en cuestión. Las líneas formadas por puntos de igual longitud se denominan meridianos y convergen en los polos. Como meridiano de referencia internacional se toma el que pasa por el que pasa por el observatorio de Greenwich, en el Reino Unido. Divide a su vez el hemisferio en Este y Oeste, los puntos al oeste del meridiano de Greenwich tienen signo negativo.



**Figura 8.** Sistema de coordenadas geodésicas. Elaboración propia.

### **3.4 Redes geodésicas**

En México, el responsable de la Geodesia y Cartografía es el Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI), establece en la “Norma Técnica para el sistema geodésico nacional” que:

“Toda estación Geodésica perteneciente a un levantamiento geodésico horizontal, deberá estar referida al Marco de Referencia Terrestre Internacional definido por el Servicio Internacional de Rotación Terrestre y de Sistemas de Referencia para el año 2008, con datos de la época 2010.0, asociado al elipsoide de referencia definido en el GRS80. Este es el Marco de Referencia oficial para los Estados Unidos Mexicanos.”

Las estaciones que permiten propagar el marco de referencia geodésico, son figuras formadas por una constelación de puntos, enlazados entre sí, que se distribuyen de forma simétrica sobre el territorio y que se proyectan sobre un elipsoide de revolución empleado como superficie de referencia, Red Geodésica (Cabrera, 2012).

Los datos de una red geodésica son utilizados para determinar movimientos planimétricos, altimétricos y gravimétricos, a partir de mediciones sobre estaciones o vértices geodésicos, como lo son Sistemas Globales de Navegación Satelital (GNSS), trabajos de nivelación y gravimetría, respectivamente.

El Marco de Referencia Geodésico Nacional incluye: La Red Geodésica Horizontal, La Red Geodésica Vertical y La Red Geodésica Gravimétrica.

#### **3.4.1 Red Geodésica Horizontal**

La Red Geodésica Horizontal, es un conjunto de puntos situados sobre la superficie del Territorio Nacional, con valores de posición con respecto al elipsoide (latitud, longitud, altura) y es una de las tres vertientes desarrolladas como parte del Sistema Geodésico Nacional. A partir de la segunda mitad del siglo XX adquiere un estatus de primer orden por su fuerte incidencia en el desarrollo de la cartografía nacional.

El primer sistema fue el GPS, establecido por el Departamento de Defensa de los Estados Unidos de América; estos sistemas consisten básicamente en la emisión extremadamente precisa de señales de tiempo y el empleo de la velocidad de la luz

para determinar distancias desde satélites orbitando la Tierra, sustituyeron a todas las tecnologías anteriores por su alta precisión y economía en tiempo para la medición de posicionamiento terrestre.

Esta materializada por placas metálicas, empotradas en monumentos o parte de una estructura, con coordenadas determinadas por mediciones geodésicas con respecto a un marco de referencia específico. Cada placa es parte de la Red Geodésica Horizontal que cubre el territorio nacional con 77644 estaciones geodésicas.

De acuerdo al artículo 10 de la Norma Técnica para el Sistema Geodésico Nacional, toda Estación Geodésica perteneciente a un levantamiento geodésico horizontal, deberá estar referida al Marco de Referencia Terrestre Internacional definido por el Servicio Internacional de Rotación Terrestre y de Sistemas de Referencia para el año 2008, con datos de la época 2010.0, denominado ITRF08 época 2010.0, asociado al elipsoide de referencia definido en el GRS80. Este es el Marco de Referencia oficial para los Estados Unidos Mexicanos.

La Figura 9 muestra la cobertura temática corresponde a Estaciones Geodésicas Horizontales, asociado al elipsoide de referencia GRS80, Marco de Referencia Geodésico ITRF08, utilizando la proyección Cónica Conforme de Lambert donde los paralelos base son 17°30' N y 29°30' N y el meridiano central es 102° W. La cobertura espacial es nacional y la cobertura temporal es a diciembre 2015.



**Figura 9.** Mapa temático de la Red Geodésica Horizontal. Recuperado de [http://internet.contenidos.inegi.org.mx/contenidos/Productos/prod\\_serv/contenidos/espanol/bvinegi/productos/geografia/MTRG/702825219376.pdf](http://internet.contenidos.inegi.org.mx/contenidos/Productos/prod_serv/contenidos/espanol/bvinegi/productos/geografia/MTRG/702825219376.pdf)

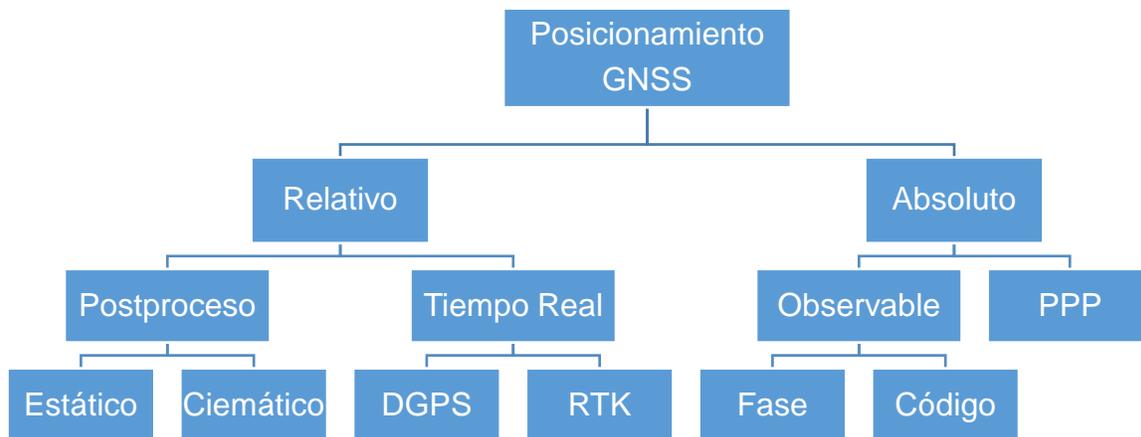
### 3.4.1.1 Técnicas de recolección de datos

En un principio, los levantamientos estuvieron caracterizados por el empleo de sistemas de triangulación geodésica acompañados por medición de bases y orientaciones astronómicas con teodolitos de alta precisión, posteriormente, se pasó de utilizar los equipos de medición electrónica de distancias, a los sistemas de trilateración y poligonales geodésicas, y poco tiempo después al posicionamiento Doppler, y por último en la década de los noventa, la adopción de un nuevo Sistema de Referencia y del Sistema de Posicionamiento Global (GPS, por sus siglas en inglés) que forma parte de los Sistemas Globales de Navegación Satelital, esto significó un gran cambio que sustituyó las metodologías tradicionales.

Los Sistemas Globales de Navegación Satelital, son un grupo de constelaciones de satélites de diferentes agencias espaciales que transmiten frecuencias de señales

utilizadas para el posicionamiento y localización en cualquier parte de la superficie terrestre, apoyados en marco de referencia terrestre.

Los métodos de posicionamiento GNSS pueden clasificarse de diferente manera, para esto se deberá atender a diferentes criterios. de acuerdo a la instrumentación, a la exigencia de precisión y a la técnica de proceso de los observables. La Figura 10, muestra una clasificación para el posicionamiento GNSS.



**Figura 10.** Métodos de posicionamiento GNSS. Elaboración propia.

El posicionamiento GNSS en dependencia del número de receptores utilizados de clasifica en: relativo o diferencial, y absoluto.

En el posicionamiento GNSS relativo o diferencial, se necesitan mínimo dos receptores, mediante los cuales se obtienen los incrementos  $\Delta X$  ,  $\Delta Y$ ,  $\Delta Z$ . Con la utilización de este método, la mayoría de los errores son eliminados. De acuerdo al momento del cálculo este se puede clasificar: en postproceso y tiempo real, en la primera la obtención de las coordenadas y líneas base, es después de la observación. La recolección de datos puede realizarse mediante el método estático y el método cinemático, en los cuales, el receptor permanece quieto durante un intervalo de tiempo, el receptor está en continuo movimiento, respectivamente. para cada método respectivamente. mientras que, para el segundo caso, las coordenadas se obtienen en el momento de la observación

### 3.4.1.2 Software para el procesamiento de datos GNSS

Desde el inicio de los Sistemas Globales de Posicionamiento Satelital, se han estudiado los distintos fenómenos que causan error en la obtención de coordenadas. El desarrollo de software científico ha mejorado la precisión en la obtención de coordenadas finales. A nivel mundial se destacan programas utilizados para la investigación concerniente a la geodinámica terrestre, tales como el BERNESE GNSS, desarrollado en el Instituto Astronómico de la Universidad de Berna (AIUB). También el Laboratorio de Propulsión a Chorro (JPL) desarrolló GIPSY-OASIS, o GIPSY, que es un paquete de software de simulación de análisis de órbitas y sistema de posicionamiento GNSS. En ambos existen las versiones de adquisición comercial y de investigación. La primera es usada por particulares u organismos gubernamentales y la segunda para fines de investigación científica, así como en las universidades con las cuales se han establecido convenios de licencia y colaboración. También se cuenta con GAMIT/ GLOBK para procesar las mediciones de GPS, principalmente para estudiar la deformación de la corteza terrestre. El cual fue desarrollado por el MIT, este puede obtenerse con un acuerdo por escrito o con una tarifa de regalías por parte de universidades y agencias gubernamentales para fines no comerciales. Además de estos sistemas, existen compiladores de gran calidad en línea: El CSRS-PPP es una aplicación en línea para post-procesamiento de datos GNSS. Utiliza las órbitas satelitales precisas para calcular las coordenadas corregidas de una precisión constante, al que se puede acceder a través del sitio web, <http://www.nrcan.gc.ca/earth-sciences/geomatics/geodetic-reference-systems/tools-applications>. Opus servicio de posicionamiento en línea para receptores GPS de doble frecuencia, ingresando al sitio web <http://www.ngs.noaa.gov/OPUS/about.jsp>). Trimble RTX™ (Real Time eXtended) es una tecnología de corrección GNSS global de alta precisión que combina datos en tiempo real con innovadores algoritmos de posicionamiento y compresión que proporciona precisión de posicionamiento a nivel de centímetro. (<http://www.trimblertx.com/Home.aspx>). MagicGNSS incluye un conjunto de herramientas GNSS y Servicios que han sido desarrollados y adaptados

por el grupo empresarial internacional GMV. Realiza determinación de la órbita precisa y sincronización de tiempo de GPS, GLONASS, GALILEO, BeiDou y QZSS. (<http://magicgnss.gmv.com/>). GAPS proporciona a los usuarios información precisa de posicionamiento por satélite utilizando un único receptor GNSS tanto en modo estático como cinemático. (<http://gaps.gge.unb.ca/>). También existen herramientas libres para ser instaladas en computadoras personales que utilizan los sistemas operativos Linux y Windows. Glab es un conjunto de herramientas de software desarrollado bajo un contrato de la Agencia Espacial Europea (ESA) por el grupo de investigación de Astronomía y Geomática (GAGE) de la Universidad Politécnica de Cataluña (UPC). Es un paquete educativo multiuso para procesar y analizar datos GNSS. RTKLIB es un paquete de programas de código abierto para el posicionamiento estándar y preciso con GNSS. RTKLIB consiste en una biblioteca de programas portátil y varios puntos de acceso (programas de aplicación) que utilizan la biblioteca (<http://www.rtklib.com/>). Otros paquetes trabajan en el entorno computacional Matlab; tal es el caso del goGPS, GGMatlab, GPSTools. Son herramientas de proceso en donde se requiere que el usuario tenga conocimiento sobre el software y programación. La información sobre su funcionamiento puede ser consultada en sus respectivas páginas electrónicas y manuales correspondientes. En este trabajo se utilizarán paquetes amigables con el usuario bajo el entorno Windows. El sistema global de navegación por satélite (GNSS) pasó de ser de uso exclusivo del ejército de los Estados Unidos, a ser parte de la vida cotidiana. A partir de 1990 sus aplicaciones se han diversificado en forma exponencial. Sin embargo, la calidad en las mediciones y desconocimiento en las variables involucradas en la obtención de una buena precisión ha generado un manejo poco profesional en el establecimiento de vértices para obras de ingeniería. En estudios científicos, las técnicas y metodologías utilizadas para estos estándares hacen que sea compleja su aplicación en mediciones de uso común. Durante varios años, los científicos han utilizado el GPS como herramienta fundamental en el estudio de velocidades de la superficie de la corteza. (Santiago Jiménez, 2018).

### 3.4.2 Red Geodésica Vertical

La Red Geodésica Vertical, esta materializada físicamente por un conjunto de Bancos de Nivel (BN) diseminados sobre el territorio nacional mediante placas metálicas colocadas sobre monumentos (mojoneras), en enrocamientos o diversas obras de ingeniería. En México, desde mediados del siglo XX, estaba materializada por aproximadamente 28 000 bancos de precisión y 17 000 bancos topográficos, establecidos durante cuatro etapas.

A partir de 1949 se pactó un convenio de colaboración cartográfica entre México y los Estados Unidos de Norteamérica para la ejecución de nivelaciones de precisión. La segunda etapa comenzó en 1959 con el ajuste de los trabajos donde se utilizaron las elevaciones fijas de los bancos de nivel referidas al nivel medio del mar determinado por los mareógrafos localizados en: Mazatlán, Sin., Manzanillo, Col., Acapulco, Gro., Veracruz, Ver., Tampico, Tamps., Guaymas Son. y Topolobampo, Sin.; de los establecidos por el U.S. Coast and Geodetic Survey (EE.UU.): A-680 en Brownsville, Tex., T-64 en Eagle Pass, Tex., A-110 en el Paso Tex. y K-77 en Nogales, Ariz, referidos al NAVD29.

En 1968 se crea la Comisión de Estudios del Territorio Nacional y Planeación, CETENAP, que tuvo como objetivo el establecimiento de la RGV fundamental de México. En el año de 1969 se da un nuevo impulso a los trabajos de nivelación de precisión como resultado del convenio de la Universidad Nacional Autónoma de México, UNAM, (Instituto de Geofísica) con el Servicio Geodésico Interamericano (IAGS), de los Estados Unidos de Norteamérica. Posteriormente, se efectuaron ajustes regionales conforme se avanzaba en las nuevas nivelaciones y, a partir de este periodo, se comenzó la densificación de la Red Geodésica Vertical de primer orden, inicialmente para construir una Red Vertical Topográfica utilizada en la elaboración de la cartografía escala 1:50 000.

Para el desarrollo de los trabajos fotogramétricos en México, se utilizó la estructura del sistema vertical, tomando en consideración la utilidad como una estructura básica de la red nacional, el apoyo vertical en áreas metropolitanas para proyectos de ingeniería,

investigaciones regionales sobre movimientos de la corteza terrestre y la determinación de valores geopotenciales.

Como resultado de la evaluación y revisión del estado de la RGV a principios del siglo XXI, encaminada a la adopción del NAVD88, se concluyó que había pérdida de BN con valores de elevación, como consecuencia del paso del tiempo, falta de mantenimiento y construcción de las vías de comunicación, expansión de la mancha urbana y el desarrollo de la infraestructura en nuestro país. De 2002 a 2014 se logró la recuperación de 7 059 monumentos a partir de ello, se actualizaron sus valores en la base de datos geodésicos. A finales de 2016 se contaban con aproximadamente 50 000 monumentos con marca física, de los cuales 40 000 ya se encontraban nivelados. Durante el periodo 2011 a 2015 se elaboraron trabajos de densificación de nivelación geométrica con el objetivo de concluir líneas y circuitos de nivelación para darle mayor robustez a la RGV, de manera paralela se trabajó en la limpieza de los atributos contenidos en la Base de Datos Geodésicos de Estaciones Geodésicas Verticales (EGV) o Bancos de Nivel (BN) encaminada a detectar inconsistencias en valores de ubicación, alturas, denominación de las estaciones, principalmente, así como con pruebas de calidad y actualización de metadatos bajo la Norma Técnica sobre Elaboración de Metadatos Geográficos publicada por el INEGI en el año 2010; además se realizaron densificaciones de valores de aceleración de la gravedad y de posicionamiento horizontal con GPS/GNSS sobre las EGV o BN, cuyo propósito fue contribuir al ajuste de alturas.

El NAVD88 se adoptó con la finalidad de actualizar las alturas ortométricas y fortalecer su estructura para brindar al usuario información de calidad que le permita vincular sus proyectos geográficos, cartográficos, topográficos, entre otros, a la Red Geodésica Nacional (RGN) y apoyar la generación de Información de Interés Nacional.

La Figura 11 muestra la cobertura temática corresponde a Estaciones Geodésicas Verticales, asociado al elipsoide de referencia GRS80, Marco de Referencia Geodésico ITRF08, utilizando la proyección Cónica Conforme de Lambert donde los paralelos base son 17°30' N y 29°30' N y el meridiano central es 102° W. La cobertura espacial es nacional y la cobertura temporal es a diciembre 2015. Está integrada por 48 175 Estaciones.



**Figura 11.** Mapa temático de la Red Geodésica Vertical. Recuperado de [http://internet.contenidos.inegi.org.mx/contenidos/Productos/prod\\_serv/contenidos/espanol/bvinegi/productos/geografia/MTRG/702825219383.pdf](http://internet.contenidos.inegi.org.mx/contenidos/Productos/prod_serv/contenidos/espanol/bvinegi/productos/geografia/MTRG/702825219383.pdf)

### 3.4.2.1 Superficies de nivel

La adopción de una superficie de nivel es necesaria para la obtención de alturas sobre el terreno, el agua en reposo es una superficie de nivel que respeta el principio de la gravedad, por este motivo, el Nivel Medio del Mar es utilizado como superficie de referencia en la medición de alturas obtenidas por los métodos geométricos.

La medida del nivel medio del mar es fundamental en la altimetría, por décadas, se ha utilizado como cota cero para definir el origen altimétrico de las redes de nivelación geodésicas, ya sea de manera local o global. Por otra parte, el estudio del cambio climático requiere conocer el cambio del nivel medio del mar, para poder realizar un seguimiento de este.

Según la organización internacional “Permanent Service for Mean Sea Level” el nivel medio del mar (MSL) se define como, el nivel de las aguas tranquilas del mar

promediado durante un periodo determinado de tiempo (convencionalmente 19 años) de tal forma que los efectos provocados periódicamente por mareas y por otras causas frecuentes como las olas quedan compensados.

La superficie oceánica posee un principio de formación más simple que la superficie irregular de la Tierra, en la cual el agua en reposo es una superficie de nivel que respeta el principio de la gravedad terrestre, por este motivo el Nivel Medio del Mar es utilizado como superficie de referencia para la obtención de alturas derivadas de métodos geométricos.

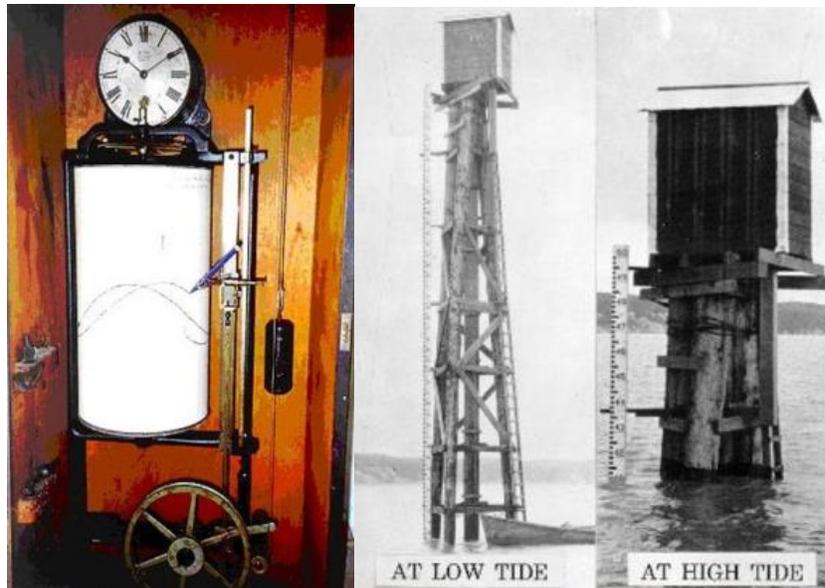
Actualmente los principales métodos utilizados para la medición del Nivel Medio del Mar son los mareógrafos y los satélites altimétricos:

**Mareógrafos.** Aparatos situados en la línea de costa, que van efectuando medidas continuas de la superficie instantánea del mar (m), históricamente han sido utilizados para medir el nivel del mar. La forma de medición difiere dependiendo del tipo de mareógrafo utilizado. Todos ellos, miden el nivel del mar instantáneo de forma continua en un lugar concreto de la línea de costa

Generalmente estos mareógrafos están conectados con las redes de nivelación nacionales mediante itinerarios altimétricos de precisión, y a sistemas de referencia geodésicos mediante el uso de receptores GPS. Todos los mareógrafos miden la distancia vertical entre un punto principal de referencia y la superficie instantánea del mar. La precisión en la medida de todos estos tipos de mareógrafos es alrededor de 1 cm. Existen varios sistemas entre los que destacan:

*Mareógrafos de flotador.*

Consiste en un sistema de poleas que transmite el movimiento de un flotador a un registro gráfico (mareograma), se utiliza un reloj para tener una referencia temporal de todas las mediciones efectuadas, la Figura 12 muestra un ejemplo de ellos.



**Figura 12.** Mareógrafo de flotador. Recuperada de <https://slideplayer.es/slide/14115031/>

*Mareógrafos de flotador.*

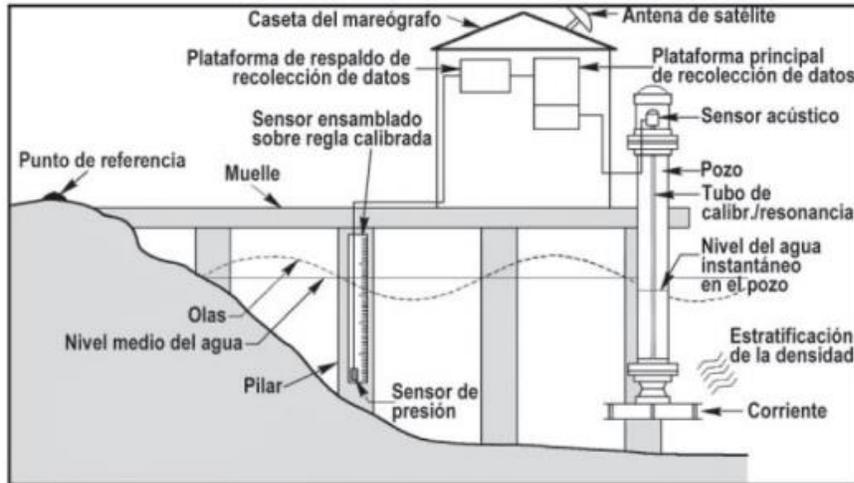
Miden la presión hidrostática de la columna de agua, donde se conoce la densidad del agua y la aceleración de la gravedad. Con estos datos se puede obtener la altura buscada, la *Figura 13 muestra un esquema de este sistema:*



**Figura 13.** Mareógrafo de presión. Recuperada de <https://slideplayer.es/slide/14115031/>

### *Mareógrafos acústicos.*

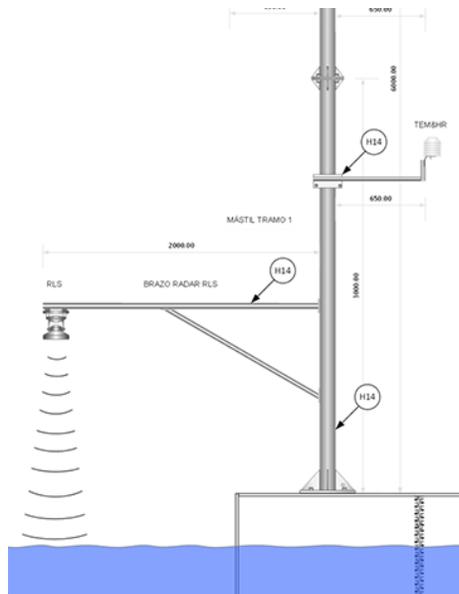
Miden el tiempo en el que una señal acústica recorre la distancia vertical entre el emisor y la superficie del mar que la refleja. De esta forma obtenemos la altura instantánea del mar, la Figura 14 muestra un ejemplo de los componentes de este sistema.



**Figura 14.** Mareógrafo acústico (Aquatrak, usado en NOAA y Australia). Manual de medición e Interpretación de la COI, Vol. 4, 2006

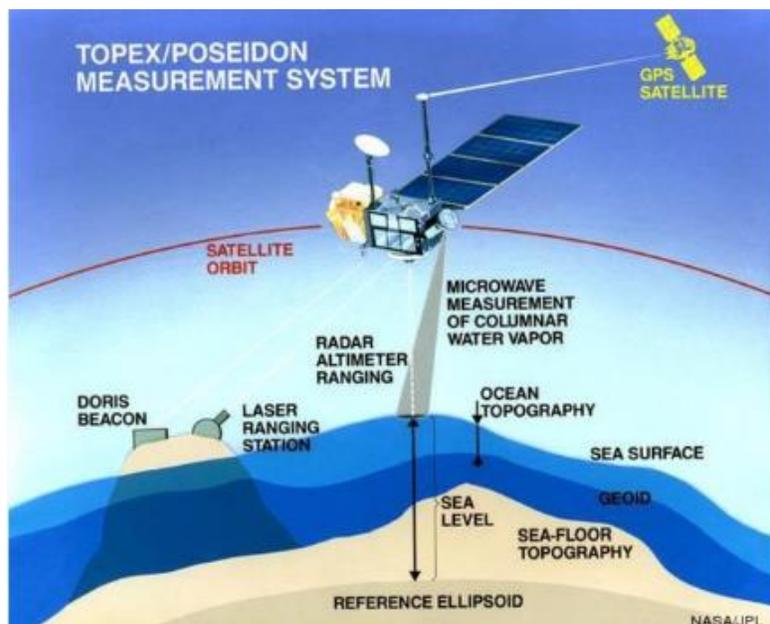
### *Mareógrafos de radar.*

Funcionan de forma similar al anterior, pero utilizando frecuencias de radar, estos mareógrafos son los más modernos (Figura 15).



**Figura 15.** Mareógrafo de radar. Recuperada de <http://igsmex.com/index.php/productos/sistemas/mareografo>

**Satélites altimétricos.** Miden la altura del satélite con respecto a la superficie instantánea del mar. Tienen la ventaja respecto al método anterior que las medidas no se limitan a unos cuantos puntos de costa, sino que abarcan toda la superficie del mar. Los satélites altimétricos nos dan la distancia existente entre el satélite y la superficie instantánea del mar. Al conocer la órbita de estos satélites, podemos hallar la superficie media oceánica con una precisión de 5 a 10 cm. A diferencia del uso de los mareógrafos, esta técnica permite obtener datos de toda la superficie oceánica, con la limitante que no es posible obtener datos cercanos a la costa en franjas de aproximadamente 40 kilómetros. Para realizar las mediciones el satélite envía un pulso de microondas hacia la superficie del mar. Ésta la refleja y es captada otra vez por el satélite. Al medir el tiempo en que la señal realiza este trayecto, calcula la distancia entre el satélite y la superficie instantánea del mar. La órbita del satélite es seguida mediante diversas técnicas como el SLR, el DORIS, y el GPS, obteniendo la altura elipsoidal con gran precisión (Altamimi, 2002) (Figura 16).



**Figura 16.** Medición del Nivel Medio del Mar con satélites altimétricos. Recuperada de <https://slideplayer.es/slide/14115031/>

Los satélites altimétricos suelen tener órbitas polares de una altura aproximada de entre 500 y 1000 km. Cubren toda la tierra con un periodo de repetición (en cuanto

tiempo vuelve a pasar por el mismo punto) que suele ser de varios días. El satélite va moviéndose de sur a norte y al revés. Este movimiento combinado con el de rotación terrestre hace que cada vez cubra una zona diferente donde a su vez existen diferentes misiones satelitales que permiten realizar mediciones altimétricas (Figura 18).



**Figura 17.** Satélites altimétricos. Recuperada de [www.aviso.oceanobs.com](http://www.aviso.oceanobs.com)

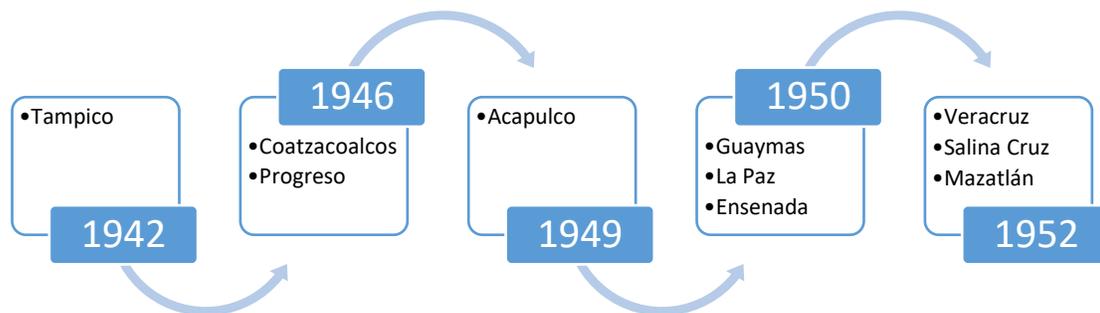
### **Estaciones mareográficas en México.**

México cuenta con la Red Mexicana de Nivel del Mar (REDMMAR), que es una organización de coordinación de las tres redes de mareógrafos que hay en la República Mexicana:

- 1.- Servicio Mareográfico del Instituto de Geofísica de la UNAM. Mantenido por Universidad Nacional Autónoma de México
- 2.- Red Mareográfica de la Secretaría de Marina, mantenida por Secretaría de Marina-Armada de México
- 3.- Red de Monitoreo del Nivel del Mar del CICESE, mantenida por Centro de Investigación Científica y de Estudios Superiores de Ensenada

Instituto Nacional de Estadística y Geografía, no cuenta con una red de mareógrafos, sin embargo, dentro de sus atribuciones está el normar e integrar todo tipo de información, incluyendo la información mareográfica y geodésica.

Las observaciones mareográficas en las costas de México fueron iniciados por el Servicio Geodésico Interamericano (IGS) y el Departamento de Fotogrametría de la Secretaría de la Defensa Nacional en el orden cronológico de la Figura 18:



**Figura 18.** Orden cronológico de las primeras observaciones mareográficas. Elaboración propia.

A partir de 1952 el Instituto de Geofísica de la UNAM, se empezó a hacer cargo del procesamiento de la información mareográfica y se estableció un convenio entre el Servicio Geodésico Interamericano, la Secretaría de Marina y el Instituto de Geofísica para la operación de la red de estaciones mareográficas, instalación de nuevas estaciones, adquisición y procesamiento de datos.

En 1972 el CICESE inició la operación de una red en el Noroeste de México, posteriormente en 1999. la Secretaría de Marina inició las operaciones de una nueva red mareográfica, y en octubre de 2001, las tres redes se unieron para formar REDMMAR.

Servicio Mareográfico del Instituto de Geofísica UNAM. - El Servicio Mareográfico del Instituto de Geofísica de la UNAM, opera la red de estaciones que se muestran en el mapa de la Figura 19, Las estaciones de la red de CICESE, se pueden ver en la Figura 20, y la Figura 21, muestran las estaciones que componen la RED Mareográfica Nacional de la Secretaria de Marina.



**Figura 19.** Mapa e estaciones del Servicio Mareográfico de la UNAM. Recuperada de <http://www.mareografico.unam.mx/portal/index.php?page=home>



**Figura 20.** Red de Monitoreo del Nivel del Mar CICESE. Recuperada de <http://redmar.cicese.mx/>



**Figura 21.** Red Mareográfica Nacional de la Secretaría de Marina. Recuperada de <https://oceanografia.semarn.gob.mx/estaciones.html>

Actualmente se ha estado sustituyendo la nivelación geométrica con nivelaciones espaciales aprovechando los Sistemas Globales de Posicionamiento Satelital, debido a que son más prácticas y el tiempo de ejecución de los trabajos es más reducido. Esta involucra dos superficies de nivel, el elipsoide en la parte geométrica, utilizada principalmente para control horizontal, que como referencia altimétrica permite obtener la altura geodésica o elipsoidal; y el geoide en la parte física, este generalmente se calcula a partir de mediciones gravimétricas que representan la fuerza que ejerce la gravedad sobre la masa terrestre, la cual influye de manera diferente en cada parte de la Tierra debido a la diferencia de densidad de las masas topográficas, se define como una superficie equipotencial del campo de gravedad terrestre que más se aproxima al nivel medio del mar en reposo, el cual es utilizado como superficie de referencia para las alturas ortométricas.

#### **3.4.2.2 Técnicas de recolección de datos**

Definir la altura de un objeto con respecto a una superficie es dominado método de nivelación, el cual permite determinar la elevación de uno o más puntos respecto a una superficie.

Existen diversas técnicas de nivelación entre las más comunes se encuentran:

Nivelación geométrica, que es el método más preciso y utilizado en topografía y Geodesia.

Nivelación trigonométrica, en el cual se realizan mediciones de ángulos verticales y de la distancia horizontal entre los puntos a nivelar.

Nivelación barométrica, esta depende de la presión atmosférica, se basa en el principio de que a mayor altura menor presión y a menor altura, mayor presión atmosférica (Zakatov, 1997)..

### **3.4.3 Red Geodésica Gravimétrica**

La Red Geodésica Gravimétrica está representada por el conjunto de puntos situados sobre la superficie del Territorio Nacional, en donde se realizan mediciones de la gravedad.

Los levantamientos gravimétricos inician a principios del siglo XX con los trabajos que realizó la Dirección de Estudios Geográficos y Climatológicos fundada en 1915 y sucesora de la Comisión Geodésica Mexicana, dirección que además de su función cartográfica, realizó también algunos estudios e investigaciones en campos como el de la climatología, sismología y gravimetría. Los trabajos posteriores realizados por el Instituto de Geofísica de la UNAM que con el apoyo del Instituto Panamericano de Geografía e Historia (IPGH) y el Servicio Geodésico Interamericano (IAGS) contribuyó al establecimiento de líneas de calibración gravimétrica continental y el establecimiento de estaciones base. PEMEX desde 1947, el Consejo de Recursos Minerales, el Instituto de Oceanografía de Manzanillo, entre otros, tienen información gravimétrica. Actualmente la Dirección General de Geografía y Medio ambiente del Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI) es la responsable de la Red Geodésica Gravimétrica, su mantenimiento y densificación, además de proporcionar los correspondientes servicios de información.

De acuerdo al artículo 16 de la Norma Técnica para el Sistema Geodésico Nacional, el Marco de Referencia Geodésico en su vertiente Gravimétrica adopta como base a los valores de gravedad de la red IGSN71, a partir de los cuales se realiza la propagación de estaciones geodésicas de gravedad. Dicho marco en su vertiente Gravimétrica deberá materializarse mediante Levantamientos Geodésicos Gravimétricos, que comprenden la medida de valores absolutos o relativos del valor de la gravedad de Estaciones Geodésicas situadas sobre o cerca de la superficie terrestre, con el propósito fundamental de determinar el campo gravimétrico externo existente y su relación e influencia con los levantamientos geodésicos horizontales y verticales.

La Figura 22 muestra la cobertura temática corresponde a Estaciones Geodésicas Gravimétricas, asociado al elipsoide de referencia GRS80, Marco de Referencia

Geodésico ITRF08, utilizando la proyección Cónica Conforme de Lambert donde los paralelos base son 17°30' N y 29°30' N y el meridiano central es 102° W. La cobertura espacial es nacional y la cobertura temporal es a diciembre 2015. Está integrada por 16 845 Estaciones.



**Figura 22.** Mapa temático de la Red Geodésica Gravimétrica. Recuperada de [http://internet.contenidos.inegi.org.mx/contenidos/Productos/prod\\_serv/contenidos/espanol/bvinegi/productos/geografia/MTRG/702825219369.pdf](http://internet.contenidos.inegi.org.mx/contenidos/Productos/prod_serv/contenidos/espanol/bvinegi/productos/geografia/MTRG/702825219369.pdf)

Una misma Estación Geodésica en la superficie terrestre puede ser objeto de dos o tres tipos de redes simultáneamente, en tanto cumpla con las características requeridas a que se hace referencia en los artículos 14 y 17 de la Norma Técnica Sistema Geodésico Nacional.

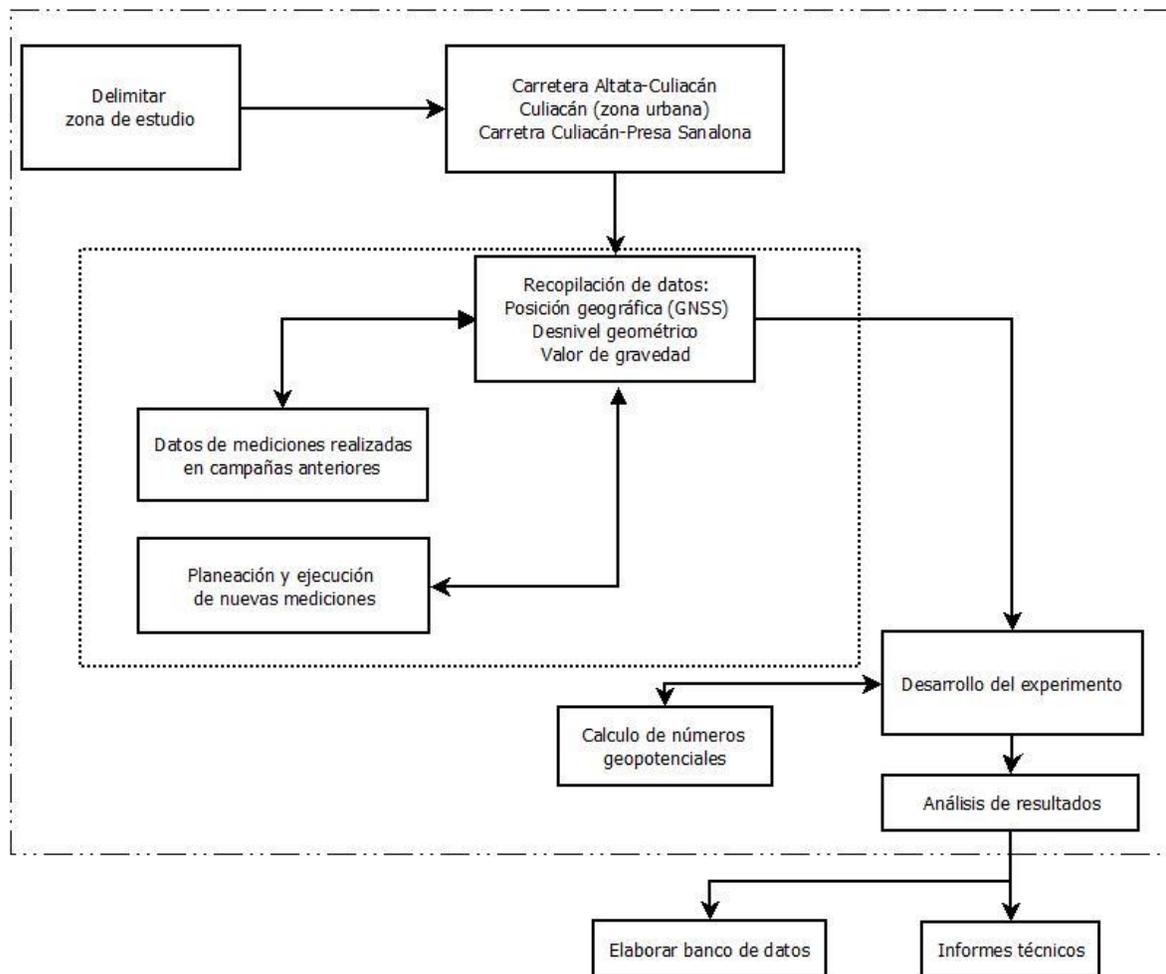
### **3.4.3.1 Técnicas de recolección de datos**

La gravedad en la tierra puede ser medida como mínimo de cuatro formas diferentes: Mediante la caída libre de una carga testigo, también mediante la oscilación de un péndulo en libre oscilación, otra manera es mediante el análisis de la oscilación de una masa pareja a un muelle, o bien, mediante el análisis de las oscilaciones de una masa testigo solidaria a una fibra. Es importante que el gravímetro este diseñado de manera que se pueda trasladar, ya que en otro caso este gravímetro sería inútil, excepto para centros de investigación o estudios especiales. También hay que considerar que el tiempo empleado para obtener una medida de la gravedad se halle en un periodo razonable.

## 4 METODOLOGÍA PARA LA MODERNIZACIÓN DE SISTEMAS DE ALTURAS

El desarrollo de la investigación se realizó siguiendo un esquema metodológico que permitió recopilar de manera organizada cada uno de los insumos necesarios en la determinación de un sistema de alturas moderno, los cuales son obtenidos a partir de mediciones, como el posicionamiento satelital, nivelación geométrica y observaciones gravimétricas.

El esquema metodológico se planteó siguiendo la estructura de la Figura 23:

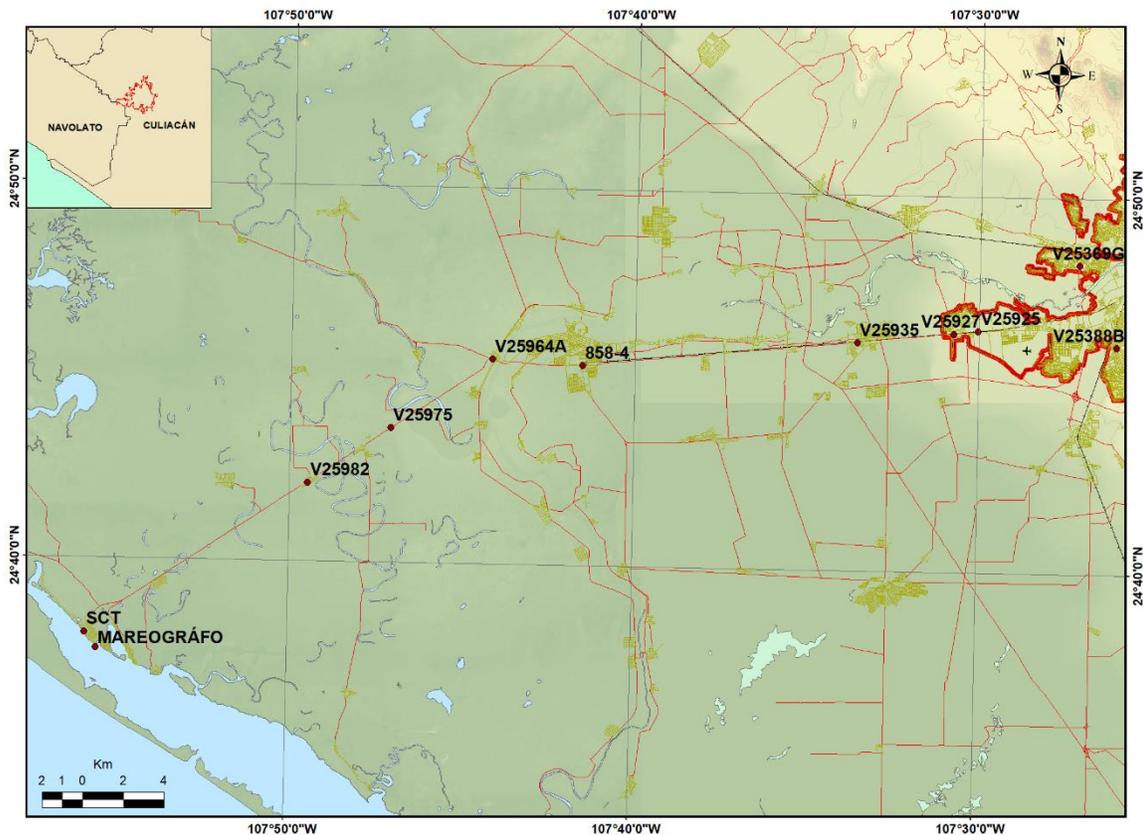


**Figura 23.** Esquema metodológico del desarrollo de la investigación. Elaboración propia.

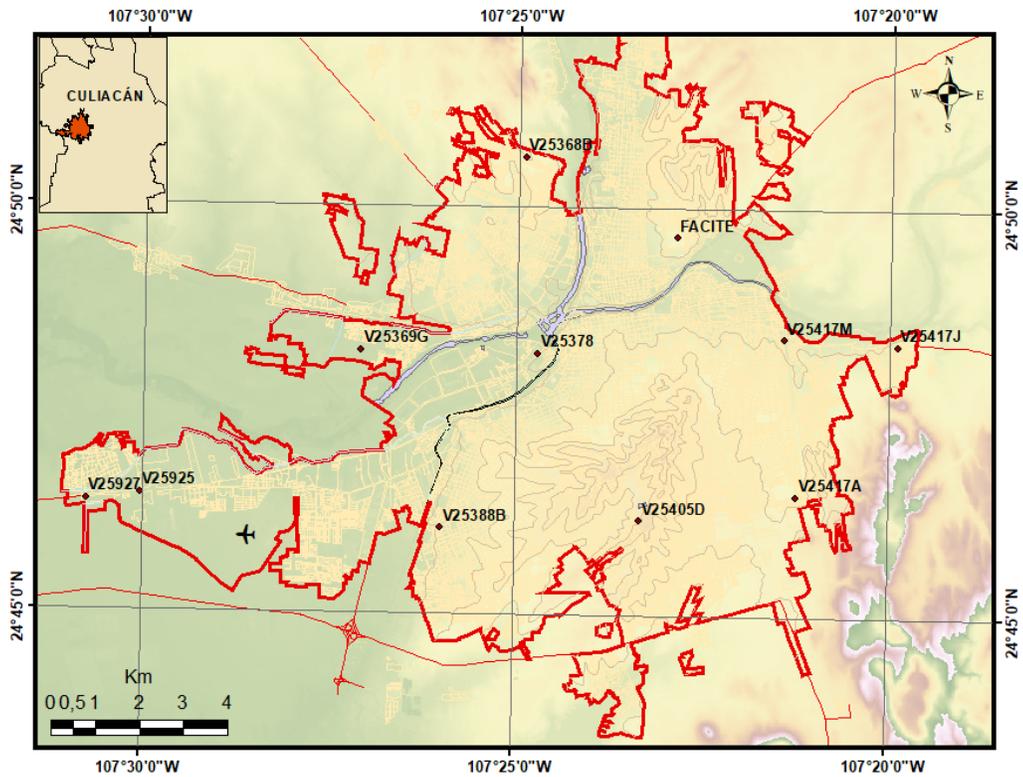
## 4.1 Área de estudio

Como primer paso de la investigación se debió determinar el área de estudio, para esto, se eligieron un conjunto de vértices geodésicos, ubicados sobre la carretera Altata-Culiacán, en la zona urbana de la ciudad Culiacán y la carretera Culiacán-Presa Sanalona, los cuales pertenecen a los municipios de Culiacán y Navolato, Sinaloa, entre las latitudes  $24^{\circ}37'N$  y  $24^{\circ}52'N$  y las longitudes  $107^{\circ}56'W$  y  $107^{\circ}08'W$ , ilustradas en las Figuras 24-26.

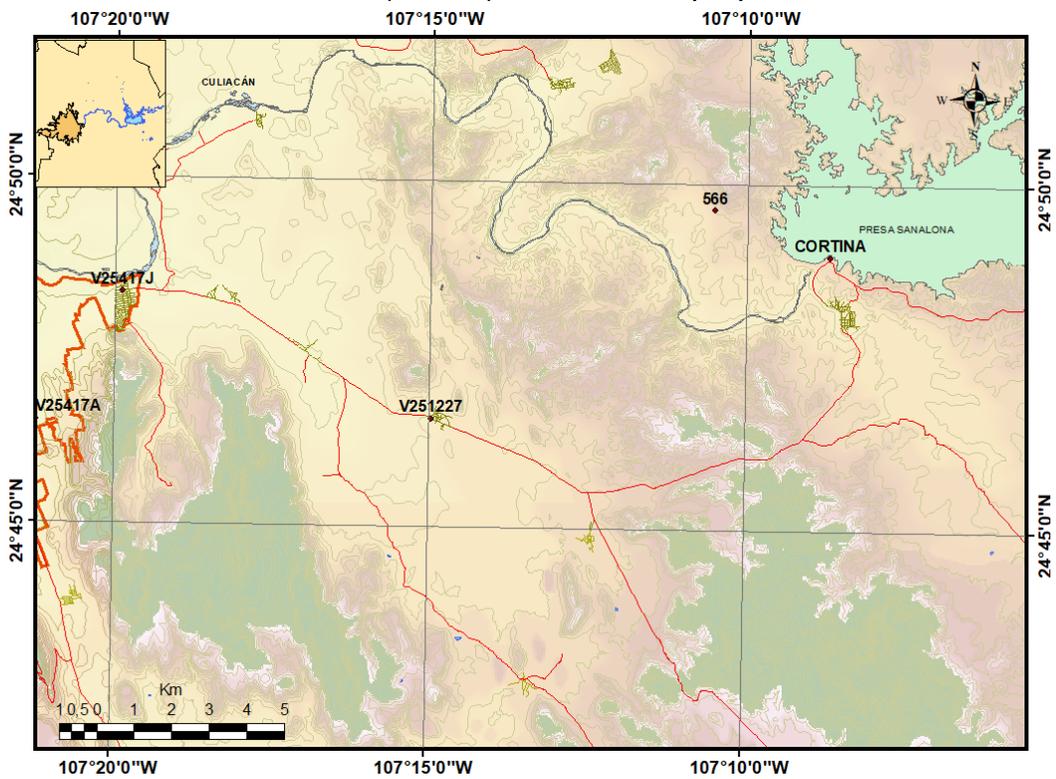
La decisión de elegir esta zona para la investigación se debió a la disponibilidad de datos generados a través de diversas campañas de mediciones realizadas por el INEGI, así como las realizadas por instituciones educativas como la Universidad Autónoma de Sinaloa y el Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada.



**Figura 24.** Vértices utilizados en el tramo de la carretera Altata-Culiacán. Elaboración propia.



**Figura 25.** Vértices utilizados de la Red Geodésica Urbana en la ciudad de Culiacán, Sinaloa (RGUC). Elaboración propia.



**Figura 26.** Vértices utilizados en el tramo de la carretera Culiacán-Sanalona. Elaboración propia.

Por otro lado, se planeó realizar mediciones de desniveles y posicionamiento satelital para complementar la información disponible por lo que elegir esta zona de estudio, facilito los trabajos de medición realizados.

## **4.2 Materiales y métodos**

Una vez determinada la zona de estudio se realizó una recopilación de la información de posicionamiento satelital, altimetría y gravimetría existente de los vértices geodésicos seleccionados. Se continuó con el análisis de las características de cada uno de los vértices geodésicos y se determinó el estado en el que se encuentran, es decir, las mediciones que se han realizado. Posteriormente, se planeó y se llevaron a cabo las mediciones necesarias, para adaptar a su condición actual, las convenciones globales como complemento.

### **4.2.1 Posicionamiento Satelital**

Para el caso de mediciones de vértices geodésicos con GNSS, se debe prestar atención que su infraestructura sea estable y se encuentre en buenas condiciones, ubicados preferentemente en lugares despejados que permitan una buena visibilidad de los satélites, evitar el efecto multitrayectoria, entre otros, que permita calidad en las observaciones.

### **Adquisición de datos**

En dependencia del método de medición para determinar las coordenadas geodésicas será la configuración del equipo a utilizar, la Tabla 3 muestra las configuraciones más comunes en lo receptores GNSS que son utilizadas de acuerdo a la actividad para la que se utilice.

<i>Método</i>	<i>Actividad</i>	<i>Intervalo de Registro (segundos)</i>	<i>Tiempo de observación</i>	<i>Equipo GPS</i>	<i>Parámetros</i>		
					<i>Levantamiento</i>	<i>Elevación de la mascara</i>	<i>Medición de la Altura vertical de la antena</i>
<i>Estático</i>	<i>Subsidencia</i>	15.0	3 h	<i>Doble Banda</i>	<i>Diferencial</i>	15°	<i>Al inicio y al final</i>
<i>Estático</i>	<i>GPS sobre Bancos de Nivel Diversas</i>	15.0	3 h	<i>Doble Banda</i>	<i>Diferencial</i>	15°	<i>Al inicio y al final</i>
<i>Absoluto</i>	<i>que requieren exactitudes métricas</i>	<i>N/A</i>	<i>N/A</i>	<i>Una Banda Navegador</i>	<i>Absoluto</i>	<i>N/A</i>	<i>N/A</i>

**Tabla 3.** Configuración de receptores GNSS de acuerdo a la actividad o requerimiento  
Procesamiento de datos

El procesamiento de mediciones de precisión, como las realizadas en este trabajo, requiere de un tratamiento riguroso de los datos, la aplicación de un modelo matemático de mínimos cuadrados y un modelo estocástico que permitan una estimación de parámetros con la mayor calidad posible, para esto se suelen utilizar archivos como los mostrados en la tabla 4.

<i>Parámetros de ajuste</i>	<i>Extensión</i>	<i>Fuente</i>
<i>Órbitas precisas</i>	<i>sp3, clk</i>	<i>ftp://cddis.gsfc.nasa.gov/gnss/products/wgpps/</i>
<i>Archivo de rotación</i>	<i>erp</i>	<i>ftp://cddis.gsfc.nasa.gov/gnss/products/</i>
<i>Carga oceánica</i>	<i>blq</i>	<i>http://holt.oso.chalmers.se/loading/</i>
<i>Carga ionosférica</i>	<i>ion</i>	<i>ftp://cddis.gsfc.nasa.gov/gps/products/ionex/</i>
<i>Calibración de la antena</i>	<i>atx</i>	<i>ftp://ftp.igs.org/pub/station/general/</i>

**Tabla 4.** Archivos para procesamiento de mediciones satelitales. Elaboración propia.

En este trabajo se utilizó RTKLIB, que es un paquete de programas de código abierto para el posicionamiento estándar y preciso con GNSS, el cual consiste en una biblioteca de programas portátil.

#### 4.2.2 Nivelación geométrica de precisión

La nivelación geométrica de precisión, se refiere a la medición de las diferencias de nivel o de elevación entre los diferentes puntos del terreno, las cuales representan las distancias verticales medidas a partir de un plano horizontal de referencia. La determinación de las alturas o distancias verticales también se puede hacer a partir de

las mediciones de las pendientes o grado de inclinación del terreno y de la distancia inclinada entre cada dos puntos. Como resultado se obtiene el esquema vertical.

Estos trabajos de mediciones geodésicas, se planifican y se realizan de tal forma, que la precisión de los resultados obtenidos, no sea menor a la precisión establecida (conocida) inicialmente. Si los resultados finales de las mediciones no responden a los valores permisibles de precisión, entonces estos serán desechados. Por lo tanto, la precisión preestablecida deberá ser, sin condiciones, satisfecha. Esta posición adquiere una importancia sobresaliente, en la solución de la planificación y realización de las mediciones ingeniero geodésicas considerando sus particularidades.

### **Adquisición de datos**

El método de nivelación, consiste en registrar el valor de altura observado en una regla graduada al centímetro, conocida como mira o estadal, para obtener la altura geométrica, la cual permite obtener diferencias de elevación de uno o más puntos respecto una superficie de referencia dada.

### **Ajuste de datos**

Para el ajuste de redes de nivelación, se utiliza el método de ecuaciones de observación, aplicando el método de mínimos cuadrados. Este método permite calcular magnitudes de manera indirecta si estas se vinculan a otras magnitudes que fueron obtenidas de manera directa. Las ecuaciones de observación, considerando que se tiene un polígono de tres lados y donde se conoce uno de los vértices ( $i$ ) y a partir del cual se conocerán los valores reales de los vértices de  $j$  y  $k$ , y con estos se formaran un conjunto de ecuaciones normales, las cuales se resuelven para obtener los valores más probables de las elevaciones desconocidas  $h_j$  y  $h_k$ .

Siendo  $h_i$  la altura conocida  $i$ ,  $h_j$ ,  $h_k$  las alturas desconocidas  $j$ ,  $k$ ,  $\Delta h_{j,i}$ ,  $\Delta h_{k,j}$ ,  $\Delta h_{i,k}$ , las observaciones formadas por las diferencias de elevación;  $v_{h_{j,i}}$ ,  $v_{h_{k,j}}$ ,  $v_{h_{i,k}}$ , los residuales.

### Diferencias de elevación

$$\begin{aligned}\Delta h_{ji} &= h_j - h_i \\ \Delta h_{kj} &= h_k - h_j \\ \Delta h_{ik} &= h_i - h_k\end{aligned}\quad (1)$$

### Ecuaciones de observación

$$\begin{aligned}h_j &= \Delta h_{ji} + h_i + v_{h_{ji}} \\ h_k - h_j &= \Delta h_{kj} + v_{h_{kj}} \\ -h_k &= \Delta h_{ik} - h_i + v_{h_{ik}}\end{aligned}\quad (2)$$

### Representación matricial de las ecuaciones de observación:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_j \\ h_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta h_{ji} + h_i \\ \Delta h_{kj} \\ \Delta h_{ik} - h_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{h_{ji}} \\ v_{h_{kj}} \\ v_{h_{ik}} \end{bmatrix}\quad (3)$$

### Matriz de pesos:

$$P = \begin{bmatrix} \frac{1}{Cd_{ji}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{Cd_{kj}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{Cd_{ik}} \end{bmatrix}\quad (4)$$

Para la construcción de la matriz de pesos se considera que el peso de la observación es inversamente proporcional a la distancia ( $d_{ji}$ ) del tramo entre puntos visados multiplicado por un factor constante  $C$  que depende de varios de factores: precisión de los instrumentos, métodos de observación, condiciones de observación, habilidad del operador, etc. (Ghilani., 1997).

### 4.2.3 Gravimetría

La Gravimetría es una disciplina que consiste en la medición de la aceleración de la gravedad sobre la superficie terrestre o muy próximo a ella como una función del tiempo y la posición. Se parte de que sobre un punto cualquiera de la superficie terrestre, actúan dos fuerzas, la de atracción terrestre o gravitacional debida a la masa de la Tierra ( $F_T$ ), esta se representa con la flecha roja en la Figura 26:

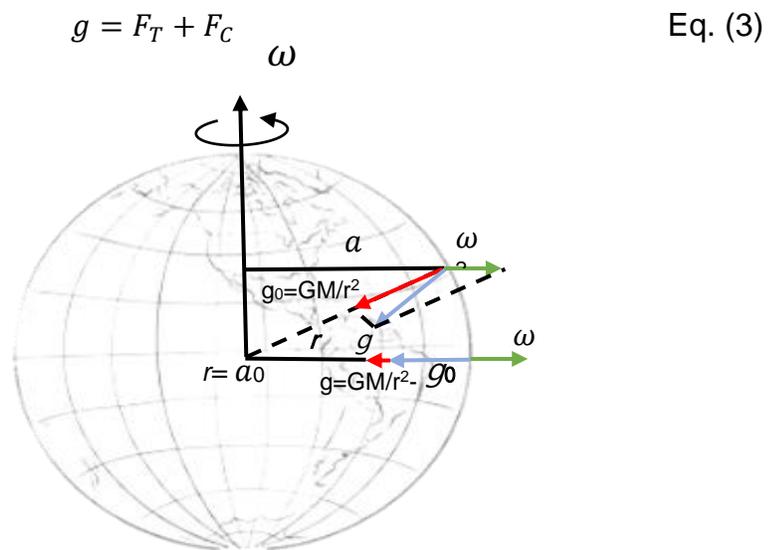
$$F_T = -GM_T/R_T^2 \quad \text{Eq. (1)}$$

Donde  $G = 6.674 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg}\cdot\text{s}^2$  ( $G$ : Constante de Gravitación Universal),  $M_T = 5.976 \times 10^{24} \text{ kg}$  ( $M_T$ : Masa Promedio de la Tierra),  $R_T^2 = 6371 \text{ km}$  ( $R_T^2$ :Radio Promedio

de la Tierra); y la fuerza centrífuga ( $F_C$ ) representada por la flecha verde en la Figura 27, la cual se debe a la rotación constante de la Tierra sobre su propio eje.

$$F_C = \omega^2 a \quad \text{Eq. (2)}$$

Donde  $\omega = 2\pi/86164$  ( $\omega$ : Velocidad angular de la rotación terrestre),  $a$ = distancia del punto de medición al eje de rotación. La dirección de la fuerza de atracción es hacia el centro de masas de la Tierra, (vertical del lugar), según una línea de fuerza curvada. Y la fuerza centrífuga, dirigida en dirección perpendicular al eje de rotación de la tierra. La resultante de ambas se llama fuerza de la gravedad.



**Figura 27.** Fuerzas que actúan en la fuerza de gravedad terrestre. Elaboración propia.

De manera global el promedio del valor de la fuerza de gravedad tiene una magnitud de  $9.85 \text{ m/s}^2$ . La fuerza de atracción es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia, por lo que en el ecuador la fuerza de gravedad es menor que en otras latitudes, y conforme nos alejamos al sur o al norte, la fuerza de gravedad se va incrementando, esto debido al achatamiento de la Tierra en los polos que hace que la distancia se reduzca a medida que la latitud aumenta.

## **Adquisición de datos**

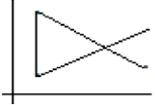
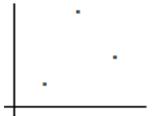
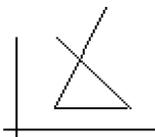
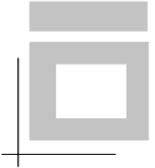
La medición de la gravedad se llevó a cabo de dos formas, de forma absoluta y de forma relativa. En el primer caso, la observación consiste en medir las cantidades fundamentales de la aceleración: distancia y tiempo. Conociendo estas dos cantidades es posible calcular la gravedad en un punto. En el segundo caso, el sensor se restringe a detectar directa o indirectamente alguna de las dos cantidades fundamentales mencionadas: distancia (o longitud) o tiempo. En cuanto a las determinaciones relativas, el hecho de medir alguna de las dos magnitudes antes mencionadas establece un problema indeterminado. El mismo puede ser resuelto observando una de las dos cantidades fundamentales en una estación respecto de otra, donde la cantidad no observada se toma como fija. La diferencia de gravedad entre las dos estaciones de observación ( $\Delta g$ ) se calcula a partir de la diferencia observada en tiempo o longitud. El resultado de la medición relativa será la diferencia de gravedad referida a una estación base con gravedad conocida. Las mediciones relativas de la gravedad se efectúan con instrumentos mucho más económicos y fácilmente transportables que los empleados en las determinaciones absolutas. Ambos métodos de medición fueron mejorando sus precisiones a lo largo del tiempo gracias al avance tecnológico y científico. Sin embargo, los principios básicos de funcionamiento de ambos métodos no han variado en forma significativa.

### **4.3 PostGis para la elaboración de la base de datos**

PostGIS es una extensión al sistema de base de datos objeto-relacional PostgreSQL que permite el uso de objetos de Sistemas de Información Geográfica (SIG), incluye soporte para índices GiST basados en R-Tree, y funciones básicas para el análisis de objetos SIG. Fue creado por Refrations Research Inc, como un proyecto de investigación de tecnologías de bases de datos espaciales bajo licencia GNU.

Con PostGIS podemos usar todos los objetos que aparecen en la especificación OpenGIS como puntos, líneas, polígonos, multilíneas, multipuntos, y colecciones

geométricas(Tabla 5). Para este trabajo los objetos a analizar solo serán puntos, con información relacionada a estos.

<i>Tipo de geometría</i>	<i>Representación textual</i>	<i>Comentario</i>	<i>Representación gráfica</i>
<i>Punto</i>	<i>Point</i> (10 10)	<i>Un punto</i>	
<i>Línea</i>	<i>LineString</i> (10 10, 20 20, 30 40)	<i>Una línea con 3 puntos</i>	
<i>Polígono</i>	<i>Polygon</i> ((10 10, 10 20, 20 20, 20 15, 10 10))	<i>Un polígono con un anillo exterior y cero anillos interiores</i>	
<i>Multipunto</i>	<i>MultiPoint</i> ((10 10), (20 20))	<i>Un multipunto con 2 puntos</i>	
<i>Multilínea</i>	<i>MultiLinestring</i> (( 10 10, 20 20), (15 15, 30 15))	<i>Una multilínea con 2 líneas</i>	
<i>Multipolígono</i>	<i>MultiPolygon</i> (((10 10, 10 20, 20 20, 20 15, 10 10)), ((60 60, 70 70, 80 60, 60 60)))	<i>Un Multipolígono con 2 polígonos</i>	
<i>Colección de geometrías</i>	<i>GeometryCollection</i> (POINT(10 10), POINT( 30 30), LINESTRING ( 15 15, 20 20))	<i>Una colección de geometrías del valor de 2 puntos y el valor de una línea</i>	

**Tabla 5.** Tipos de objetos utilizados en OpenGIS. Elaboración propia.

## 5 DESARROLLO EXPERIMENTAL PARA EL CÁLCULO DE NÚMEROS GEOPOTENCIALES

El desarrollo experimental se ha llevado a cabo sobre la carretera Altata-Culiacán, un segmento de la Red Geodésica Urbana en la Ciudad de Culiacán, Sinaloa (RGUC) y la carretera Culiacán-Presa Sanalona, ilustrados en las Figuras 24-26.

Los vértices que se tomaron en cuenta para llevar a cabo el experimento fueron: 8 sobre la carretera Altata-Culiacán, de igual manera se seleccionaron 8 vértices para el segmento de la RGUC y para la carretera Culiacán-Sanalona se tomaron en cuenta 4 vértices geodésicos, de los cuales es necesario conocer los valores de gravedad, desnivel geométrico y coordenadas geodésicas. Todos estos vértices geodésicos, forman parte de la infraestructura física del Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI), materializados mediante placas metálicas.

Se llevaron a cabo trabajos de nivelación geométrica tradicional de alta precisión de acuerdo a las normas técnicas vigentes mexicanas, con equipo electrónico de alta precisión y con miras invar. El proceso de ajuste matemático de los resultados de las mediciones altimétricas se realizó aplicando el método paramétrico basado en el principio de los mínimos cuadrados.

Junto con las mediciones de diferencias de alturas se realizaron mediciones precisas relativas de la aceleración de la gravedad. Las mediciones gravimétricas relativas, se realizaron con un gravímetro relativo marca Scintrex modelo CG-5, siguiendo la técnica de enlaces en itinerarios dobles. Los datos medidos fueron procesados y corregidos, utilizando el software CGxTool de uso libre.

Con los valores obtenidos de la aceleración de la gravedad se estimó la corrección de las alturas, siguiendo el método de Heiskanen y Moritz (Heiskanen y Moritz, 1967), la cual se añade a las diferencias de alturas mediadas con nivelación geométrica para convertirlas en diferencia de alturas físicas.

Una vez obtenidos los tres datos a partir de las metodologías anteriormente descritas se realiza el cálculo de números geopotenciales, así como el de las alturas físicas a partir de las fórmulas correspondientes.

## 5.1 Planeación y ejecución de mediciones GNSS

Es necesaria la planificación de los trabajos para optimizar el tiempo, recursos humanos y económicos. Una vez definidos los puntos donde se realizarán las observaciones, es importante establecer los tiempos de medición y prestar atención a las ventanas de observación.

De acuerdo con el manual de operación de los receptores GPS Leica, el tiempo de observación de una línea es proporcional a la longitud de la misma, aunque, se puede reducir a la mitad si las observaciones se realizan en horario nocturno, de acuerdo a lo anterior, la Tabla 6 sugiere los tiempos de observación a considerar.

<i>Método de observación</i>	<i>Número de satélites. GDOP ≤ 8</i>	<i>Longitud de la línea base</i>	<i>Tiempo de observación aproximado</i>	
			<i>De día</i>	<i>De noche</i>
<i>Estático</i>	<i>4 o mas</i>	<i>Hasta 5 km</i>	<i>5 a 10 min</i>	<i>5 min</i>
<i>Rápido</i>	<i>4 o mas</i>	<i>5 a 10 km</i>	<i>10 a 20 min</i>	<i>5 a 10 min</i>
	<i>5 o mas</i>	<i>15 a 30 km</i>	<i>20 min o mas</i>	<i>5 a 20 min</i>
<i>Estático</i>	<i>4 o mas</i>	<i>15 a 30 km</i>	<i>1 a 2 hrs</i>	<i>1 hr</i>
	<i>4 o mas</i>	<i>mas de 30 km</i>	<i>2 a 3 hrs</i>	<i>2 hr</i>

**Tabla 6.** Aspectos a considerar en las observaciones GNSS. Elaboración propia.

### 5.1.1 Instrumentos de medición

Los receptores satelitales utilizados para la obtención de datos fueron Topcon Hiper V, Geomax Zenith 25, Hi-Target, los cuales tienen las siguientes características:

<i>Instrumento</i>	<i>Características</i>
	<i>Número de Canales</i> 226
	<i>Precisión del receptor Estático L1 + L2</i>
	<i>Horizontal</i> 3 mm + 0.5 ppm
	<i>Vertical</i> 5 mm + 0.5 ppm
	<i>L1</i>
	<i>Horizontal</i> 3 mm + 0.8 ppm
	<i>Vertical</i> 4 mm + 1 ppm
	<i>Estático Rápido L1 + L2</i>
	<i>Horizontal</i> 3 mm + 0.5 ppm
	<i>Vertical</i> 5 mm + 0.5 ppm
	<i>Cinemático L1 + L2</i>
	<i>Horizontal</i> 10 mm + 1 ppm
<i>Vertical</i> 15 mm + 1 ppm	
<i>RTK L1 + L2</i>	
<i>Horizontal</i> 10 mm + 1 ppm	
<i>Vertical</i> 15 mm + 1 ppm	
<i>DGPS</i> < 0.5m	

**Figura 28.** Topcon Hiper V.  
Recuperada de <https://www.topconpositioning.com/es/support/products/hiper-v>



**Figura 29.** Geomax Zenith 25,  
Recuperada de <https://geocad.com.mx/producto/zenith-25/>

Canales	120
<i>Precisión del Receptor</i>	
<i>Estático horizontal</i>	5 mm ± 0.5 ppm
<i>Estático vertical</i>	10 mm ± 0.5 ppm
<i>Estático hor. largo</i>	3 mm ± 0.1 ppm
<i>Estático vertical largo</i>	3.5 mm ± 0.4 ppm
<i>Cinemático horizontal</i>	10 mm ± 1 ppm
<i>Cinemático vertical</i>	20 mm ± 1 ppm



**Figura 30.** Hi-Target V30.  
Recuperada de <https://en.hi-target.com.cn/product/prodetail.aspx?pid=5246>

Canales	220
<i>Precisión del Receptor</i>	
<i>Estático y Estático Rápido</i>	
<i>Horizontal</i>	2.5 mm + 0.5 ppm
<i>Vertical</i>	5 mm + 0.5 ppm
<i>Post – Proceso Cinemático</i>	
<i>Horizontal</i>	10 mm + 1 ppm
<i>Vertical</i>	25 mm + 1 ppm
<i>Posicionamiento GNSS</i>	
<i>Diferencial</i>	
<i>Horizontal</i>	25 cm + 1 ppm
<i>Vertical</i>	50 cm + 1 ppm

### 5.1.2 Proceso de medición

El proceso de medición se realizó utilizando un grupo de receptores geodésicos del sistema global de posicionamiento, en sesiones de trabajo de cuatro horas en promedio con intervalos de grabación de datos satelitales a cada segundo. Esto permite filtrar y clasificar los datos obtenidos en el proceso de medición en concordancia con el plan de observaciones satelitales.

### 5.1.3 Procesamiento y resultado de las mediciones

El procesamiento de la información satelital recolectada, se realizó tomando en cuenta la variación de las coordenadas en el tiempo, debido a los efectos de la dinámica de la Tierra, ya sea por movimiento de las placas tectónicas, la variación de la orientación de la Tierra en el espacio, entre otros. Por este motivo, los sistemas de referencia modernos, además de proporcionar las coordenadas de los puntos geodésicos, deben

contar con la época de referencia para la cual estas coordenadas son válidas (geocéntricas [  $X, Y, Z$  ] o curvilíneas [  $\varphi, \lambda, h$  ] con la época de referencia).

El Sistema de referencia tridimensional en México esta materializado por la RGNA, forma parte de la densificación de SIRGAS y sus coordenadas están definidas en el ITRF2008, época 2010.0, con velocidades calculadas por DGFI para el procesamiento de mediciones satelitales.

El procedimiento implica, obtener coordenadas de las estaciones de referencia en la época de medición de los datos a procesar, antes del procesamiento y ajuste, posteriormente una vez realizado el ajuste se llevan las coordenadas resultantes, a la época 2010.0.

A partir de la estación CULC se determinaron las coordenadas de 21 vértices geodésicos, mediante posicionamiento diferencial realizado en diferentes fechas, a continuación, se utiliza como ejemplo el punto MAREOGRAFO medido el 30 de octubre de 2018.

1. El día 30 de octubre corresponde al día 303 del año, por lo tanto, la época de medición es:

$$\frac{303}{365} = 0.8$$

Esto quiere decir que la época de observación es 2018.8.

2. Las coordenadas y velocidades proporcionadas por INEGI para la estación CULC (época 2010.0) son:

$$\varphi = 24^{\circ}47'42.30742'' \quad \lambda = 107^{\circ}24'45.34764'' W \quad h = 36.138$$

$$X = -1733739.03229 \quad V_X = -0.0114 \text{ m/año}$$

$$Y = -5528108.58545 \quad V_Y = 0.0022 \text{ m/año}$$

$$Z = 2658500.52648 \quad V_Z = -0.0074 \text{ m/año}$$

La diferencia en tiempo entre la observación y la época de referencia es:

$$2018.8 - 2010.0 = 8.8 \text{ años}$$

Entonces, para realizar el cambio de las coordenadas de la estación base CULC a la época de medición:

$$\Delta x = (-0.0114 \times 8.8) = -0.10032 \text{ m}$$

$$\Delta y = (0.0022 \times 8.8) = 0.01936 \text{ m}$$

$$\Delta z = (-0.0074 \times 8.8) = -0.06512 \text{ m}$$

Con esto las coordenadas de CULC para la época 2018.8 son:

$$X = (-1733739.03229 - 0.10032) = 1733739.13261$$

$$Y = (-5528108.58545 + 0.01936) = -5528108.56609$$

$$Z = (2658500.52648 - 0.06512) = 2658500.46136$$

3. El procesado de las observaciones se realiza utilizando como referencia las coordenadas de la estación CULC para la época 2018.8. El resultado es:

Coordenadas Geocéntricas	Coordenadas Geodésicas
$X = -1785577.6681$	$\varphi = 107^{\circ}55'33.3085$
$Y = -5519716.3550$	$\lambda = 24^{\circ}37'36.2937$
$Z = 2641535.2753$	$h = -26.6763$

4. Para el traslado de las coordenadas obtenidas a la época de referencia oficial (2010.0).

Comúnmente no se cuenta con velocidades para los puntos medidos, así que se aplica un modelo de velocidades de placas tectónicas (ya sea global o regional), con el fin de aplicar los desplazamientos ocurridos en cada punto medido, desde la época del marco oficial hasta la época de medición, para llevar las coordenadas a la época del marco oficial. El modelo adoptado para aplicar este procedimiento es el ITRF2008 PMM, ya que en una evaluación se detectó que es el que mejor en modela los desplazamientos en territorio mexicano. Los valores del modelo de velocidades de placas tectónicas ITRF2008 PMM para las placas norteamericana y del Pacífico son (Sanchez, 2004):

<i>Placa</i>	<i>Vector de rotación (Cartesianas)</i>		
	$\omega_x$ (mas/a)	$\omega_y$ (mas/a)	$\omega_z$ (mas/a)
<i>Norteamérica</i>	0.035 $\pm 0.005$	-0.662 $\pm 0.009$	-0.100 $\pm 0.008$
<i>Pacífico</i>	-0.411 $\pm 0.007$	1.036 $\pm 0.007$	-2.166 $\pm 0.009$

**Tabla 7.** Aspectos a considerar en las observaciones GNSS

Aplicando esto, las coordenadas en la época de referencia oficial 2010.0 para el punto *MAREOGRAFO* son:

*Coordenadas Geocéntricas*

$$X = -1785576.9675$$

$$Y = -5519715.2587$$

$$Z = 2641534.9389$$

*Coordenadas Geodésicas*

$$\varphi = 24^{\circ}37'36.3001''N$$

$$\lambda = 107^{\circ}55'33.2968''W$$

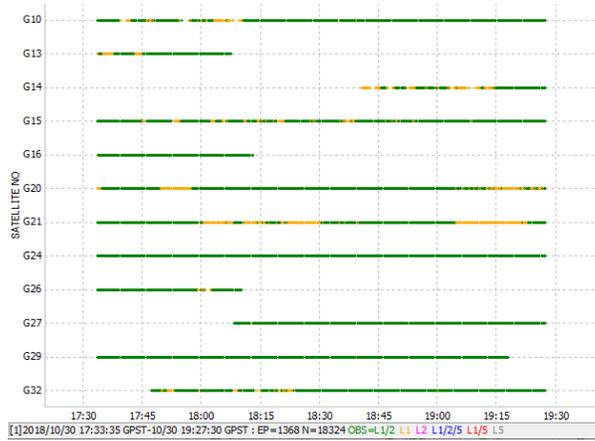
$$h = -27.9607$$

El procesado de los puntos se realizó mediante el programa RTKLIB, que, al ser un software libre, no está influenciado por el fabricante de receptores satelitales que pudieran alterar la precisión de las mediciones. Como primer paso, se realizó un análisis previo de los datos para las estaciones medidas, RTKLIB permite visualizar el estado de las observaciones, en la Figura 27, se muestran los satélites visibles durante la sesión de medición, la vista de los satélites desde el cielo, DOP, elevación, multitrayectoria, además también muestra la relación señal ruido para el vértice denominado mareógrafo, de igual manera se realizó el análisis en cada uno de los 21 vértices que han sido utilizados en este trabajo.

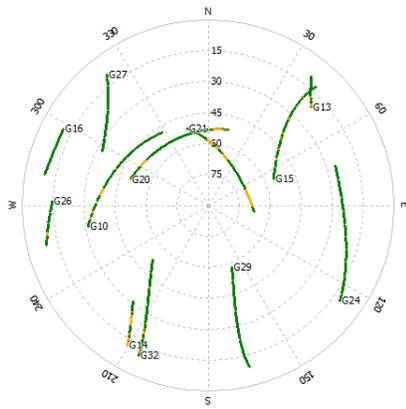
La configuración para el procesado de las observables para cada uno de los vertices, fue realizada como se muestra en la Figura 28, en la cual se utilizan los parámetros de ajuste detallados en la Tabla 4.

Una vez obtenidas las coordenadas de cada vértice, se procedió a hacer el ajuste con TopconTools, que cuenta con un módulo de ajuste de red por el método de mínimos cuadrados.

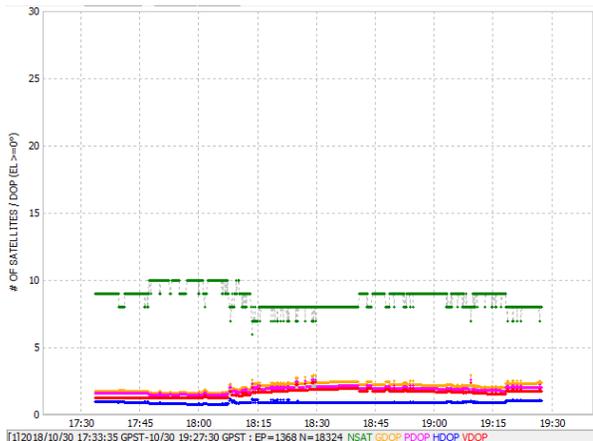
Realizado el ajuste las coordenadas obtenidas se trasladan a la época de referencia oficial.



(a)



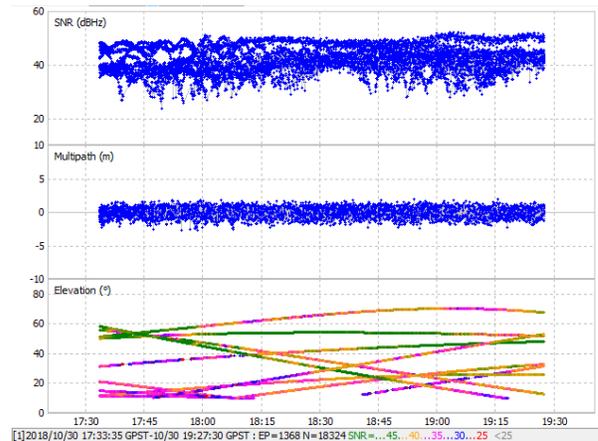
(c)



(d)



(b)



(e)

**Figura 31.** (a) Satélites visibles, (b) Vértice denominado mareógrafo, (c) Vista desde el cielo, (d) DOP, (e) Elevación, multitrayectoria y relación señal ruido. Elaboración propia.

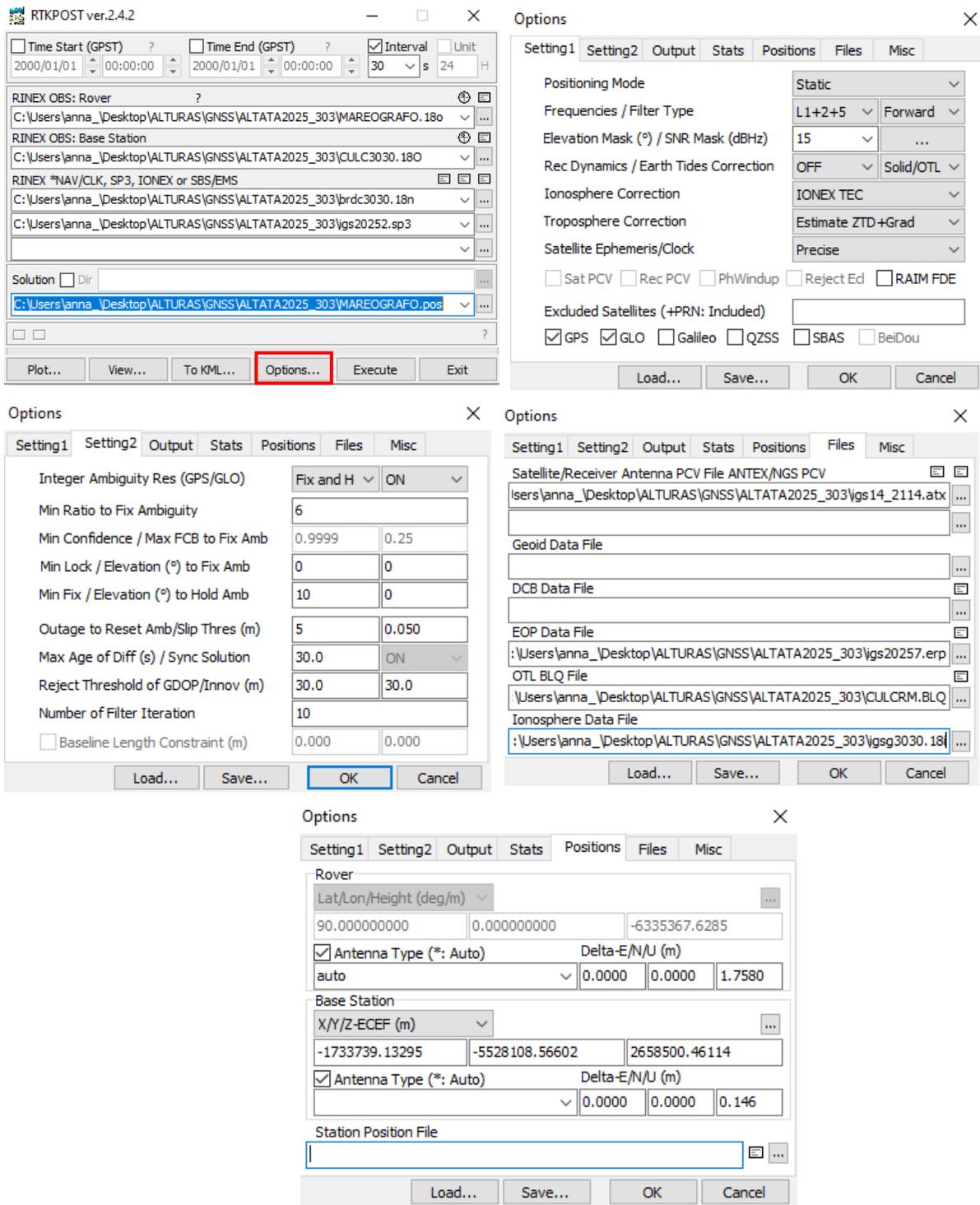


Figura 32. Configuración de RTKLIB para el procesado de datos GNSS. Elaboración propia.

A partir del procesado se obtuvieron las coordenadas de los vértices mostrados en la Tabla 8, tanto en el Marco Oficial Mexicano, como en el marco de referencia SIRGAS.

<i>Vértice</i>	<i>ITRF2008 época 2010.0</i>		<i>SIRGAS2000 época 2015.0</i>	
	<i>Coordenada geográfica (<math>\varphi, \lambda, h</math>)</i>	<i>Coordenada cartesiana (X, Y, Z)</i>	<i>Coordenada geográfica (<math>\varphi, \lambda</math>)</i>	<i>Coordenada cartesiana (X, Y, Z)</i>
<i>MAREOGRÁFO</i>	24°37'36.3001" N	-1785576.9675	24°37'36.2999" N	-1785576.9965
	107°55'33.2968" W -27.9607	-5519715.2587 2641534.9389	107°55'33.2979" W -27.9752	-5519715.2468 2641534.9094
<i>SCT</i>	24°38'01.2652" N	-1786008.2285	24°38'01.2615" N	-1786008.2843
	107°55'53.0987" W -28.2355	-5519239.0037 2642233.0589	107°55'53.093" W -27.5458	-5519239.6946 2642233.2425
<i>V25982</i>	24°42'05.9885" N	-1774745.7153	24°42'05.9873" N	-1774745.7712
	107°49'28.2023" W -22.4223	-5519575.4086 2649078.1716	107°49'28.2042" W -22.4223	-5519575.4066 2649078.1384
<i>V25975</i>	24°43'36.0399" N	-1770553.5522	24°43'36.0388" N	-1770553.6082
	107°47'04.7542" W -19.8135	-5519707.5046 2651596.2604	107°47'04.7561" W -19.8135	-5519707.5026 2651596.2274
<i>V25964A</i>	24°45'28.1698" N	-1765401.6770	24°45'28.1686" N	-1765401.7330
	107°44'08.6583" W -16.082	-5519844.9306 2654731.2335	107°44'08.6602" W -16.082	-5519844.9286 2654731.2005
<i>858 - 4</i>	24°45'20.9961" N	-1761237.0831	24°45'20.9949" N	-1761237.1391
	107°41'32.0082" W -16.331	-5521271.9393 2654530.6869	107°41'32.0101" W -16.3311	-5521271.9373 2654530.6540
<i>V25935</i>	24°46'05.2402" N	-1748222.1509	24°46'05.2390" N	-1748222.2069
	107°33'32.2761" W -4.449	-5524819.9505 2655771.8508	107°33'32.2780" W -4.449	-5524819.9485 2655771.8181
<i>V25927</i>	24°46'21.5308" N	-1743661.1466	24°46'21.5296" N	-1743661.2026
	107°30'44.3264" W 0.372	-5526045.4898 2656229.0030	107°30'44.3283" W 0.372	-5526045.4878 2656228.9703
<i>V25925</i>	24°46'26.5174" N	-1742498.0162	24°46'26.5162" N	-1742498.0722
	107°30'01.6141" W 2.376	-5526346.8577 2656369.1569	107°30'01.6160" W 2.3759	-5526346.8557 2656369.1243
<i>V25378</i>	24°48'12.6" N	-1733555.6869	24°48'12.5988" N	-1733555.7429
	107°24'43.2" W 3.756	-5527725.5468 2659333.0775	107°24'43.202" W 3.7559	-5527725.5449 2659333.0450
<i>V25388B</i>	24°46'03.32" N	-1736101.5990	24°46'03.3188" N	-1736101.6550
	107°25'59.49" W 10.799	-5528681.1039 2655724.5906	107°25'59.4919" W 10.7989	-5528681.1019 2655724.5581
<i>V25369G</i>	24°48'13.71" N	-1737367.6434	24°48'13.7088" N	-1737367.6994
	107°27'05.62" W 3.496	-5526513.3645 2659363.9718	107°27'05.6219" W 3.4958	-5526513.3625 2659363.9392
<i>V25368B</i>	24°50'36.53" N	-1733321.5083	24°50'36.5288" N	-1733321.5644
	107°24'54.79" W 46.787	-5525891.3570 2663370.6318	107°24'54.7919" W 46.7869	-5525891.3551 2663370.5993
<i>FACITE</i>	24°49'38.96" N	-1730242.5772	24°49'38.9588" N	-1730242.6333
	107°22'51.72" W 32.768	-5527622.4828 2661757.1533	107°22'51.7219" W 32.7679	-5527622.4809 2661757.1208
<i>V25417M</i>	24°48'24.586" N	-1728195.1756	24°48'24.5848" N	-1728195.2317
	107°21'24.8" W 16.323	-5529253.6534 2659673.1270	107°21'24.8019" W 16.323	-5529253.6515 2659673.0946

	24°46'28.87" N	-1728344.3336	24°46'28.7988" N	-1728344.3896
V25417A	107°21'13.49" W	-5530795.9286	107°21'13.4919" W	-5530795.9267
	41.33	2656449.2507	41.3299	2656449.2183
	24°46'10.20" N	-1731806.5425	24°46'10.1988" N	-1731806.5985
V25405D	107°23'19.59" W	-5529997.8137	107°23'19.5919" W	-5529997.8118
	76.756	2655944.4434	76.7558	2655944.4109
	24°48'20.5419" N	-1725758.3718	24°48'20.5664" N	-1725758.4088
V25417J	107°19'53.2537" W	-5530075.9214	107°19'53.252" W	-5530075.9124
	23.1932	2659563.0567	23.514	2659563.8733
	24°46'33.3754" N	-1718263.8698	24°46'33.3739" N	-1718262.9579
V25227	107°14'58.0083" W	-5533902.6823	107°14'58.0096" W	-5533902.0014
	71.3236	2656589.6455	71.216	2656589.0243
	24°48'57.4062" N	-1707602.8887	24°48'57.4046" N	-1707602.9478
CORTINA	107°08'40.5992" W	-5535311.0613	107°08'40.6009" W	-5535311.0847
	128.6629	2660636.9242	128.6835	2660636.8871
	24°49'37.8423" N	-1710386.5507	24°49'37.8413" N	-1710386.5878
566	107°10'30.2261" W	-5533891.3813	107°10'30.2275" W	-5533891.3724
	114.472	2661760.2473	114.4607	2661760.2152

**Tabla 8.** Coordenadas finales de acuerdo a la Norma oficial mexicana y coordenadas calculadas con soluciones SIRGAS.

## 5.2 Planeación y ejecución de trabajos de nivelación geométrica de precisión

En la información generada con anterioridad en diversos trabajos, se eligieron los vértices adecuados para la realización del experimento, sobre los cuales se realizó el proceso de acopio de información mediante mediciones de nivelación diferencial con el objetivo de realizar el presente trabajo de investigación. Utilizando la estructura geodésica fijada por INEGI, y tomando en cuenta la Norma Técnica de Estándares de Exactitud Posicional, publicada en el Diario Oficial el 23 de diciembre de 2010, capítulo IV (Especificaciones Técnicas), artículo 10, que expresa:

“Para la clasificación de los Órdenes de Exactitud de Precisión Vertical (EPV), en la siguiente Tabla se indica la clasificación de dichos ordenes como sigue”:

<i>Orden</i>	<i>Clase</i>	<i>Error de cierre entre secciones</i>	<i>Error de cierre de la línea</i>	<i>Separación entre líneas</i>
<i>Primero</i>	<i>I</i>	$3 \text{ mm } \sqrt{K}$	$4 \text{ mm } \sqrt{K}$	<i>100 a 300 km</i>
<i>Primero</i>	<i>II</i>	$4 \text{ mm } \sqrt{K}$	$5 \text{ mm } \sqrt{K}$	<i>50 a 100 km</i>
<i>Segundo</i>	<i>I</i>	$6 \text{ mm } \sqrt{K}$	$6 \text{ mm } \sqrt{K}$	<i>25 a 50 km</i>
<i>Segundo</i>	<i>II</i>	$8 \text{ mm } \sqrt{K}$	$8 \text{ mm } \sqrt{K}$	<i>10 a 25 km</i>
<i>Tercero</i>		$12 \text{ mm } \sqrt{K}$	$12 \text{ mm } \sqrt{K}$	<i>ajustable</i>

**Tabla 9.** Clasificación de órdenes para el establecimiento de redes geodésicas altimétricas.

### 5.2.1 Instrumentos de medición

La elección del equipo geodésico, así como la metodología de adquisición de datos, está asociado estrechamente al orden y clase de red altimétrica geodésica que se estableció. En base a lo anterior, se eligió un nivel electrónico DNA03 (Figura 33) de la firma Leica, y con el propósito de elevar la precisión en el acopio de información medida en combinación con el nivel electrónico, se utilizaron miras invar de 3 mts., las cuales se colocaron, en el proceso de medición, sobre bases metálicas.



**Figura 33.** Nivel electrónico DNA-03. Recuperada de <https://www.tradeline.vn/may-thuy-binh/may-thuy-binh-dien-tu-leica-dna03-12992/>

Entre las características que se pueden mencionar relativas al nivel electrónico DNA 03, es que disponen de lectura electrónica de la altura de la mira de medición. El nivel “ojo de buey” debe ajustarse de modo aproximado para cada estacionamiento. El ajuste fino del haz objetivo se realiza automáticamente mediante el compensador de alta precisión. Una pulsación de tecla activa la medición electrónica. Si no fuese posible realizar una medición electrónica en algún momento, la altura puede leerse ópticamente desde una mira para medición convencional e introducirse manualmente con el teclado. Las características técnicas del equipo se muestran en la Tabla 10.

<i>Equipo</i>	<i>Nivel electrónico</i>
<i>Marca</i>	<i>Leica</i>
<i>Modelo</i>	<i>DNA – 03</i>
<i>Precisión</i>	<i>0.3mm / 1.0 mm / 2.00 mm</i>
<i>Método</i>	<i>Invar / Estándar / Óptica</i>
<i>Aumentos</i>	<i>24X</i>
<i>Memoria</i>	<i>Hasta 6.000 Puntos</i>
<i>Compensador</i>	<i>De péndulo</i>

**Tabla 10.** Características técnicas del equipo de medición utilizado.

### 5.2.2 Proceso de medición

Se utilizó el método de medición alternado (EFFE – FEEF) con el propósito de eliminar el error residual de la compensación automática por estación.

El equipo de medición presenta un modo de precisión que se activa en los ajustes de tolerancia para itinerario altimétrico, el instrumento monitorea la distancia de la lectura de altura (línea destino) a ambos extremos de la mira, superior e inferior.

El modo de precisión también monitorea las distancias de medición críticas respecto a la mira.

El reducido número de elementos de código de mira puede reducir ligeramente la precisión en mediciones tomadas en el borde de la mira. Si la distancia es inferior a los 50 cm, se visualiza una advertencia. El modo de precisión también monitorea las distancias de medición críticas respecto a la mira. Un ejemplo de los resultados de datos obtenidos en el proceso de acopio de información por medio del nivel electrónico DNA03 en combinación con miras invar con código de barras GPCL3, se muestran en la Tabla 11.

A1			0	<i>Control</i>	<i>Fixed in Height</i>	
A1	1.26		19.79			
17		2.1683	19.77			
17		2.1682	19.77			
17			-0.9083	<i>Measured</i>	<i>None</i>	-0.9084
A1	1.2598		19.75			
17	2.1518		19.76			
18		1.2433	19.77			
18		1.2434	19.77			
18			0.0002	<i>Measured</i>	<i>None</i>	
17	2.1519		19.74			
			158.12			-0.9084

**Tabla 11.** Archivo de medición de una línea de nivelación entre los vértices V251235-PLV251233 de la carretera Culiacán-Presa Sanalona.

### 5.3 Planeación y ejecución de mediciones gravimétricas

Para la obtención de datos de gravedad, es necesario realizar mediciones con equipo gravimétrico que permite obtener la gravedad relativa entre vértices de la red, el cual debe tener una precisión de medición 0.1 a 0.001 mgal. Al menos uno de los vértices de la red debe pertenecer a la Red Internacional de Estandarización de la Gravedad de 1971 (IGSN-71), esto, de acuerdo a la Norma Técnica para Levantamientos Geodésicos de INEGI.

Se realizarán mediciones con el método de escalera por 4 segundos, y al término de estas, se extraerá la información del equipo para no saturar la memoria del mismo y además llevar un control y respaldo de las mediciones.

Una vez terminado el levantamiento gravimétrico se procesa la información con el programa CGTools o similar, en donde se realizan las correcciones: media pesada, deriva dinámica, placa de Bouguer y topográfica, el mismo software, permite realizar el ajuste paramétrico por mínimos cuadrados.

### 5.3.1 Instrumentos de medición

Para las mediciones de gravedad de la red geodésica se utilizó un gravímetro marca Scintrex modelo CG-5 AUTOGRAV, propiedad del Depto. de Geofísica Aplicada de la División de Ciencias de la Tierra del CICESE. Este instrumento (Figura 34) es un gravímetro relativo que utiliza el alargamiento de un resorte para medir la fuerza de la gravedad con una resolución de 1 microgal, una repetibilidad de al menos 10 microgal y un rango operacional de 800 miligales. Su diseño (incluye una serie de microprocesadores, los cuales posibilitan la automatización de las mediciones y su procesamiento en tiempo real (Scintrex, 2006).



**Figura 34.** Gravímetro CG-5 AUTOGRAV. Recuperada de <http://www.geotem.com.mx/tecnologia/cg-5.php>

El gravímetro CG-5 mide a una frecuencia de 6 Hertz durante un tiempo predefinido por el usuario, el cual como mínimo es 1 segundo. Puede utilizarse en dos formas: modo levantamiento para mediciones discretas y el modo cíclico para el registro continuo de datos. La deriva instrumental en estos equipos alcanza unas décimas de *mGal* por hora. Esta deriva es en general lineal en el intervalo de unas pocas horas siempre y cuando el transporte sea adecuado, y puede ser removida de las lecturas realizando reocupaciones frecuentes de estaciones. La deriva es una característica propia de cada instrumento y en muchos casos su magnitud es variable en el tiempo.

Lo que requiere que la constante de deriva del gravímetro se actualice cada vez que se realiza un levantamiento de datos.

La actualización o calibración de la constante de deriva del gravímetro ( $D$ ) consiste en medir en modo continuo la gravedad por un periodo de 24 a 48 horas en un sitio estable. Extraer un valor de gravedad al inicio ( $gt_1$ ) y final ( $gt_2$ ) de la curva de marea gravimétrica medida libres de ruido y calcular la nueva constante de deriva ( $D'$ ) a partir de la siguiente relación:

$$D' = D + (gt_2 - gt_1)/t_2 - t_1 \quad \text{Eq. (13)}$$

Donde  $t_1$  y  $t_2$  son los tiempos de medición, respectivamente.

### 5.3.2 Proceso de medición

Se realizaron medidas de gravedad relativa en 2 etapas; La primera en la zona urbana de la Ciudad de Culiacán en el año 2014, y la segunda el 1 de mayo de 2018 con dos sesiones de medición sobre la carretera Altata-Culiacán y Culiacán-Sanalona. Las mediciones fueron realizadas con un gravímetro marca Scintrex modelo CG – 5 mediante la técnica de enlaces en red. En cada estación de midió a intervalos de 1 segundo. Previo a la estimación de los desniveles gravimétricos los datos medidos fueron preprocesados por deriva, marea y altura de aparato utilizando el software de uso libre CGxxTOOL. Como criterio de aceptación de los errores de cierre de cada circuito estos fueron comparados contra un factor de tolerancia que es función de la deriva del gravímetro y el tiempo de recorrido de cada circuito. Obtenidos los desniveles gravimétricos con su correspondiente error se procedió a la compensación de la red mediante mínimos cuadrados empleando el método paramétrico. Para el tratamiento estadístico de los resultados de la compensación los pesos de las mediciones se tomaron inversamente proporcionales a los tiempos de recorrido de los itinerarios. Se evaluaron la varianza global a posteriori, los residuales y se realizó un estudio de la fiabilidad de la red calculándose los parámetros internos (redundancia, parámetro de Barda, mínimo error detectable, de homogeneidad) y externos (de homogeneidad y vectores). Esto último para obtener información de la calidad de los datos, existencia de errores groseros y del valor máximo de error admisible en la red.

Como ejemplo de pre-procesado de datos en las Figuras 33 y 34 se muestran los datos observados y procesados del polígono 1.

Una vez realizadas las correcciones correspondientes a las mediciones, se calcularon los errores de cierre y la tolerancia de cada polígono, así como los desniveles entre vértices. Como ejemplo se realiza el cálculo del desnivel gravimétrico entre los vértices FACITE y 566 del polígono 1. Los datos fueron tomados del archivo ftra1r18.110 generado por el programa CGxxtool, mostrado en la Figura 32.

$$\Delta_{g1} = P1566 - P1FACITE = -32.5665 \pm 0.0166 - (0.00 \pm 0.0130)$$

$$= (-32.5665 - 0) \pm \left( \sqrt{0.0166^2 + 0.0130^2} \right) = -32.5665 \pm 0.021$$

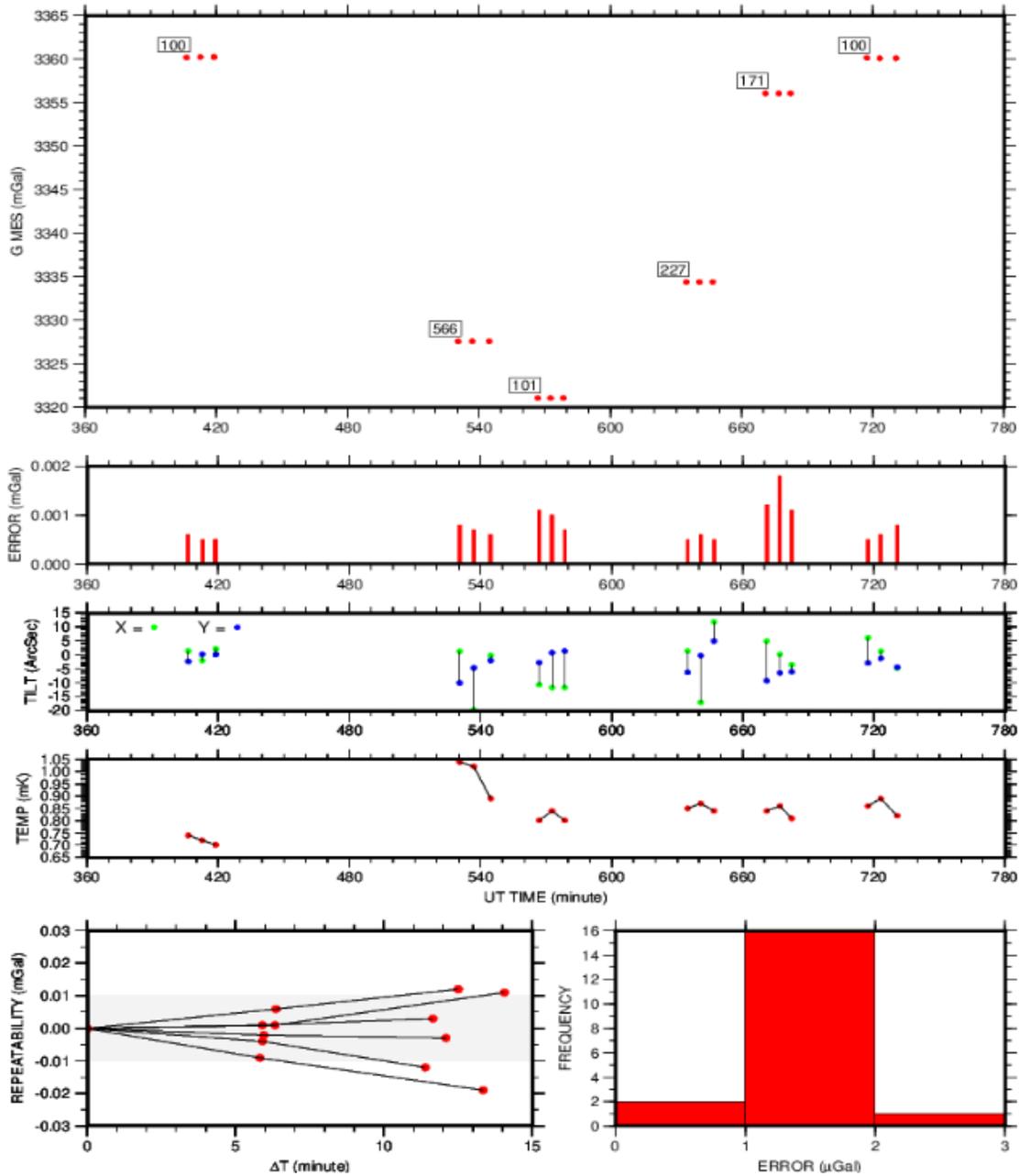
```
# INFO      : CGxTool 1.10.21 (2010-Oct-28) - FIELD RESULTS
# CREATOR   :
# DATE      : Tue May 01 21:41:42 2018
# GRAVIMETER : CGx #0024857 (1 in CG3TOOL.init) err=0
# DATA     : Total = 19 / Used = 19 / Station = 5 / Reoccupation (DT>15mn) = 1
# CORRECTION : Earth Tide = Default / Height = No / Pressure = No
# REFERENCE  : Station 100 (0.000 mGal)
# DRIFT     : Value (mGal/Day) = -0.314 +/- 0.003 / Offset (mGal) = 0.006 +/- 0.000
#           : Standard Deviation (mGal) = 0.007 / Maximum Deviation (mGal) = 0.016
#           : Correlation = -97 % / Goodness-of-fit (Q) = 0.000 (Doubtfull)
# FORMAT    : STATION / VALUE (mGal) / ERROR (mGal) / REITERATION / REOCCUPATION
100      0.0000  0.0130  7  1
566     -32.5665  0.0166  3  0
101     -39.0842  0.0103  3  0
227     -25.7211  0.0073  3  0
171     -4.0638  0.0135  3  0
```

**Figura 35.** archivo ftra1r18.110 generado por el programa CGxxtool. Elaboración propia.

1

## fra1o18.110 (20/04/18)

LONGITUDE (Degree) : -107.40      GRAVIMETER : CGx #0024857  
 LATITUDE (Degree) : 24.80      [RT=240s/CA=12/GMT= 0h]



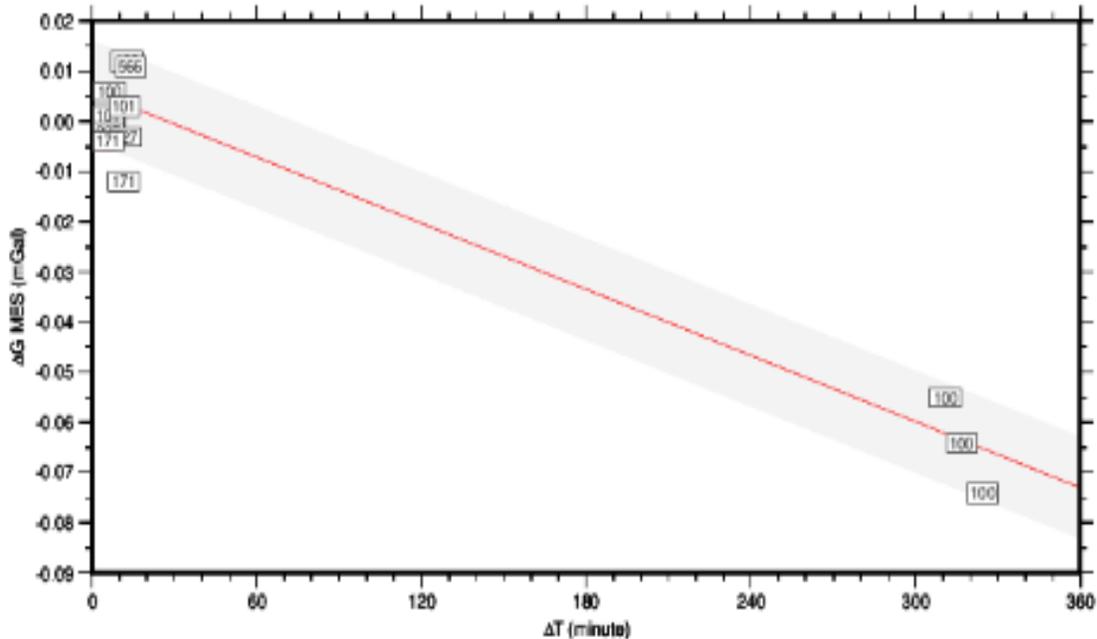
**Figura 36.** Visualización de curva de deriva; desviaciones estándar de las series de observaciones; inclinación del plano x, y; temperatura; repetibilidad e histograma de las observaciones del polígono 1. Elaboración propia.

# ftra1o18.110 (20/04/18)

2

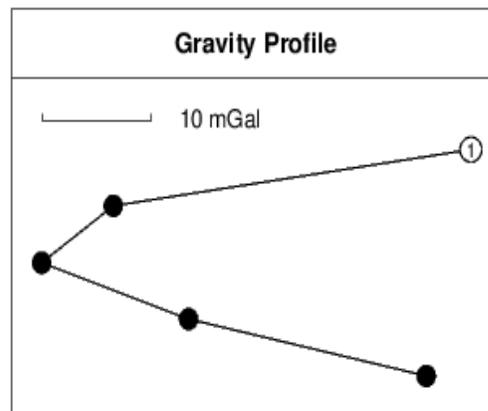
LONGITUDE (Degree) : -107.40  
 LATITUDE (Degree) : 24.80

GRAVIMETER : CGx #0024857  
 [RT=240s/CA=12/GMT= 0h]



**DATA** : Total = 19 Used = 19 Station = 5 Reoccupation ( $\Delta T > 15mn$ ) = 1  
**CORRECTION** : Earth Tide = Default Height = No Pressure = No  
**DRIFT** : Value (mGal/Day) = -0.314 +/- 0.003 Offset (mGal) = 0.006 +/- 0.000  
 : Standard Deviation (mGal) = 0.007 Maximum Deviation (mGal) = 0.016  
 : Correlation = -97 % Goodness-of-fit (Q) = 0.000 (Doubtfull)

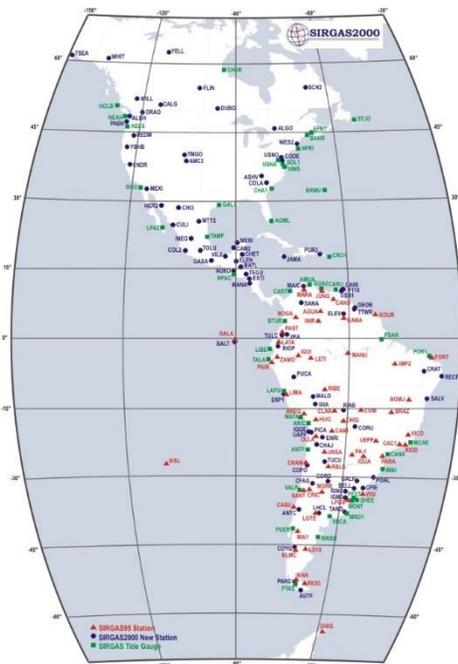
Station	$\Delta$ Gravity (mGal)	Obs
G <sub>100</sub>	0.000 +/- 0.013	7
G <sub>566</sub>	-32.566 +/- 0.017	3
G <sub>101</sub>	-39.084 +/- 0.010	3
G <sub>227</sub>	-25.721 +/- 0.007	3
G <sub>171</sub>	-4.064 +/- 0.014	3



**Figura 37.** Grafica de parámetros del modelo de regresión, y diferencias de gravedad con respecto al vértice inicial del polígono 1. Elaboración propia.

## 5.4 Cálculo de números geopotenciales

La recomendación oficial de SIRGAS acerca de las alturas físicas es la introducción de alturas normales; sin embargo, dado que algunos países quieren adoptar alturas ortométricas, el nuevo sistema vertical de referencia para SIRGAS se define en términos de cantidades de potencial ( $W_0$  como nivel de referencia y números o cotas geopotenciales como coordenadas fundamentales). De acuerdo con esto, en la realización del sistema cada país podrá introducir el tipo de alturas físicas que prefiera, junto con la superficie de referencia correspondiente: geode para las alturas ortométricas o cuasigeoide para las alturas normales. La realización del nuevo sistema de referencia para SIRGAS corresponde al marco SIRGAS2000. Inició mediante dos campañas de medición satelital, la primera en 1995 (SIRGAS95) con 58 estaciones; la segunda en 2000 (SIRGAS2000) con 184 estaciones. Actualmente, SIRGAS está materializado por una red de estaciones GNSS de funcionamiento continuo con coordenadas de alta precisión (asociadas a una época específica de referencia) y sus cambios a través del tiempo y su ubicación se muestra en la Figura 38:



**Figura 38.** Red SIRGAS2000, integrada por 184 estaciones distribuidas en Norte, Centro y Sur América. Recuperada de <http://sirgas.dgfi.tum.de/index.php?id=77>.

Una manera de determinar las distancias reales entre las superficies de nivel es cuantificando sus diferencias de potencial, las cuales al ser sumadas en un circuito cerrado siempre serán cero y los resultados obtenidos, por diferentes trayectorias, serán iguales. La diferencia de potencial entre cada punto de cálculo y el geoida (principal superficie equipotencial del campo de gravedad terrestre), se conoce como número geopotencial:

$$\int_0^P g \, dn = W_0 - W_P = C \quad \text{Eq. (4)}$$

Donde  $g$ , es la gravedad observada en el punto de cálculo,  $dn$  diferencial en altura,  $W_0$  el potencial sobre el geoida y  $W_P$  el potencial sobre la superficie que pasa por el punto de cálculo. La dimensión de los números geopotenciales es  $[m^2 / s^2]$ , la cual no representa una longitud, haciendo que su utilización en la práctica no sea conveniente. Estos números pueden ser expresados en unidades de distancia al ser divididos por algún valor convencional de gravedad:

$$\text{altura}(H) = \frac{\text{número geopotencial } (C)}{\text{valor de gravedad } (G)} \quad \text{Eq. (5)}$$

La clase de altura ( $H$ ), dependerá del tipo de gravedad ( $G$ ), incluida. Si  $G$  corresponde con el valor medio de gravedad teórica (normal), entre la estación y la superficie de referencia ( $\bar{\gamma}$ ), la altura calculada será normal. Mientras que, si  $G$  equivale a un valor constante de gravedad teórica para un punto arbitrario ( $\gamma_0$ ),  $H$  es conocida como altura dinámica. Finalmente, si  $G$  es igual al valor medio de gravedad real entre el geoida y la estación evaluada ( $\bar{g}$ ), la altura estimada es llamada ortométrica.

Las diferencias de potencial son entonces, el resultado de la combinación de nivelación geométrica con mediciones de gravedad. Todos estos sistemas se basan en que el número geopotencial  $C$  es función de la posición solamente. No existen entonces errores de cierre como ocurre con las diferencias de nivel geométrico. Desde un punto de vista puramente práctico, los requerimientos deseados para un sistema de alturas son:

- . Eliminación de los errores de cierre.
- . Las correcciones a las alturas medidas deberán ser lo más pequeñas posibles.

Aunque la tierra no es exactamente un elipsoide, este tiene una importancia práctica fundamental porque es fácil de manejar matemáticamente y las diferencias entre el campo de gravedad real y las del campo elipsoidal normal, son tan pequeñas que pueden considerarse lineales. Por lo tanto, se asume que la figura normal de la tierra es un elipsoide de nivel, es decir un elipsoide de revolución el cual es una superficie equipotencial de un campo de gravedad normal. El potencial del campo gravitatorio normal se expresa por:

$$U = U(x, y, z) \quad \text{Eq. (6)}$$

Siendo su superficie  $U = \text{constante}$ , se corresponde exactamente con el geoide definido como una superficie  $W = \text{constante}$ , a su potencial se le expresa con  $W_0$ .

Como referencia de las irregularidades geométricas de la tierra y del potencial, se definió una tierra ideal, normal, regular, esferoidal o elipsoidal. Su campo de gravedad está caracterizado por el esfero-potencial normal  $U_0$ , al cual se le adjudica igual potencial que al geoide:

$$U = U_0 = W_0 \quad \text{Eq. (7)}$$

Para obtener el esfero-potencial  $U_0$  en el elipsoide de referencia se utiliza:

$$U_0 = \frac{kM}{E} \arctg \frac{E}{b} + \frac{1}{3} \omega^2 a^2 \quad \text{Eq. (8)}$$

Considerando al GRS'80 (GEODETIC REFERENCE SYSTEM 80) como el elipsoide de referencia, cuyas constantes son (Leick, 1995):

$a = 6378137$  m (a: semieje mayor)

$b = 6356752.314$  m (b: semieje menor)

$kM = 3986005\ 108$  m<sup>3</sup>/s<sup>2</sup> (k: constante de gravitación universal, M: masa de la tierra)

$\omega = 7292115\ 10^{-11}$  rad/s ( $\omega$ : velocidad angular de la rotación terrestre).

El potencial normal  $U_0$  del elipsoide de referencia es, según la ecuación 5:

$$U_0 = 6263686.065 \text{ kgal metro}$$

que por definición es también el potencial del geoide:

$$W_0 = 6263686.065 \text{ kgal metro}$$



Con esto es posible calcular las coordenadas cartesianas en  $Q$ ;

$$\begin{aligned} X_Q &= (N + h_Q)\cos\varphi\cos\lambda \\ Y_Q &= (N + h_Q)\cos\varphi\sen\lambda \\ Z_Q &= [N(1 - e^2) + h_Q]\sen\varphi \end{aligned} \quad \text{Eq. (11)}$$

Conocidas las coordenadas cartesianas de  $Q$  deben determinarse las coordenadas elipsoidales  $\mu$  y  $\beta$  mediante la siguiente expresión (Heiskanen y Moritz, 1967):

$$\mu = \sqrt{\left\{ (X_Q^2 + Y_Q^2 + Z_Q^2 - E^2) \left[ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{4E^2 Z_Q^2}{(X_Q^2 + Y_Q^2 + Z_Q^2 - E^2)^2}} \right] \right\}}$$

$$\beta = \arctg \left[ \frac{Z_Q}{\mu} \sqrt{\frac{\mu^2 + E^2}{X_Q^2 + Y_Q^2}} \right] \quad \text{Eq. (12)}$$

Con estos valores reemplazados en la ecuación 13:

$$U(\mu, \beta) = \frac{kM}{E} \arct \frac{E}{\mu} + \frac{1}{2} \omega^2 a^2 \frac{q}{q_0} \left( \sen^2 \beta - \frac{1}{3} \right) + \frac{1}{2} \omega^2 (\mu^2 + E^2) \cos^2 \beta \quad \text{Eq. (13)}$$

Se obtiene el potencial normal en  $Q$ .

$$U_Q = U(\mu, \beta) = W_P \quad \text{Eq. (14)}$$

El número potencial estimado en el punto  $P$  se obtiene de la diferencia de potencial del geoide y el potencial del punto  $P$ .

$$C = W_0 - W_P = U_0 - U_Q \quad \text{Eq. (2)}$$

## 5.5 Análisis e interpretación de resultados obtenidos

Los vértices de la red tienen coordenadas geodésicas  $\varphi$ ,  $\lambda$  y  $h$ , en el sistema WGS84, provenientes de una red GNSS, la cual se midió con receptores de doble frecuencia y ajustada con el método de mínimos cuadrados, estas mediciones fueron referidas a la estación CULC perteneciente a la RGNA y se encuentran en el marco de referencia oficial.

Las alturas sobre el nivel medio del mar ( $H_{NG}$ ), fueron determinada a partir de nivelación geométrica ajustada por el método de mínimos cuadrado y referida al vértice V251000 De la Red Geodésica Vertical.

La determinación de los valores de gravedad, se realizó mediante la medición de desniveles gravimétricos, ajustados con el método de mínimos cuadrados, que permiten obtener valores de gravedad relativa, para lo cual se utilizó el vértice 566, el cual cuenta con valor de gravedad absoluta, su valor en miligales es 978875.7660, en el marco de referencia IGSN71.

La estimación del número geopotencial C y estimación de las alturas ortométrica, normal y dinámica, para el vértice V25982, se utilizaron los datos de la tabla 12:

<i>Vértice</i>	<i>Coordenada geográfica</i> $\varphi, \lambda$	<i>Altura elipsoidal</i> $h(m)$	<i>Altura Nivelación Geométrica</i> $(H^{NG})(m)$	<i>Gravedad (g)(mgals)</i>
V25982	24°42'05.9943"N 107°49'28.2087"W	-22.4223	6.7818	978910.316

**Tabla 12.** Datos geodésicos y gravimétricos del vértice V25982

1.- Cálculo de gravedad media  $\bar{g}$ .

Se adopta para el valor de  $H$  el resultado de la nivelación geométrica,  $H_{NG} = 0.0073$

$$\bar{g} = g + 0,0424 H = 978.910316 + 0.0424(0.0067818) = 978.9106174 \text{ gal}$$

2.- Cálculo de gravedad normal media  $\bar{\gamma}$ .

$$\bar{\gamma} = \gamma \left[ 1 - (1 + f + m - 2f \operatorname{sen}^2 \varphi) \frac{H^*}{a} + \frac{H^{*2}}{a^2} + \dots \right] = 978.93392811 \text{ gal}$$

3.- Cálculo de anomalía de altura,  $\xi$ .

$$N = h - H$$

$$N = -22.4223 - 6.7818 = -29.531$$

$$\xi = N - \frac{\bar{g} - \bar{\gamma}}{\bar{\gamma}} H = -29.5308 \text{ mts}$$

4.- Cálculo de altura elipsoidal en punto  $Q$ ,  $h_Q$ .

$$h_Q = h - \xi$$

$$-22.4223 - (-28.298438) = 7.1085$$

5.- Cálculo de coordenadas cartesianas en el punto  $Q$ ,  $X_Q, Y_Q, Z_Q$ .

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \operatorname{sen}^2 \varphi}} = 6381868.525286, \quad e^2 = 2f - f^2 = 0.00669438$$

$$X_Q = (N + h_Q) \cos \varphi \cos \lambda = -1774754.075555$$

$$Y_Q = (N + h_Q) \cos \varphi \operatorname{sen} \lambda = -5519600.823899$$

$$Z_Q = [N(1 - e^2) + h_Q] \operatorname{sen} \varphi = 2649090.673631$$

6.- Cálculo coordenadas elipsoidales reducidas,  $\mu$  y  $\beta$ .

$$E = \sqrt{a^2 - b^2} = 521854.01019183215$$

$$\mu = \sqrt{\left\{ (X_Q^2 + Y_Q^2 + Z_Q^2 - E^2) \left[ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{4E^2 Z_Q^2}{(X_Q^2 + Y_Q^2 + Z_Q^2 - E^2)^2}} \right] \right\}} = 6356759.442374$$

$$\beta = \arctg \left[ \frac{Z_Q}{\mu} \sqrt{\frac{\mu^2 + E^2}{X_Q^2 + Y_Q^2}} \right] = 0.429851731$$

7.- Cálculo del número geopotencial C.

El potencial normal de la gravedad depende solo de las coordenadas elipsoidales reducidas  $\mu$  y  $\beta$ , y está dado por la siguiente expresión (Heiskanen y Moritz, 1967):

$$q = \frac{1}{2} \left[ \left( 1 + 3 \frac{\mu^2}{E^2} \right) \arctg \frac{E}{\mu} - 3 \frac{\mu}{E} \right] = 0.000073346013$$

$$q_0 = \frac{1}{2} \left[ \left( 1 + 3 \frac{b^2}{E^2} \right) \arctg \frac{E}{b} - 3 \frac{b}{E} \right] = 0.000073346259$$

$$U(\mu, \beta) = \frac{kM}{E} \arctg \frac{E}{\mu} + \frac{1}{2} \omega^2 a^2 \frac{q}{q_0} \left( \sin^2 \beta - \frac{1}{3} \right) + \frac{1}{2} \omega^2 (\mu^2 + E^2) \cos^2 \beta = U_Q = W_P$$

$$U_Q = W_P = 6263679.126 \text{ kGal/m}$$

$$W_0 = 6263686.085 \text{ kGal/m}$$

$$C = W_0 - W_P = 6.958782 \text{ kGal/m}$$

El número geopotencial  $C$  es simplemente la diferencia algebraica entre el potencial en el geoide y el potencial en el punto  $P$ .

8.- Estimación de la altura dinámica  $H^{din}$ .

$$\gamma_{0,45^\circ} = \frac{a\gamma_a \cos^2 45 + b\gamma_b \sin^2 45}{\sqrt{a^2 \cos^2 45 + b^2 \sin^2 45}} = 980.61992025$$

$$H^{din} = \frac{C}{\gamma_{0,45^\circ}} = 0.00709631 \text{ km} = 7.0963 \text{ m}$$

9.- Estimación de la altura ortométrica  $H$ .

$$H = \frac{C}{g} = 0.0071087 \text{ km} = 7.1087 \text{ m}$$

$$H = \frac{-g + \sqrt{g^2 + 0,1696C}}{0,0848} = 0.0067818 \text{ km} = 6.7818 \text{ m}$$

10.- Estimación de la altura normal  $H^*$ .

$$\gamma = \frac{a\gamma_a \cos^2 \varphi + b\gamma_b \sin^2 \varphi}{\sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi}} = 978.935025$$

$$H^* = \frac{C}{\gamma} \left[ 1 + (1 + f + m - 2f \sin^2 \varphi) \frac{C}{a\gamma} + \frac{C^2}{a^2 \gamma^2} + \dots \right] = 0.0071085229 \text{ km} = 7.1085 \text{ m}$$

$$H^* = \frac{C}{\bar{\gamma}} = 0.0071085 \text{ km} = 7.1085 \text{ m}$$

La serie de fórmulas para el cálculo números geopotenciales, alturas ortométrica, normal y dinámica, fueron introducidas en un script de Python para facilitar y agilizar los cálculos y obtención de resultados. La tabla 13 contiene los datos geodésicos y gravimétricos de los vértices utilizados en el experimento.

<i>Vértice</i>	<i>Coordenada geográfica (<math>\varphi, \lambda</math>)</i>	<i>Altura elipsoidal (h)</i>	<i>Altura Nivelación Geométrica (<math>H^{NG}</math>)</i>	<i>Gravedad (g) (mgals)</i>
MAREOGRÁFO	24°37'36.3001"N 107°55'33.2968"W	-27.9607	1.5261	978.917105
SCT	24°38'01.2652"N 107°55'53.0987"W	-28.2355	1.9612	978.917405
V25982	24°42'05.9885"N 107°49'28.2023"W	-22.4223	6.7818	978.910316
V25975	24°43'36.0399"N 107°47'04.7542"W	-19.8135	9.2474	978.908133
V25964A	24°45'28.1698" N 107°44'08.6583"W	-16.082	12.4303	978.907635
858 - 4	24°45'20.9961 "N 107°41'32.0082"W	-16.331	12.383	978.90829
V25935	24°46'05.2402" N 107°33'32.2761"W	-4.449	23.773	978.90823
V25927	24°46'21.53081" N 107°30'44.32639"W	0.372	28.3658	978.921356
V25925	24°46'26.5174" N 107°30'01.6141"W	2.376	30.3291	978.921828
V25378	24°48'12.6"N 107°24'43.2" W	3.756	31.3522	978.894313
V25388B	24°46'03.32" N 107°25'59.49" W	10.799	51.7866	978.888155
V25369G	24°48'13.71"N 107°27'05.62"W	3.496	44.4984	978.909816
V25368B	24°50'36.53" N 107°24'54.79" W	46.787	87.5432	978.900567
FACITE	24°49'38.96" N 107°22'51.72" W	32.768	73.4878	978.908333
V25417M	24°48'24.586"N 107°21'24.8"W	16.323	56.9895	978.895254
V25417A	24°46'28.87" N 107°21'13.49" W	41.33	81.9449	978.896025
V25405D	24°46'10.20" N 107°23'19.59" W	76.756	117.2109	978.889194
V25417J	24°48'20.5419"N 107°19'53.2537"W	23.541	52.6634	978.904269
V25227	24°46'33.3754"N 107°14'58.0083"W	71.326	98.2489	978.882114
CORTINA	24°48'57.4062"N 107°08'40.5992"W	128.5797	156.1104	978.869248
566	24°49'37.8423"N 107°10'30.2261"W	114.3625	141.9099	978.875766

**Tabla 13.** Datos geodésicos y gravimétricos de vértices del experimento.

En la columna 4 están las alturas sobre el nivel medio del mar,  $H_{NG}$ , obtenidas por medio de una nivelación geométrica. En la columna 5 están los valores de gravedad de los puntos de la red obtenidos mediante mediciones de gravedad relativa. Las coordenadas geodésicas (columnas 2 y 3) provienen de una red GPS, medida con receptores doble frecuencia, y ajustada por mínimos cuadrados.

Partiendo del punto V25368B, calcularemos la altura ortométrica del punto V25405D siguiendo el camino definido por la sucesión de puntos:  $A \equiv V25368B$ , FACITE, V25417M, V25388B y  $B \equiv V25405D$ .

La corrección ortométrica según la fórmula es:

$$CO_{AB} = \sum_A^B \frac{g - \gamma_0}{\gamma_0} \delta n + \frac{\bar{g}_A - \gamma_0}{\gamma_0} H_A - \frac{\bar{g}_B - \gamma_0}{\gamma_0} H_B$$

El valor de  $\gamma_0$  se calcula a  $45^\circ$  de latitud y es  $\gamma_0 = 980.619920 \text{ gal}$ .

La gravedad media en los puntos extremos  $A \equiv V25368B$  y  $B \equiv V25405D$ , es:

$$A \equiv V25368B : \bar{g}_A = g_A + 0.0424H_A = 978.9042788$$

$$B \equiv V25405D : \bar{g}_B = g_B + 0.0424H_B = 978.8941637$$

<i>Desnivel</i>	$\delta n_m$	$g_{gal}$	$\frac{g - \gamma_0}{\gamma_0}$
V25368B – FACITE	-14.0554	978.908333	-0.001745413
FACITE – V25417M	-16.4983	978.895254	-0.001758751
V25417M – V25388B	-5.2029	978.888155	-0.001803797
V25388B – V25405D	65.4243	978.889194	-0.00176493

$$\sum_A^B \delta n = 29.6677$$

$$\sum_A^B \frac{g - \gamma_0}{\gamma_0} \delta n = -0.05253549, \frac{\bar{g}_A - \gamma_0}{\gamma_0} H_A = -0.151126148, \frac{\bar{g}_B - \gamma_0}{\gamma_0} H_B = -0.187108959$$

$$CO_{AB} = -0.05253549 - 0.151126148 + 0.187108959 = -0.01655268$$

Altura ortométrica de  $B \equiv PARQUE$  87

$$H_{B \equiv V25405D} = H_A + \sum_A^B \delta n + CO_{AB}$$

$$H_{B \equiv \text{PARQUE } 87} = 74.927072 + 31.434 - 0.0171665 = 116.567868$$

Calcularemos ahora la altura ortométrica de  $B \equiv V25405D$ , partiendo de  $A \equiv V25368B$  siguiendo el camino definido por la sucesión de puntos:  $A \equiv V25368B$ ,  $FACITE$ ,  $V25417M$ ,  $V25417A$  y  $B \equiv V25405D$ .

<i>Desnivel</i>	$\delta n_m$	$g_{gal}$	$\frac{g - \gamma_0}{\gamma_0}$
$368B - FACITE$	-14.0554	978.908333	-0.001745413
$FACITE - 417M$	-16.4983	978.895254	-0.001758751
$417M - 417A$	24.955	978.896025	-0.001757964
$417A - 405D$	35.266	978.889194	-0.00176493

$$\sum_A^B \delta n = 29.6677$$

$$\sum_A^B \frac{g - \gamma_0}{\gamma_0} \delta n = -0.052563867, \frac{\bar{g}_A - \gamma_0}{\gamma_0} H_A = -0.151126148, \frac{\bar{g}_B - \gamma_0}{\gamma_0} H_B = -0.187108959$$

$$CO_{AB} = -0.052563867 \text{ m} - 0.151126148 \text{ m} + 0.187108959 \text{ m} = -0.01658106 \text{ m}$$

Altura ortométrica de  $B \equiv V25405D$

$$H_{B \equiv V25405D} = H_A + \sum_A^B \delta n + CO_{AB}$$

$$H_{B \equiv V25405D} = 87.5432 + 29.6677 - 0.01658106 = 116.567811$$

Se verifica que la corrección ortométrica es independiente del camino recorrido.

Ahora se calcula el potencial en  $B \equiv V25405D$ , partiendo del potencial estimado en el punto  $B \equiv V25368B$ :

Camino 1 ( $V25368B - FACITE - V25417M - V25388B - B \equiv V25405D$ ):

$$W_{B \equiv V25405D} = W_{A \equiv V25368B} - \sum_A^B g \delta_n = 6263600.39308 - 29.04122 = 6263571.35186$$

El numero geopotencial en  $B \equiv V25405D$  es:  $W_0 - W_{B \equiv V25405D} = 114.733158$

Camino 2 ( $V25368B - FACITE - V25417M - V25417A - B \equiv V25405D$ ):

$$W_{B \equiv V25405D} = W_{A \equiv V25368B} - \sum_A^B g \delta_n = 6263600.388604 - 29.04102 = 6263571.34758$$

El numero geopotencial en  $B \equiv V25405D$  es:  $W_0 - W_{B \equiv V25405D} = 114.7374$

La altura ortométrica en  $B \equiv V25405D$  de acuerdo al ejemplo

$$H_{B \equiv V25405D} = \frac{-g + \sqrt{0.1696C}}{0.0848} = 117.2109$$

Altura dinámica

$$H_{B \equiv V25405D}^{din} = \frac{C}{\gamma_{0,45^\circ}} = 117.005$$

Altura normal

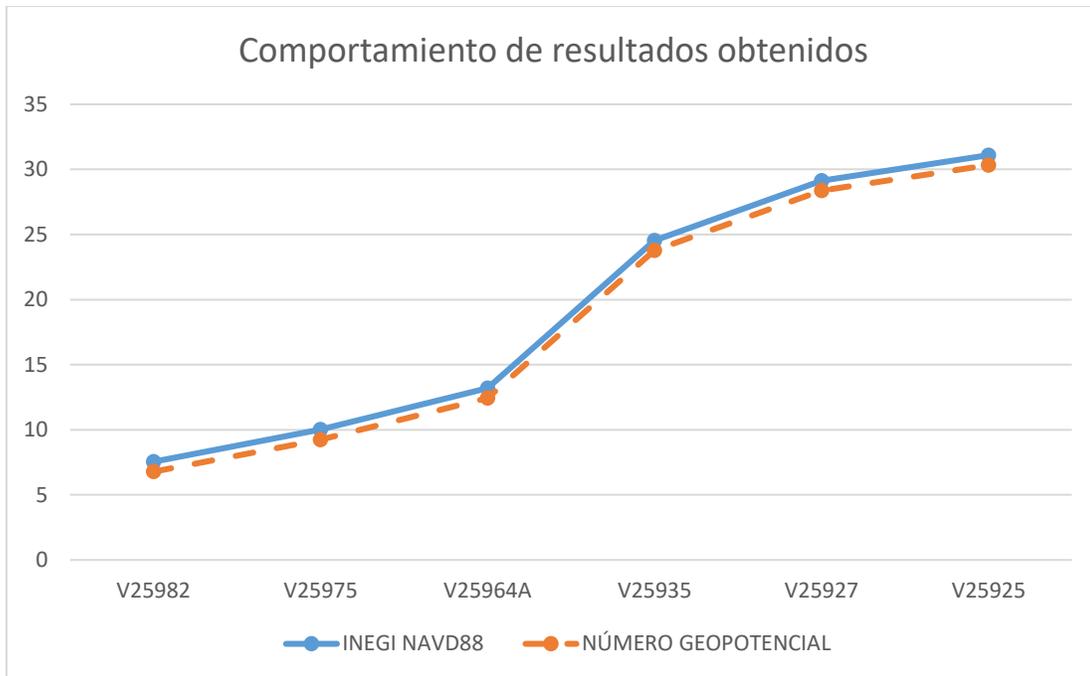
$$H^* = \frac{C}{\gamma} \left[ 1 + (1 + f + m - 2f \operatorname{sen}^2 \varphi) \frac{C}{a\gamma} + \frac{C^2}{a^2\gamma^2} + \dots \right] = 0.1172055 \text{ km} = 117.2055 \text{ m}$$

$$H^* = \frac{C}{\bar{\gamma}} = 0.11720545 \text{ km} = 117.2055 \text{ m}$$

La tabla 14 muestra el resultado del cálculo de números geopotenciales, alturas ortométrica, normal y dinámica, para cada uno de los vértices tomados en cuenta para el experimento.

<i>Vértice</i>	<i>Número geopotencial C (kgal metro)</i>	<i>Altura Ortométrica H(m)</i>	<i>Altura Normal H * (m)</i>	<i>Altura Dinámica H<sup>din</sup>(m)</i>
<b>MAREOGRÁFO</b>	1.49392696	1.52610150	1.52608166	1.52345158
<b>SCT</b>	1.91985444	1.96120149	1.96117568	1.95779669
<b>V25982</b>	6.63877756	6.78180166	6.78163248	6.76998031
<b>V25975</b>	9.05236038	9.24740172	9.24713512	9.23126299
<b>V25964A</b>	12.1681238	12.4303017	12.4299117	12.4086035
<b>858 – 4</b>	12.1218294	12.3830016	12.3826231	12.3613942
<b>V25935</b>	23.2716109	23.7730017	23.7722648	23.7315299
<b>V25927</b>	27.7679231	28.3658016	28.3652994	28.3167031
<b>V25925</b>	29.6898587	30.3291017	30.3285790	30.2766221
<b>V25378</b>	30.6905336	31.3522018	31.3507168	31.2970734
<b>V25388B</b>	50.6934047	51.7866017	51.7839996	51.6952630
<b>V25369G</b>	43.5600062	44.4984018	44.4970232	44.4208865
<b>V25368B</b>	85.6964148	87.5432018	87.5395824	87.3900407
<b>FACITE</b>	71.9380505	73.4878018	73.4853830	73.3597687
<b>V25417M</b>	55.7868906	56.9895019	56.9869075	56.8894119
<b>V25417A</b>	80.2158233	81.9449017	81.9415096	81.8011358
<b>V25405D</b>	114.7370676	117.2109018	117.2054543	117.0046266
<b>V25417J</b>	51.5525465	52.66340189	52.66148370	52.5713841
<b>V25227</b>	96.17450197	98.2489018	98.24349969	98.0752073
<b>CORTINA</b>	152.8127049	156.1104018	156.0997208	155.8327562
<b>566</b>	138.9130177	141.9099018	141.9009378	1441.658368

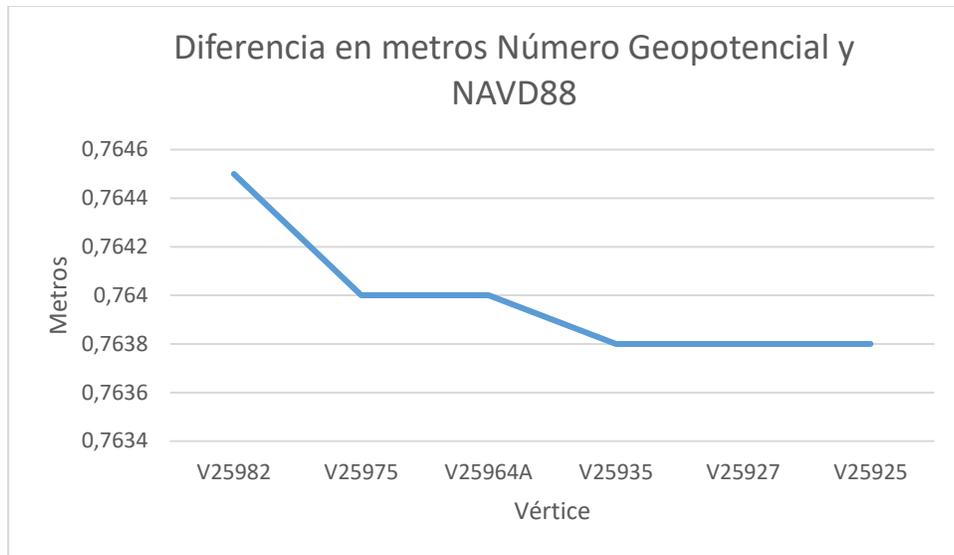
**Tabla 14.** Número geopotencial y alturas ortométrica, normal y dinámica. Elaboración propia.



**Figura 40.** Comparativo entre alturas ortométricas calculadas a partir de números geopotenciales y las calculadas por INEGI. Elaboración propia.

Comparando los resultados obtenidos para las alturas ortométricas calculadas a partir de números geopotenciales con respecto a las calculadas por INEGI, en la Figura 40 se puede apreciar, que tienen un comportamiento similar, aunque su valor no es igual debido a la diferencia del datum de referencia.

Existen discrepancias entre estas (Figura 41), donde las grandes variaciones es posible que sean provocadas, por la baja resolución del modelo gravimétrico mexicano que impacta en las alturas obtenidas, ya que el valor gravimétrico se obtiene de manera interpolada, y que algunos vértices donde se realizaron mediciones de posicionamiento satelital, no cumplen con las condiciones que permitan la obtención de observaciones confiables.



**Figura 41.** Diferencia entre alturas ortométricas resultado del cálculo de número geopotencial y las calculadas por INEGI. Elaboración propia.

Las alturas dinámicas y normales son tan precisas como los números geopotenciales. Es por ello que SIRGAS recomienda la adopción de alturas normales como alturas oficiales.

Las alturas ortométricas son menos precisas debido a que utiliza hipótesis sobre la densidad en el interior de la tierra para su determinación.

## 6 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Basado en los resultados del experimento y el análisis realizado, es posible calcular la diferencia de números geopotenciales, para la obtención de alturas físicas que permita contar con un sistema de alturas moderno que sea compatible y comparable con los sistemas que actualmente se desarrollan en diversos países, que son de utilidad para su aplicación en diversas investigaciones.

Cualquier sistema de referencia estará dado primeramente por una superficie de referencia y debido a que la referencia la mayor parte de las Redes Verticales Nacionales, están referidas predominantemente, con el Nivel Medio del Mar registrado con mareógrafos diferentes, en épocas y periodos de tiempo distintos, dependiendo de la ubicación del mareógrafo y su tiempo de lectura, así como la evolución del Nivel Medio del Mar en cada uno de ellos.

La caracterización y el análisis de un sistema de alturas local, ha permitido evaluar su estado y las posibilidades de su establecimiento, mantenimiento y actualización sistemática, atendiendo los reglamentos y normas de observancia obligatoria que por ley son vigentes desde octubre de 2010 en nuestro país. Estas normas y reglamentos recogen los acuerdos internacionales y se adaptan a las particularidades y existencia de los insumos e información con que se cuenta, así como como la que se genera por instituciones no gubernamentales, centros e institutos de investigación. Actualmente se llevan a cabo esfuerzos por parte de diferentes organismos nacionales e internacionales en el establecimiento por vez primera de la red de gravedad absoluta que se utilizará para densificar la red gravimétrica nacional, que permitirá modernizar e integrarnos a un Sistema Vertical de Referencia Global, basado en diferencias de números geopotenciales.

La propuesta metodológica utilizada en el presente trabajo, facilita la unificación de distintas redes locales con redes de carácter nacional en los términos de referencia actuales establecidos por IAG/GGOS.

Se realizaron trabajos de acopio de información geoespacial, utilizando métodos pertinentes y precisos, así como software científicos y comerciales, que permitieron el análisis de la información geodésica satelital, obteniendo datos geo referenciados que responden a las exigencias técnicas y de precisión para su uso en el cálculo de posiciones altimétricas en un sistema de referencia local.

Se calcularon alturas ortométricas, referido al sistema de alturas nacional, y su conversión al sistema global, promovido por SIRGAS, lo que deriva en la posibilidad práctica de transformación y obtención de diferentes tipos de alturas en un sistema de alturas unificado de referencia global ( $W_0$ ).

La continuación de los trabajos realizados en la presente investigación, permitirán en un futuro ampliar el sistema de alturas local y nacional, asociado a un sistema de referencia vertical de carácter global. El modelo gravimétrico mexicano será actualizado con el desarrollo del sistema de gravimetría absoluta, que seguramente aumentará su precisión. Uno de los problemas principales para contar con un sistema de alturas, moderno y homogéneo, ha sido la ausencia de una cobertura gravimétrica precisa y suficiente. La tarea futura será generar modelos locales de alturas que resuelvan problemas de ingeniería, técnicos y científicos.

## **Trabajos a futuro**

- Aplicar la metodología propuesta aprovechando los trabajos de densificación gravimétrica que se llevan a cabo actualmente en México.
- Promover una red Mareográfica en las costas Sinaloenses.
- Ampliar el Sistema de referencia Vertical que de cobertura estatal.

## Referencias

- Altamimi, Z. P. (2002). ITRF2000: A New release of the International Terrestrial Reference Frame for Earth Science Application. . *Journal of Geophysical Research*, 1-19.
- Balusabramania, N. (1994). *Definition and Realization of a Global Vertical Datum*. Columbus, Ohio: The Ohio State University.
- Beutler G, B. R. (2007). Bernese GPS Software version 5.0. *Astronomical Institute, University of Bern*.
- Brunini, C. (2007). *SIRGAS: Sistema de Referencia Geocéntrico para las Américas*. Bogotá.
- Brunini, C. y. (2012). Geodetic activities in Latin America and The Caribbean. *Coordinates VIII*, 14-21.
- Bugayevskiy, L. M. (1995). *Map projections. A Reference Manual*. UK: Taylor & Francis.
- Bursa, M. (1999). Geoidal Geopotential and World Height System. *StudiaGeo*, 327-337.
- Cabrera, M. M. (2012). *Verificación y densificación de la red de catastro de la provincia de Córdoba*. Córdoba: Universidad Nacional de Córdoba, Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales.
- Colombo, O. L. (1985). *A World Vertical Network*. Ohio: The Ohio state University.
- De Freitas, S. (2018). *Taller SIRGAS grupo de trabajo III*. México.
- De Freitas, S. M. (2002). *Associated problemas to link South American Vertical Network and possible approaches to face them*. Berlín: Springer-Verlag.
- Drewes, H. S. (2002). *Scientific Foundations of the SIRGAS Vertical Reference System*. Berlín: Springer-Verlag.
- E. J. Krakiwski, D. E. (1971). *Coordinate Systems in Geodesy*. Canada: Department of Geodesy and Geomatics Engineering.
- Furones, A. M. (2010). *Sistema y marco de referencia terrestre, sistema de coordenadas*. Valencia: Universidad Politécnica de Valencia.
- Geodesy, T. I. (2015). IAG Resolutions. *Definition and Realization of an International Height Reference System* (p. 2). Praga, República Checa: IUGG General Assembly.
- GGOS. (2020). *Global Geodetic Observing System*. En línea: Disponible en <http://www.ggos.org/>.
- Ghilani, C. D. (2010). *Adjustment computations*. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.,.
- Ghilani., P. R. (1997). *Adjustment Computations: Statics and Least Squares in Surveying and GIS*. . Wiley Interscience.
- Gómez, M. D.-T. (2013). Análisis de la performance de tres servicios de posicionamiento gps online en Argentina. *Geoacta*, Vol. 38, 95-106.
- Heiskanen y Moritz, H. (1967). *Physical Geodesy*. San Francisco and London: W. H. Freeman and Company.

- Idhe, J. A. (2007). *Conventions for the definitions and realization of a conventional vertical reference system (CVRS)*.
- INEGI. (2010). “*Norma Técnica para el Sistema Geodésico Nacional*”. México: Diario Oficial de la Federación.
- INEGI. (2011). *El cambio de Marco de Referencia Terrestre Internacional (ITRF) en México*. Aguascalientes.
- INEGI. (2015). *Mapa temático de la Red Geodésica Horizontal*.
- ITRF. (2020). *ITRF 2008*. Disponible en [http://itrf.ensg.ign.fr/ITRF\\_solutions/2008/ITRF2008.php](http://itrf.ensg.ign.fr/ITRF_solutions/2008/ITRF2008.php): En línea.
- Jekeli, C. (2006). *Geometric Reference System in Geodesy*. Ohio: Ohio State University.
- Kutterer. (2012). *Sistema de Referencia Geocéntrico para las Américas*.
- Leick, A. (1995). *GPS SATELLITE SURVEYING*. Orono, Maine: John Willey & Sons, Inc.
- Luciana Maria Da Silva, S. R. (2019). Análise da Evolução Temporal do Datum Vertical. *Revista Cartográfica 98*, 33-57.
- Marquez, R. (2009). *Sistemas de alturas*. San Juan, Colombia: Facultad de Ingeniería.
- Moritz, H. (1980). Geodetic reference system 1980. *Bulletin Géodésique*, 395-405.
- Moya-Zamora, J. (2017). Conceptos básicos en geodesia como insumo para un tratamiento adecuado de la información geoespacial. *Revista Geográfica de America Central, vol. 1*.
- Naciones Unidas, S. n. (2015). *Marco de referencia geodésico para el desarrollo sostenible*. Asamblea General.
- Pearlman, H.-P. P. (2009). *Global Geodetic Observing System*. U.S.A.: Springer.
- Rommel R., R. M. (2005). Integrated Global Geodetic Observing System (IGGOS)—science rationale. *Journal of Geodynamics*, 357-362.
- Rummel Reiner, T. P. (1988). Height Datum Definition, Height Datum Connectio and the Role of de Geodetic Boundari Value Problem. *Faculty of geodesy*, 477-499.
- Sanchez, L. (2004). *Aspectos prácticos de la adopción del Marco Geocéntrico Nacional de referencia MAGNA-SIRGAS como datum oficial de Colombia*. Bogotá, Colombia: Instituto Geográfico Agustín Codazzi.
- Sánchez, L. (2012). Towards a vertical datum standardization under the umbrella of Global Geodetic Observing System. *Journal of geodesic science*, 325-342.
- Sánchez, L. R. (2011). *Requerimientos para la unificación de los sistemas de alturas existentes en la región SIRGAS*. Costa Rica: Springer.
- Santiago Jiménez, H. M. (2018). Cálculo de coordenadas GPS con software libe, comercial y procesos online, utilizando órbitas rápidas en intervalos estáticos cortos y largos. *GEOS*, 1-14.

Sideris, I. &. (2011). *Action Plans 2011- 2015 for the GGOS-Theme 1: Unified Global Height System, Global Geodetic Observing System- GGOS 2020.*

SIRGAS. (2020). *Sistema de Referencia Geocéntrico de las Americas.* Disponible en <http://www.sirgas.org>: En línea.

Torgue, W. (2001). *Geodesy. 3rd. Edition.* Berlin: Walter de Gruyter.

Wolf, H. (1963). *Geometric connection and re-orientation of three-dimensional triangulation nets. .* Bulletin Geodesique.

Zakatov, P. (1997). *Curso de Geodesia Superior.* Madrid: Rubiños-1860 S.A.