

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE SINALOA
FACULTAD DE INFORMÁTICA Y FACULTAD DE CIENCIAS DE LA TIERRA Y EL ESPACIO
MAESTRÍA EN CIENCIAS DE LA INFORMACIÓN



ESTABLECIMIENTO DE UN SISTEMA GEOESPACIAL UTILIZANDO
MÉTODOS GEODÉSICOS SATELITALES EN EL ESTUDIO DE CAMPOS DE
DEFORMACIONES SUPERFICIALES SISMOGÉNICAS.

Que como requisito parcial para obtener el grado de
MAESTRO EN CIENCIAS
presenta

ROSENDO ROMERO ANDRADE

DIRECTOR DE TESIS: DR. MANUEL E. TREJO SOTO
CO-DIRECTOR DE TESIS: DR. RAMÓN V. GARCÍA LÓPEZ
Culiacán, Sinaloa a febrero 2014

AGRADECIMIENTOS

A mi padre, madre, hermana..., gracias por el apoyo recibido en toda mi vida, y muy especial durante esta importante etapa de mi formación académica. Agradecer a mi pareja que en todo momento me apoyó incluso en los momentos más difíciles de mi vida personal y académica.

Es necesario dar un agradecimiento especial a mis directores de tesis, el Dr. Trejo Soto y el Dr. García López, por su apoyo incondicional y excelente guía en el periodo que duró mi estudio de maestría en la Universidad Autónoma de Sinaloa, ya que sin su ayuda y tiempo invertido en mi persona no hubiera podido culminar mi tesis de grado. Agradecer a otras personas que con palabras de apoyo hicieron que las desveladas de trabajo no fueran tan largas. Es importante agradecer al posgrado de Ciencias de la Información por darme la oportunidad de poder realizar mis estudios de maestría, igualmente a los maestros del núcleo básico por compartir parte de su conocimiento durante los dos años de formación. Imponderables fueron las orientaciones y apoyos académicos de los maestros de la Facultad de Ciencias de la Tierra, en especial los provenientes de M.C. Manuel López y del maestro y muy estimado amigo Carlos Ramón Moraila que sin sus consejos no hubiera podido llegar a estas alturas de mi vida.

Finalmente, doy gracias a CONACyT (CVU: 429125), ya que sin su apoyo financiero no hubiese podido estudiar un posgrado de excelencia académica.

TABLA DE CONTENIDOS

RESUMEN	6
TABLA DE FIGURAS	7
ÍNDICE DE TABLAS	9
CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN	14
1.1. Planteamiento del problema	18
1.2. Justificación	22
1.3. Objetivos e hipótesis	27
CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO	32
2.1. Movimientos sismogénicos	32
2.1.1. Definición y generalidades	32
2.2. Fallas geológicas	34
2.3. Teoría sobre la deformación sísmica	36
2.3.1. Ondas sísmicas	38
2.4. Redes geodésicas	40
2.5. Análisis de las deformaciones	41
2.6. Sistema Global de posicionamiento	42
2.6.1. Características del sistema GPS	42
2.7. Fuentes de error	44
2.7.1. Inósfera	44
2.7.2. Tropósfera	46
2.7.3. Multi-trayectoria	48
2.8. Análisis matemático redes geodésicas GPS	50
2.8.1. Generalidades de ajuste de redes GPS	50
2.8.2. Método paramétrico Gauss-Markov	52
2.9. Precisión de los parámetros del ajuste	56
2.10. Pruebas estadísticas para la detección de errores	57
2.10.1. Generalidades	57
2.10.2. Distribución “ χ^2 ”	58
2.10.3. Distribución “ τ ” de Student	59
2.10.4. Distribución “F”	60
2.10.5. Prueba global en base $\hat{\sigma}_0^2$	61

TABLA DE CONTENIDOS—*Continuación*

2.11. Detección de observaciones atípicas o extremas (Outliers) en redes GPS	62
2.11.1. Detección de observaciones atípicas o extremas en los vectores medidos	63
2.11.2. Determinación de valores atípicos por componente $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$	65
2.12. Análisis de confiabilidad y robustez de una red GPS	66
2.12.1. Confiabilidad interna de la red	67
2.12.2. Confiabilidad externa de la red	68
2.12.3. Análisis de robustez	69
CAPÍTULO 3. METODOLOGÍA	74
3.1. Descripción y obtención de los datos	77
3.1.1. Primera época de medición	77
3.1.2. Segunda época de medición	81
3.2. Metodología de obtención de vectores	84
3.3. Ajuste matemático y análisis estadístico	86
3.4. Análisis de deformación	88
CAPÍTULO 4. RESULTADOS	89
4.1. Primera época de medición	89
4.1.1. Ajuste matemático: 1ra red	89
4.1.2. Análisis estadístico: 1ra red	91
4.1.3. Confiabilidad externa e interna: 1ra red	93
4.1.4. Ajuste matemático: 2da red	96
4.1.5. Análisis estadístico: 2da red	98
4.1.6. Confiabilidad externa e interna: 2da Sub red.	100
4.1.7. Ajuste matemático: 3er. red	102
4.1.8. Análisis estadístico: 3ra red	103
4.1.9. Confiabilidad externa e interna: 3ra sub red.	106
4.1.10. Ajuste matemático: 4ta. red	107
4.1.11. Análisis estadístico: 4ta red	109
4.1.12. Confiabilidad interna y externa: 4ta sub red.	111
4.2. Segunda época de medición	114
4.2.1. Ajuste matemático: 1ra. red	114
4.2.2. Análisis estadístico: 1ra red, segunda época	116
4.2.3. Confiabilidad interna y externa: primera sub red.	118
4.2.4. Ajuste matemático: 2da. red	119
4.2.5. Análisis estadístico: 2da red, segunda época	121

TABLA DE CONTENIDOS—*Continuación*

4.2.6. Confiabilidad interna y externa: segunda sub red.	123
4.3. Análisis de deformación	124
CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	129
5.1. Conclusiones	129
5.2. Recomendaciones	131
5.3. Trabajo Futuro	132
APÉNDICE	133
REFERENCIAS	137

RESUMEN

El monitoreo de deformaciones superficiales sobre fallas geológicas activas mediante técnicas geodésicas, juega un papel importante en el estudio de deformaciones de la corteza terrestre. Su aplicación se ha incrementado al introducir técnicas de posicionamiento espacial tales como el sistema GPS; con ello ha permitido establecer redes geodésicas atípicas para el estudio de movimientos regulares sobre las fallas geológicas. Éste trabajo se demuestra que a través de una metodología básica para procesamiento de datos GNSS (Sistema Global de Navegación por Satélite), aplicada a una red geodésica, monumentada físicamente sobre un sector de la Falla Imperial que cruza el sector oriental de la ciudad de Mexicali, es posible determinar su desplazamiento horizontal a través de un modelo de deformación diferente de los esquemas clásicos de diseño de redes geodésicas, mediante figuras geodésicas regulares para este tipo de estudios. Para establecer si la red serviría como instrumento para encontrar variaciones para un periodo de tiempo específico de observación, se realizó un análisis estadístico y de confiabilidad interna y externa para la detección de errores en las observaciones y su influencia en los parámetros ajustados. Los resultados obtenidos de dos campañas de campo en un periodo de un año, muestran que se encuentran variaciones máximas de 3 centímetros entre el 2012 y 2013, estos desplazamientos concuerdan con el movimiento horizontal característico de la falla Imperial que son visualizados por la deformación de la red, Demostrándose que es factible la implementación de redes GPS atípicas para el estudio de deformaciones del terreno producidas por el movimiento de fallas activas.

Palabras Clave: *red geodésica, análisis de confiabilidad, GPS, deformación.*

ESTABLECIMIENTO DE UN SISTEMA GEOESPACIAL UTILIZANDO MÉTODOS GEODÉSICOS
SATELITALES EN EL ESTUDIO DE CAMPOS DE DEFORMACIONES SUPERFICIALES
SISMOGÉNICAS.

Rosendo Romero Andrade, M.C.
Universidad Autónoma de Sinaloa, febrero 2014

Director: Dr. Manuel E. Trejo Soto

Co-Director de Tesis: Dr. Ramón V. García López

El monitoreo de deformaciones superficiales sobre fallas geológicas activas mediante técnicas geodésicas, juega un papel importante en el estudio de deformaciones de la corteza terrestre. Su aplicación se ha incrementado al introducir técnicas de posicionamiento espacial tales como el sistema GPS; con ello ha permitido establecer redes geodésicas atípicas para el estudio de movimientos regulares sobre las fallas geológicas. Éste trabajo se demuestra que a través de una metodología básica para procesamiento de datos GNSS (Sistema Global de Navegación por Satélite), aplicada a una red geodésica, monumentada físicamente sobre un sector de la Falla Imperial que cruza el sector oriental de la ciudad de Mexicali, es posible determinar su desplazamiento horizontal a través de un modelo de deformación diferente de los esquemas clásicos de diseño de redes geodésicas, mediante figuras geodésicas regulares para este tipo de estudios. Para establecer si la red serviría como instrumento para encontrar variaciones para un periodo de tiempo específico de observación, se realizó un análisis estadístico y de confiabilidad interna y externa para la detección de errores en las observaciones y su influencia en los parámetros ajustados. Los resultados obtenidos de dos campañas de campo en un periodo de un año, muestran que se encuentran variaciones máximas de 3 centímetros entre el 2012 y 2013, estos desplazamientos concuerdan con el movimiento horizontal característico de la falla Imperial que son visualizados por la deformación de la red, Demostrándose que es factible la imple-

mentación de redes GPS atípicas para el estudio de deformaciones del terreno producidas por el movimiento de fallas activas.

Palabras Clave: *red geodésica, análisis de confiabilidad, GPS, deformación.*

TABLA DE FIGURAS

FIGURA 1.1.	Imagen izquierda: representa el estado actual para la red de monitoreo CORS y datos continuos. Imagen derecha: propuesta para establecer una red de monitoreo sísmica. Fuente: [11]	17
FIGURA 1.2.	Eventos sísmicos para el año 2005. Fuente: [65]	20
FIGURA 1.3.	Imagen satelital que muestra el esquema general de la red.	29
FIGURA 1.4.	Esquema de deformación de los perfiles. Fuente [53]	30
FIGURA 2.1.	Generación de ondas sísmicas. Fuente:[25]	33
FIGURA 2.2.	Tipos de fallas. Fuente:[7]	35
FIGURA 2.3.	Teoría del Rebote Elástico	38
FIGURA 2.4.	Tipos de ondas sísmicas	40
FIGURA 2.5.	Movimiento lateral derecho característico de la falla Imperial.	42
FIGURA 2.6.	Efecto Multi-trayectoria.	49
FIGURA 2.7.	Antena Choke Ring.	49
FIGURA 3.1.	Esquema de metodología utilizada.	75
FIGURA 3.2.	Imágenes de estaciones permanentes: P500, pertenece a CORS (Izquierda) y P496, pertenece UNAVCO (Derecha).	76
FIGURA 3.3.	Ubicación de las estaciones: P500, pertenece a CORS (Izquierda) y P496, Pertenece UNAVCO (Derecha).	76
FIGURA 3.4.	Mapa de la sub-red 1, de la primera época de medición	78
FIGURA 3.5.	Mapa de la sub-red 2, de la primera época de medición	79
FIGURA 3.6.	Mapa de la sub-red 3, de la primera época de medición	80
FIGURA 3.7.	Mapa de la sub-red 4, de la primera época de medición	81
FIGURA 3.8.	Mapa de la sub-red 1, de la segunda época de medición	83
FIGURA 3.9.	Mapa de la sub-red 2, de la segunda época de medición	84
FIGURA 3.10.	Diagrama de flujo para la obtención de vectores	85
FIGURA 4.1.	Mapa de la Sub-red 1, de la primera época de medición	90
FIGURA 4.2.	Mapa de la sub-red 2, de la primera época de medición	97
FIGURA 4.3.	Mapa de la Sub-red 3, de la primera época de medición	103
FIGURA 4.4.	Mapa de la sub-red 4, de la primera época de medición	108
FIGURA 4.5.	Mapa de la primera sub red, campaña 2	115
FIGURA 4.6.	Mapa de la Sub-red 2, de la segunda época de medición	120
FIGURA 4.7.	Imagen satelital que muestra los vectores de deformaciones horizontales y cambios producidos entre el 2012 y 2013 de las zonas limítrofes a la Falla geológica activa Imperial	127

TABLA DE FIGURAS—*Continuación*

FIGURA 1.	Velocidades de el vértice P500	133
FIGURA 2.	Algoritmo para analizar información de punto de control y vértices desconocidos en Mathcad o en lenguaje C.	134
FIGURA 3.	Algoritmo para analizar datos de líneas base GNSS en Mathcad o en lenguaje C.	134
FIGURA 4.	Algoritmo para la elaboración de matrices de covarianza y cofactor en Mathcad o en lenguaje C.	135

ÍNDICE DE TABLAS

TABLA 1.1. Grandes Sismos de la Historia Mundial [4]	25
TABLA 1.2. Grandes sismos de América[4]	26
TABLA 2.1. Las escalas en las cuales se clasifican los sismos	34
TABLA 2.2. Velocidades de las Ondas “P” y “S” (km/s)	39
TABLA 3.1. Primera campaña	77
TABLA 3.2. Segunda campaña	82
TABLA 4.1. Valor de vectores para la primer sub red, campaña 1	90
TABLA 4.2. Valor de vectores para la primer sub red, campaña 1	90
TABLA 4.3. Coordenadas Finales en un sistema cartesiano con su error medio cuadrático en centímetros para la primer sub red, campaña 1	91
TABLA 4.4. Coordenadas Finales en la proyección UTM para la primer sub red, campaña 1.	91
TABLA 4.5. Análisis estadístico por componente para la primer sub red, campaña 1 . . .	93
TABLA 4.6. Resultados de las pruebas estadísticas en base a Pope para la primer sub red, campaña 1	93
TABLA 4.7. Confiabilidad Interna, estimación del error mínimo detectable: $\alpha =$ $0.01, \beta = 0.80, r_1 = 3, r_2 = 9, \lambda = 4$ primer sub red, campaña 1	94
TABLA 4.8. Confiabilidad Externa para la primer sub red, campaña 1	94
TABLA 4.9. Valores iniciales para la primer sub red, campaña 1	95
TABLA 4.10. Valores finales de la consistencia de la confiabilidad interna para la primer sub red, campaña 1	95
TABLA 4.11. Valor de vectores para la segunda sub red, campaña 1	96

	10
TABLA 4.12. Valor de vectores para la segunda sub red, campaña 1	96
TABLA 4.13. Coordenadas Finales en un sistema cartesiano con su error medio cuadrático en centímetros para la segunda sub red, campaña 1	98
TABLA 4.14. Coordenadas finales en la proyección UTM zona 11 para la segunda sub red, campaña 1.	98
TABLA 4.15. Análisis estadístico por componente para la segunda sub red, campaña 1 . . .	99
TABLA 4.16. Resultados de las pruebas estadísticas en base a la teoría de Pope para la Segunda sub red, campaña 1	99
TABLA 4.17. Confiabilidad interna en base a Snow [50], $\alpha = 0.01$, $\beta = 0.080$, $r_1 = 3$, $r_2 = 9$, $\lambda = 4$, segunda sub red, campaña 1	100
TABLA 4.18. Confiabilidad externa en base a Snow [50], para la segunda sub red, campaña 1	101
TABLA 4.19. Valores iniciales de la confiabilidad interna para la segunda sub red, campaña 1	101
TABLA 4.20. Valores finales para la consistencia de la confiabilidad interna para la segunda sub red, campaña 1.	102
TABLA 4.21. Valor de vectores para la tercera sub red, campaña 1	102
TABLA 4.22. Valor de vectores para la tercera sub red, campaña 1	102
TABLA 4.23. Coordenadas finales en un sistema cartesiano con su error medio cuadrático en centímetros para la tercera sub red, campaña 1	104
TABLA 4.24. Coordenadas finales en la proyección UTM zona 11 para la tercera sub red, campaña 1.	104
TABLA 4.25. Análisis estadístico por componente para la tercera sub red, campaña 1 . . .	105
TABLA 4.26. Resultado de la prueba estadística en base a Pope para la Tercera sub red, campaña 1	105

TABLA 4.27. Confiabilidad interna en base a Snow [50], $\alpha = 0.01$, $\beta = 0.080$, $r_1 = 3$, $r_2 = 9$, $\lambda = 4$, tercera sub red, campaña 1	106
TABLA 4.28. Confiabilidad externa en base a Snow [50] para la tercera sub red, cam- paña 1	106
TABLA 4.29. Valores iniciales para la confiabilidad interna para la tercera sub red, campaña 1.	107
TABLA 4.30. Valores finales para la consistencia de la confiabilidad interna para la tercera sub red, campaña 1.	107
TABLA 4.31. Valor de vectores para la cuarta sub red, campaña 1	108
TABLA 4.32. Valor de vectores para la cuarta sub red, campaña 1	108
TABLA 4.33. Coordenadas finales en un sistema cartesiano con su error medio cuadrático en centímetros para la cuarta sub red, campaña 1	109
TABLA 4.34. Coordenadas Finales en la proyección UTM zona 11 para la cuarta sub red, campaña 1.	109
TABLA 4.35. Análisis estadístico por componente para la cuarta sub red, campaña 1	111
TABLA 4.36. Resultados de las pruebas estadísticas en base a Pope para la cuarta sub red, campaña 1	111
TABLA 4.37. Confiabilidad Interna en base a Snow [50], $\alpha = 0.01$, $\beta = 0.080$, $r_1 = 3$, $r_2 = 9$, $\lambda = 4$, cuarta sub red, campaña 1	112
TABLA 4.38. Confiabilidad externa en base a Snow [50] para la cuarta sub red, cam- paña 1	112
TABLA 4.39. Valores Iniciales de la consistencia para la confiabilidad interna para la cuarta sub red, campaña 1.	113
TABLA 4.40. Valores finales para la consistencia de la confiabilidad interna para la cuarta sub red, campaña 1.	113
TABLA 4.41. Valor de vectores para la primera sub red, campaña 2	114

TABLA 4.42. Valor de vectores para la primera sub red, campaña 2	114
TABLA 4.43. Coordenadas finales en un sistema cartesiano con su error medio cuadrático en centímetros para la primera sub red, campaña 2	116
TABLA 4.44. Coordenadas finales en la proyección UTM zona 11 para la primera sub red, campaña 2.	116
TABLA 4.45. Análisis estadístico por componente para la primera sub red, campaña 2 . . .	117
TABLA 4.46. Resultado de la prueba estadística en base a Pope para la primera sub red, campaña 2	117
TABLA 4.47. Confiabilidad interna en base a Snow [50], $\alpha = 0.01, \beta = 0.080, r_1 = 3, r_2 = 3, \lambda = 4$, primera sub red, campaña 2	118
TABLA 4.48. Confiabilidad externa de la primera sub red en base a Snow [50] . . .	118
TABLA 4.49. Valor de la consistencia inicial de la primera sub red.	119
TABLA 4.50. Valores finales para la consistencia de la confiabilidad interna de la primera sub red.	119
TABLA 4.51. Valor de Vectores para la segunda sub red, campaña 2	120
TABLA 4.52. Valor de Vectores para la segunda sub red, campaña 2	120
TABLA 4.53. Coordenadas finales en un sistema cartesiano con su error medio cuadrático en Centímetros	121
TABLA 4.54. Coordenadas finales en la proyección UTM zona 11 para la segunda sub red, campaña 2.	121
TABLA 4.55. Análisis estadístico por componente para la segunda sub red, campaña 2 . . .	123
TABLA 4.56. Resultado de la prueba estadística en base a la teoría de Pope para la segunda sub red, campaña 2	123
TABLA 4.57. Confiabilidad interna en base a Snow [50], $\alpha = 0.01, \beta = 0.080, r_1 = 3, r_2 = 9, \lambda = 4$, de la segunda sub red	124

TABLA 4.58. Confiabilidad externa en base a Snow [50] para la segunda sub red, campaña 2	124
TABLA 4.59. Valor de la consistencia inicial para la segunda sub red, campaña 2. . .	125
TABLA 4.60. Valores finales para la consistencia de la confiabilidad interna para la segunda sub red, campaña 2	125
TABLA 4.61. Diferencia de coordenadas de primer y segunda campaña en UTM zona 11, en centímetros	126
TABLA 1. Tabla que relaciona la magnitud del sismo con la longitud entre perfiles de la red (L_{km}) y desplazamientos máximos alcanzados (D_{cm})	136

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

La geomática es una disciplina que está en desarrollo en el área de Ciencias de la Tierra que incorpora otras áreas como lo son: Percepción Remota (PR), Sistemas de Posicionamiento Global (GPS) y Sistemas de Información Geográfica (SIG); es decir, la Geomática es un área integral que está estrechamente relacionada con distintas áreas que permiten el manejo de información de datos geo-espaciales [46]. Es por ello del gran desarrollo que está teniendo actualmente, ya que trabajos que resultaban complicados o ineficientes pueden ser resueltos de distintos enfoques y trabajos como: Ordenamientos, tendencias de crecimiento urbano y tecnología GPS aplicada [46] a un fin específico como es el caso de nuestra investigación. Retomando el planteamiento de la tecnología aplicada GPS (o comúnmente llamada tecnología geoespacial en el campo de la geomática) tenemos que es posible implementar la geomática para llevar a cabo el estudio de deformaciones sismogénicas mediante la monumentación física de una red geodésica GPS; en conjunto con la implementación de la misma, realizar un análisis matemático, estadístico y de confiabilidad de la red utilizada para el monitoreo de deformaciones sismogénicas [3, 16, 25, 34, 36, 52, 55].

A partir de los años noventa se han realizado numerosos análisis matemáticos y estadísticos de las mediciones geodésicas satelitales y mediciones de monitoreo mediante técnicas satelitales, en específico GPS; como es el caso de países desarrollados como Estados Unidos de América, Rusia, China, Japón, India, etc.[3, 49, 51, 66]. Estos países establecen redes geodésicas GPS de monitoreo continuo sísmico densa con una geometría en forma regular triangular sobre la zona susceptible a presentarse este fenómeno geo-

dinámico en mayor o menor medida. Los estudios muestran que al establecer de manera continua mediciones sobre el terreno se obtienen resultados de monitoreo de movimientos horizontales en el orden centimétrico o incluso milimétrico que pueden ser expresados de manera visual en vectores de desplazamiento horizontales; Even-Tzur (2006) [24] indica que para llevar a cabo un estudio confiable es necesario realizar un análisis matemático y estadístico para la detección de errores en redes geodésicas que permitan confiar en las mediciones ya que se requieren de primer orden mediante la ayuda de diferentes modelos matemáticos. Otra vertiente dentro del establecimiento de redes geodésicas es el establecer redes geodésicas GPS en campañas de medición, en la cual se llevará a cabo en intervalos de medición en diferentes fechas o épocas del año, con el objetivo de encontrar variaciones en la posición de cada uno de los vértices geodésicos o diferencias de coordenadas [49], dada las características particulares de la zona de estudio. Estos estudios muestran que a través de una metodología estándar y un análisis matemático aunado a escoger el modelo de coordenadas correcto, es posible encontrar desplazamientos en ordenes milimétricos, en dependencia del equipo utilizado, el tiempo de posicionamiento y el análisis para la detección de errores no aleatorios[13, 30, 49].

Para el caso de nuestra investigación, el estudio se basa en un sistema geoespacial (red geodésica GPS físicamente monumentada donde los datos espaciales son analizados mediante métodos informáticos) [45] sobre la Falla Imperial que pertenece al sistema de Fallas de San Andrés. La red geodésica es una red que se encuentra establecida de manera perpendicular a la Falla Imperial con una configuración que no sigue los esquemas clásicos para este tipo de trabajos, donde además no se cuenta con estaciones de medición continua. En los trabajos realizados en distintas partes del mundo, la característica principal es buscar formar redes de figuras triangulares que cubran toda la superficie de zona de afallamiento, al contar con perfiles perpendiculares y mediciones que llevan a formar figuras irregulares en el procesamiento sale de esquemas clásicos para este tipo de traba-

jos. El objetivo principal es conocer si a través de una red geodésica GPS diferente a lo convencional es posible determinar un movimiento horizontal regular de la Falla Imperial. Dicho de otra manera, se intenta resolver la interrogante: ¿Será posible determinar desplazamientos regulares (movimientos horizontales característicos de la zona de estudio) asociados a factores sismogénicos, a través de una red de configuración que se adapta en su diseño en forma de perfiles perpendiculares a la Falla Imperial, en busca de movimientos horizontales característicos de la zona?

Por parte de distintas áreas de la investigación y distintos académicos investigadores, para el año de 1998 se previó desarrollar e implementar este tipo de redes para el monitoreo de acumulación de tensión sobre fallas sísmicas, el cual llamaron “Plate Boundary Observatory (PBO)”¹; sin embargo, Yehuda Bock y Andrea Donnellan et al [11] emplean un esquema distinto para llevar a cabo este tipo de estudios donde se aseguraba que a través de redes en forma de perfiles transversales a las fallas se podría encontrar información de focos sísmicos en formaciones o bien, caracterizar el movimiento horizontal regular de la falla misma. Retomando éste enfoque, se diseña e implementa la red que fue sujeta a estudio y análisis donde se prueba el objetivo si es pertinente su uso y diseño.

¹Disponible en <http://www.unavco.ucar.edu/community/publications/proposals/PBOwhitepaper.pdf> consultada el 05/febrero/2012

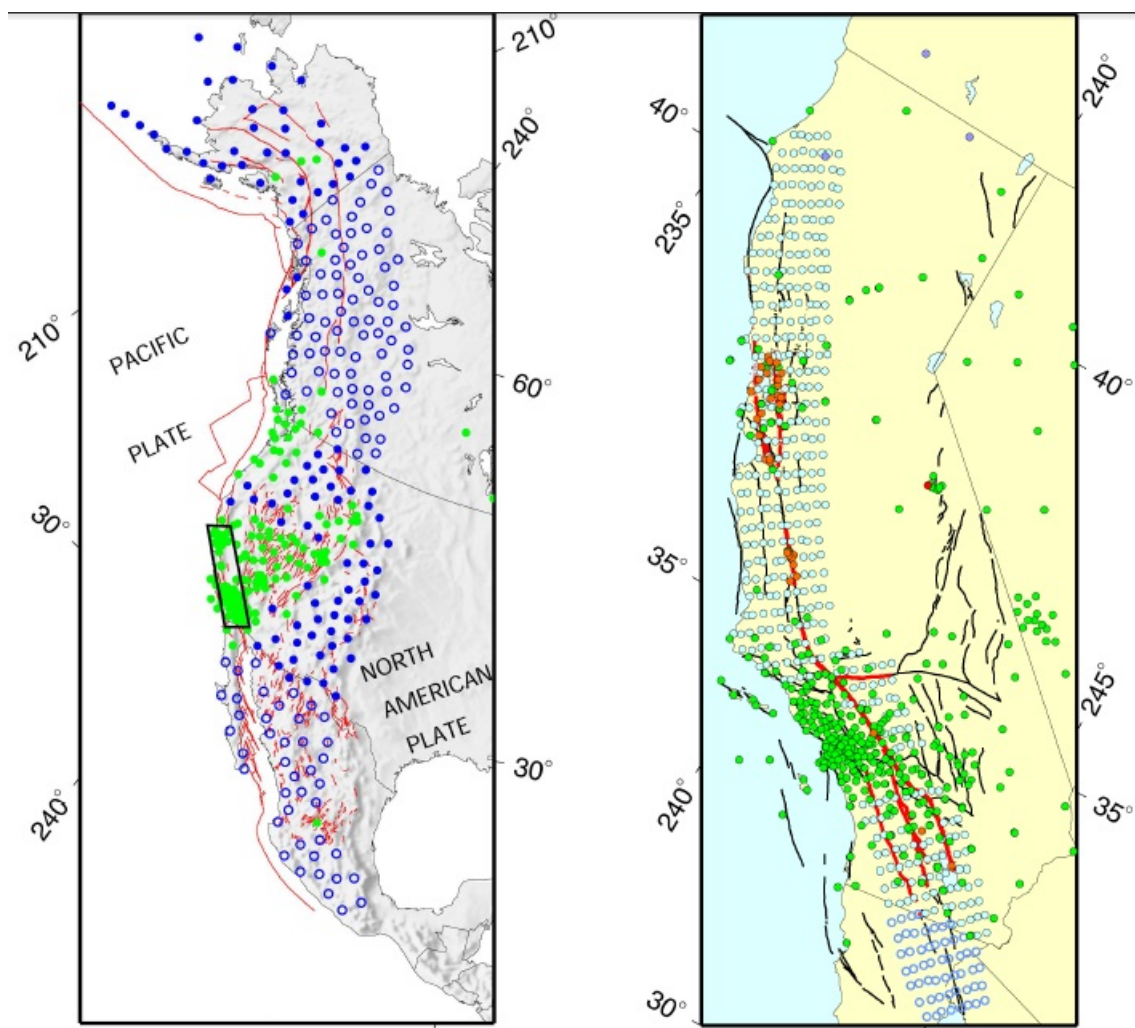


Figura 1.1: Imagen izquierda: representa el estado actual para la red de monitoreo CORS y datos continuos. Imagen derecha: propuesta para establecer una red de monitoreo sísmica. Fuente: [11]

En la figura anterior (figura 1.1), por parte de PBO, presenta lo que es una visión de como se podría analizar la Falla de San Andrés. Del lado izquierdo es lo que se ha establecido por años de monitoreo sísmico por parte Servicio Geológico de los Estados Unidos (USGS), encontrando que no sigue una secuencia estructurada con algún patrón; por el contrario del lado derecho es la propuesta que ellos establecen para detectar acumulación

de tensión o deformación de la superficie terrestre, esta hipótesis es probada al materializar una red geodésica que cumple con las especificaciones para este tipo de estudios. Es preciso establecer un sistema geoespacial, es decir, establecer un sistema que permita manipular, procesar datos e información espacial en un sentido geográfico [45], de tal forma que permita monitorear la falla de una manera distinta para poder identificar movimientos característicos regulares de la zona de fallamiento.

1.1. Planteamiento del problema

En la actualidad el uso o implementación de técnicas de monitoreo mediante el uso de metodologías satelitales es un tema vigente; ya que el número de sismos que experimenta la tierra es muy alto. El Valle de Mexicali, es cruzado por dos fallas geológicas activas, la Falla de Cerro Prieto y la Falla Imperial, que a su vez forman parte del sistema de Fallas de San Andrés. Esta zona es caracterizada por una alta actividad sísmica y volcánica, eventos que la convierten en una de las zonas sísmicamente más activas de México (como se muestra en la figura 1.2) sólo para el año 2005 se presentaron más de 20 menores y altos sismos (sismos de magnitud moderada (mayores 2 a 3 ML) a alta (mayores a 5 ML)) [23, 65], esto eventualmente representa un riesgo geológico sobre la parte oriental de la ciudad de Mexicali, ya que un sismo representa destrucción parcial o total de campos de cultivos, además de daños a la infraestructura de la misma ciudad, así como su vías de comunicaciones. Por otro lado, la Falla de Cerro Prieto es de tipo transformante; es decir, es un tipo de Falla en la cual existe producción de magma basáltico [1], esta Falla se extiende por más de 80 kilómetros, desde 3 kilómetros al sureste del Volcán Cerro Prieto hasta su entrada al Golfo de California, en la cercanía del poblado Golfo de Santa Clara, Sonora (Cuenca Wagner). El trazo de la Falla Cerro Prieto es visible únicamente en su sector sur, desde el sitio conocido como Mesa de Andrade hasta el occidente del Golfo de Santa Cla-

ra. Su desplazamiento promedio es mayor a 50 mm/año y hasta el 2010, en esta Falla se han producido cinco sismos de magnitud mayor a 5.0Mw [5]. Un ejemplo de la actividad sísmica de gran intensidad es el sismo llamado “Victoria” que se presentó el 8 de junio de 1980 al suroeste de la ciudad de Mexicali, alcanzando una magnitud de 6.1Mw [61]. Debido a la fuerza devastadora de Victoria, horas más tarde, después de presentarse el sismo, se implementó una red de monitoreo sísmico que constaba de 6 estaciones sísmicas para captar la actividad posterior al sismo. El monitoreo fue llevado a cabo por la Universidad de California en San Diego y el Centro de Investigación Científica y Educación Superior de Ensenada (CICESE) [62]. Investigadores de ambas instituciones adjudican al Sismo Victoria al incremento de sismicidad ocurrida en el Valle de Mexicali y Valle Imperial de 1973 a 1981 [61]. Otro caso es el sismo Mayor-Cucapah registrado el 4 de abril de 2010, este sismo ocurrió a 70 Km al suroeste de la ciudad de Mexicali, Baja California. El Mayor Cucapah alcanzó una magnitud de 7.2 Mw, mismo que colapsó la infraestructura eléctrica, dañó la carretera Tijuana-Mexicali, generó inundaciones, además de sufrir daños graves los canales de riego Nuevo Delta y Reforma afectando 60 mil hectáreas de cultivo, y que además puso en riesgo la operación de la Planta Geotérmica de Cerro Prieto [29]. Actualmente aún se sigue trabajando para lograr reconstruir zonas de riego afectadas por sismos de alta intensidad. Las características geográficas tan especiales que tiene la región del Valle de Mexicali, han motivado a la Universidad Autónoma de Sinaloa, CICESE en conjunto con la Universidad Autónoma de Baja California (UABC) y el Instituto “Schmidt” de Física de la Tierra de la Academia de Ciencias de Rusia, a implementar una red geodésica multipropósito para realizar estudios de deformaciones [20] y de pronóstico de formación de epicentros sísmicos que les permita realizar un monitoreo geodésico fiable y preciso del proceso de acumulación de deformaciones sismogénicas con una configuración fuera de lo convencional, ya que para este tipo de trabajo se debe de garantizar que sea una red robusta y tenga observaciones con precisión [48]. La red geodésica utilizada,

está diseñada en 6 perfiles transversales a la Falla Imperial con una distancia entre ellos de 4 kilómetros (figura 1.3). En la parte central la distancia entre los vértices es de un kilómetro, y a medida que se va alejando del centro la distancia se encuentra en 2 kilómetros. Lo cual según en la tabla 1, se espera que permita captar epicentros sísmicos de magnitud 5 o menor a esta, que es del orden de los 8 kilómetros. Por otro lado, al ser una malla encontramos que su configuración es diferente a otros trabajos donde se basa el diseño de la red a determinar el movimiento generado y velocidad obtenida durante intervalos de años empleando redes que siguen un modelo triangular con ángulos regulares y no en perfiles; lo que vuelve tan peculiar esta red, es la forma que adoptó para describir el movimiento natural de la Falla Imperial que pertenece al sistema de Fallas de San Andrés, que espera que su configuración muestre el comportamiento horizontal de la falla.

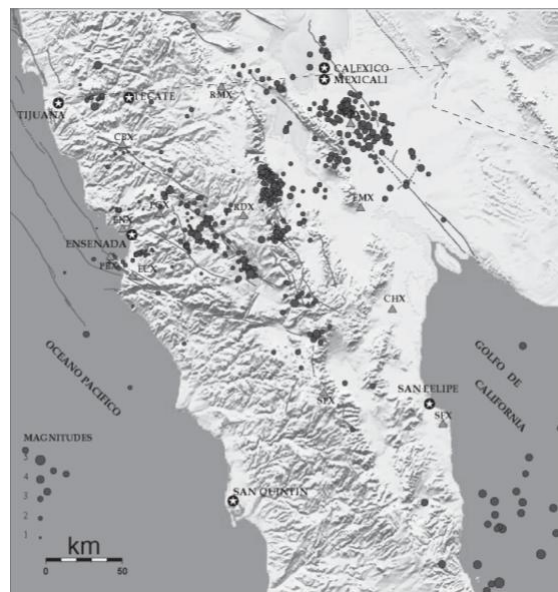


Figura 1.2: Eventos sísmicos para el año 2005. Fuente: [65]

En base a lo anterior, para realizar cualquier tipo de análisis de un evento sísmico se requiere el diseño y construcción de una red geodésica GPS o red geodésica satelital que

permita realizar observaciones y establecer puntos de apoyo confiables [20] explotando las características de las zonas sísmicas en cuanto a su movimiento horizontal, además de tener en claro bajo que técnicas de posicionamiento de GPS serán aplicables, como es para el caso de nuestro trabajo en la cual se aplicó un posicionamiento estático en intervalos de 5 segundos. Las condiciones de medición hacen referencia a establecer periodos de medición por intervalos largos de tiempo (días, meses e incluso hasta años); lo que permitirá obtener datos rápidos y confiables en cuanto a su modo de procesamiento mediante la técnica punto de posicionamiento preciso (PPP), donde encuentras las velocidades de los vectores de una manera sencilla al tener datos continuos de medición [14]. Esto complica el análisis a realizar, ya que la red establecida no cuenta con equipo que se pueda adaptar a mediciones de tiempo de tal magnitud, es decir, no se cuenta con estaciones de monitoreo continuo. Por lo cual se buscará alcanzar precisiones al nivel de centímetros en intervalos de horas, mediante campañas de medición con receptores geodésicos GPS, de tal forma que permitan analizar y determinar en base a mediciones repetitivas si existe alguna tensión superficial que de indicio de un posible foco sísmico. Sin embargo, el análisis realizado no se basa en el estudio de las mediciones que conforman la base de datos; es decir, se realizará en base a los desplazamientos reales de la superficie terrestre. La herramienta principal para el estudio de deformación de la superficie terrestre son los receptores geodésicos GPS [14, 64], que permiten la determinación de posicionamiento y dirección de desplazamientos originados por el propio movimiento de la falla de movimiento lateral derecho.

El uso de receptores geodésicos GPS ha demostrado ser una herramienta de medición muy efectiva y precisa al estudiar las manifestaciones superficiales terrestres asociadas a eventos sísmicos, ya que proporciona los datos de manera simple y precisa [6]. Tomando las consideraciones anteriores, y al ser una red geodésica nueva, es fundamental elaborar un análisis estadístico y matemático de dichas mediciones, tal que, permitan estimar con

que grado de incertidumbre fueron llevadas a cabo. Con esto se podrán determinar si es factible determinar desplazamientos o formaciones sísmicas en base a las precisiones alcanzadas, implementando un red geodésica atípica en cuanto a su diseño clásico para este tipo de trabajos.

1.2. Justificación

El monitoreo sísmico mediante técnicas geodésicas ha jugado un papel importante, y este se ha incrementado al introducir técnicas de posicionamiento mediante receptores geodésicos GPS. La vigilancia sísmica representa un problema de actualidad y su implementación es de suma importancia, ya que dichos fenómenos geodinámicos generan la pérdida no sólo de vidas humanas, sino de daños materiales incuantificables a infraestructuras de ciudades[3]; de acuerdo a estadísticas elaborado por United States Geological Survey (Servicio Geológico de los Estados Unidos), nuestro planeta experimenta anualmente alrededor de 20 sismos de gran intensidad que afecta a lo anteriormente mencionado. Por otro lado, el Valle de Mexicali (zona de estudio), se caracteriza por ser una región de gran actividad sísmica de baja y alta intensidad, agregando que se presenta un gran flujo de calor por la actividad sísmica [23]; ya que en esta zona se han presentado sismos de gran intensidad (superiores a la magnitud 7), esto claramente es un foco de atención y ha despertado el interés de la comunidad científica de aportar distintos tipos de análisis, documentación y propuestas de procesamiento de información de este tipo de fenómenos geodinámicos. En la metodología que se ha estado enfocando (la comunidad científica) es realizar estudios de deformación originados por movimientos telúricos por medio de técnicas satelitales; como es el uso de GPS. Estas técnicas permiten cuantificar, o estimar de manera vectorial basado en mediciones GPS el desplazamiento de las Fallas de Cerro Prieto y la Falla Imperial (fallas importantes de la zona de estudio, el Valle de Mexicali), o

bien, la formación de focos sísmicos desde un punto de vista geodésico representándolos de manera vectorial en mapas, lo busca identificar cual es la velocidad que alcanza en su desplazamiento las fallas para este caso.

Las técnicas de medición (para movimientos sísmicos) son empleadas en base métodos geodésicos (posicionamiento con GPS); ya que para realizar estudios de deformación de la superficie terrestre originados por este tipo de fenómenos geodinámicos, las técnicas de medición de GPS han mostrado ser efectivas y precisas[14], estas permiten identificar con alta precisión si eventualmente existe un acumulamiento de tensión, y este a su vez pueda ser asociado con la formación de focos sísmicos desde un punto de vista geodésico. Sin embargo, se hace hincapié a realizar mediciones de manera permanente o por largos periodos de tiempo; esto garantiza precisión y obtención de datos de manera rápida.

Los países desarrollados, con alta actividad sísmica; como es el caso de China; han implementado técnicas geodésicas para el estudio de las deformaciones que se presentaron en el área de Qinghai-Xizag Plateau. Los métodos que fueron empleados para el estudio de la deformación fueron sustentados con un análisis de gravedad y la materialización de red geodésica GPS que les permitió llevar un control permanente. Las observaciones GPS fueron llevadas a cabo en estaciones continuas durante el periodo de 1993 a 1995. Este periodo permitió obtener datos de manera rápida, precisa y directa [14]. Sin embargo este no ha sido el único proyecto de gran magnitud para China. Para el año de 1995 China habría construido una planta hidroeléctrica sobre el tercer río más grande del mundo, el río Yangtze. El área donde se construyó la hidroeléctrica fue sujeta alrededor de 5 sismos de gran magnitud, de tal forma que se vieron en la necesidad de implementar una red geodésica GPS para realizar un estudio de la deformación del área afectada. La red GPS establecida cuenta con 23 estaciones continuas distribuidas dentro y fuera de la zona afectada. De tal forma que para el año de 1998 ya se había calculado la velocidad del des-

plazamiento [64]. Esto resulta importante ya que fue una innovación al análisis de redes dinámicas; permitiendo proponer nuevas técnicas de medición. En la actualidad también las redes geodésicas GPS se están implementando para realizar estudios de deformaciones, ya que presentan una solución rápida y concisa [3]. Un ejemplo de lo anterior, es que el 11 de marzo del 2011 frente a la costa de Tohoku en el Océano Pacífico, al noreste de Japón ocurrió un gran sismo y el último registrado de clase M9. Este sismo, ocasionó un tsunami, además de intensos movimientos sísmicos. Japón se encuentra bajo la influencia de cuatro placas tectónicas que de manera constante generan actividad sísmica [51]. Este evento sísmico como anteriormente se mencionó fue el primero que fue analizado y medido con una red geodésica densa; es decir, con más de 200 estaciones continuas; Japón es el país con más avance tecnológico y científico en esta área al ser altamente sísmico. El monitoreo fue llevado a cabo por Gps Earth Observation Network System of Japan (**GEONET**) y Crusal Movement Observation Network Of China (**CMONOC**), en total las redes geodésicas GPS constan de 260 estaciones GPS de monitoreo continuo que ayudaron a llevar a cabo este análisis de deformación. Para poder cuantificar la deformación fue necesario recabar información de monitoreo; es decir, de las observaciones GPS. Los datos de observaciones GPS fueron obtenidos en tres momentos (anterior, durante y posterior) al evento sísmico; lo cual permitió un análisis referente a ver el comportamiento de los desplazamientos en tiempo real. De tal manera de con los datos obtenidos en las tres etapas medidas de manera continua se pudiera cuantificar la deformación y dirección de la misma [51].

Otro sismo peculiar fue el que se presentó en el país de Guatemala en 1976 en la madrugada del 4 de febrero; el cual causó 22,000 muertos, 700 heridos y una gran devastación de dicho país (otros sismos importantes se muestran en la cuadro 1.1 y 1.2). La causa principal fue una ruptura de la Falla Motagua que forma parte de la Placa del Caribe y la Placa Norteamericana. Dicho suceso no fue observado bajo un esquema de red geodésica que

permitiera dar indicadores de los desplazamientos originados por tales fenómenos [12]. Para la parte noroeste de México, existe una red sísmica que está vigente, la cual consta de 12 estaciones de periodo corto, 3 estaciones de banda ancha y una estación de periodo largo. Donde cada estación está formada por 3 sismómetros. Esta red se extiende a lo largo la región norte de Baja California y la porción occidental del estado de Sonora [59]. La red GPS implementada por la Universidad Autónoma de Sinaloa, el CICESE en conjunto con la UABC y el Instituto “Schmidt” de Física de la Tierra de la Academia de Ciencias de Rusia, que podría ser utilizada como apoyo para la investigación, está situada en áreas de dominio de la red sísmica anteriormente descrita. Esta red geodésica se ha diseñado con el propósito de estudiar el comportamiento de las deformaciones superficiales sismogénicas y verificar hipótesis sobre la posibilidad de predicción sísmica; es decir, el poder establecer y contestar a las preguntas “¿Dónde y con qué fuerza?”, se estaría generando un foco sísmico mediante técnicas satelitales y métodos geodésicos [2, 40, 44].

Fecha	Magnitud	Epicentro	Zonas afectadas	Daños y pérdidas humanas
1908	7.5	Mesina, Italia	Italia	120,000 muertos
1920	8.5	Kansu, China	China	180,000 muertos
1923	8.3	Tokio, Japón	Tokio y Yokohama	140 000 Muertos y más de la mitad de Tokio destruida
1923	8.2	Kwato, Japón	Japón	143000 muertos
2004	8.9	Isla de Salaman-dra	Indonesia	Tsunami generado causó más de 150 000 muertos y pérdidas incuantificables

Tabla 1.1: Grandes Sismos de la Historia Mundial [4]

Para el caso de México, se han realizado estudios similares a los anteriores para cuantificar la deformación originada en base a mediciones continuas GPS, como es la situación de Guerrero en la parte sur de nuestro país. El estudio consistió en establecer 21 estacio-

Fecha	Magnitud	Epicentro	Zonas afectadas	Daños y pérdidas humanas
1906	8.6	San Francisco	Estados Unidos	Este sismo permitió generar la teoría del rebote elástico
1906	8.6	Valparaíso, Chile	Chile	20,000 muertos
1917	7.0	Los Ángeles California	California	No se calcularon los muertos
1933	6.3	Long Beach California	Sur de Estados Unidos	117 muertos
1939	8.3	Chillán, Chile	Chile	28,000 muertos
1943	7.5	Noroeste de Puerto Rico	Puerto Rico	Daños importantes
1944	8.5	San Juan, Argentina	Argentina	Más de 100,000 muertos
1959	8.2	Montana, Estados Unidos	Montana y sus alrededores	Causó desplome una montaña
1960	9.5	Valdivia, Chile	Chile	2000 muertos en Chile, tsunami 2,000,000 damnificados
1985	8.1	Entre los estados de Guerrero y Michoacán	México	9500 muertos.
2005	7.9	Chile (Iquique)	Chile	20 muertos, 130 heridos y 6300 damnificados

Tabla 1.2: Grandes sismos de América[4]

nes de operación continua de 1992-2001, sin embargo en sus cálculos muestran solo 6 a 8 horas de medición en lapsos de dos a tres días por cada sitio GPS. En su estudio ellos encuentran una asociación entre la desviación de los vértices con lo que es la magnitud y tipo de movimiento con el cual se encuentra las placas continentales [37]. Otro trabajo que en instancia puede servir como validación si los movimientos encontrados son correctos, es un análisis que se llevó con el mismo objeto que el que se presentó en Guerrero es un estudio realizado en Salton, California. En el estudio realizado entre los años de 1973-1991, encuentran que existen acumulaciones sísmicas de 17 mm/y, además mediante trilateraciones, en dicho estudio muestra que en el Valle Imperial (zona de estudio) es más grande la deformación, estos resultados fueron combinados con técnicas SAAR [47]; que posteriormente la misma Universidad de California expondría más estudios similares en éste ámbito

En base a lo anterior, el estudio propuesto se apoya principalmente de dos aspectos: análisis matemático y análisis estadístico. El conjunto de éstos mismos aunado a medi-

ciones geodésicas satelitales repetitivas, permitirá en primera instancia establecer una red geodésica capaz de detectar variaciones en la posiciones de los vértices que conforman la red; no obstante, no se busca un desplazamiento en variación de coordenadas. Se busca que al tener las mediciones realizadas, ajustadas y analizadas estadísticamente, estas mismas permitan describir el comportamiento peculiar horizontal de la Falla Imperial, donde estas mediciones o deformaciones serán asociadas a la formación de focos sísmicos y no, a un desplazamiento ocasionado por los mismos.

Otra parte fundamental es la configuración de la red geodésica, ya que a diferencia de los estudios realizados durante años, la red geodésica monumentada y sujeta a estudio es diferente en cuanto a su configuración; es decir, las redes clásicas para este tipo de estudio se encargan de cubrir el área de estudio, mientras que la red geodésica a utilizar se adapta a buscar un movimiento en específico de la Falla Imperial. Esto eventualmente hace que la red se vuelva de una configuración que no ha sido probada para este tipo de fenómenos. Lo cual sugiere que sea analizada su pertinencia para este tipo de estudios.

1.3. Objetivos e hipótesis

Al contar con una red geodésica nueva monumentada sobre un sector la Falla Imperial, y al no haber realizado un análisis matemático-estadístico de las campañas ejecutadas con anterioridad que muestre la precisión de las mediciones obtenidas de las observaciones satelitales, ni un análisis de confiabilidad interna y externa, deberá cada campaña ser analizada estadísticamente y sometida a un análisis matemático siguiendo el modelo de Gauss Markov para el ajuste de redes [41]. El control de una red de esta magnitud es de suma importancia dado al tipo de estudio que se pretende realizar, por lo tanto, el encontrar un vértice que sirva como apoyo es una tarea importante. Es por esto que se opta por

utilizar un vértice de CORS ² de tiempo continuo para realizar el análisis matemático; éste mismo se espera que permita determinar si es factible utilizar los datos como indicadores que hubo existencia de algún movimiento telúrico asociado a la formación de un foco sísmico, dadas la regularidades buscadas por el tipo de falla. Al establecer una red geodésica de manera perpendicular a la Falla Imperial (figura 1.3), en forma de perfiles perpendiculares a la misma, se estará buscando un movimiento típico del tipo de falla; cuyas características la describen como una falla horizontal con desplazamiento lateral derecho [8, 25, 37, 47, 59, 61].

²Estación de referencia de operación continua hecha por South Surveying and Mapping Instrument Co., Ltd, basándose en informática industrial y previendo de varios tipos de interfaces de comunicación. Es una estación de base de alto rendimiento GPS de tiempo continuo. Disponible en: <http://www.ngs.noaa.gov/CORS/standard1.shtml> consultada en octubre 29 del 2012

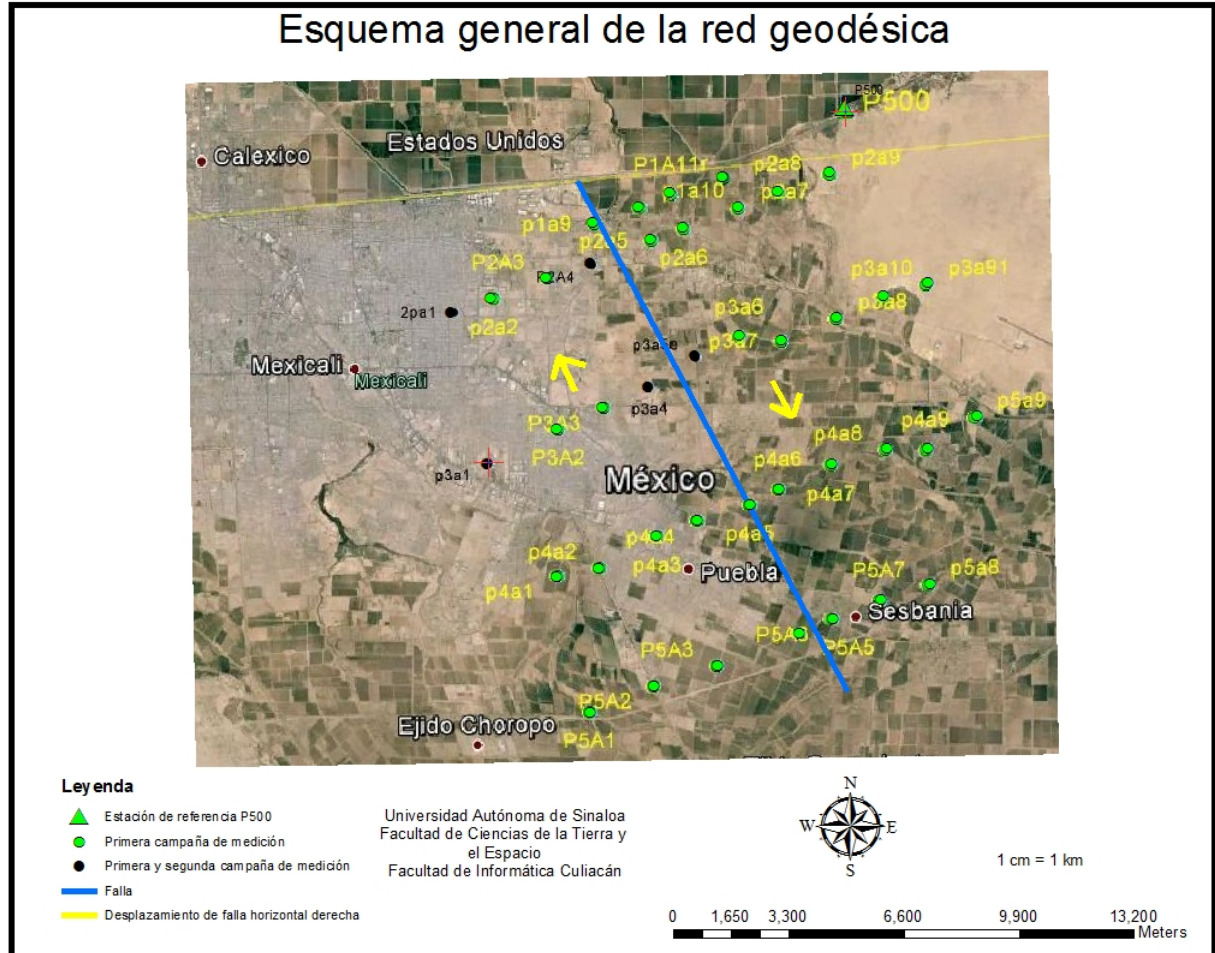


Figura 1.3: Imagen satelital que muestra el esquema general de la red.

En base a los perfiles establecidos de manera perpendicular a la falla geológica activa, se buscará encontrar las las deformaciones provocadas por las tensiones como se muestra en la figura 1.4, esto es, existe un momento al cual se le asignará “ T_0 ” el cual estará asociado aun momento en el cual la superficie terrestre no está sujeta a tensión. Por otro lado “ T_1 ” se le llamará al momento después del inicio de la acumulación de carácter endógeno sísmico, pero antes de su desprendimiento. En base a esto mediante las mediciones geodésicas repetitivas se espera encontrar un desplazamiento en sentido de la característica de la falla.

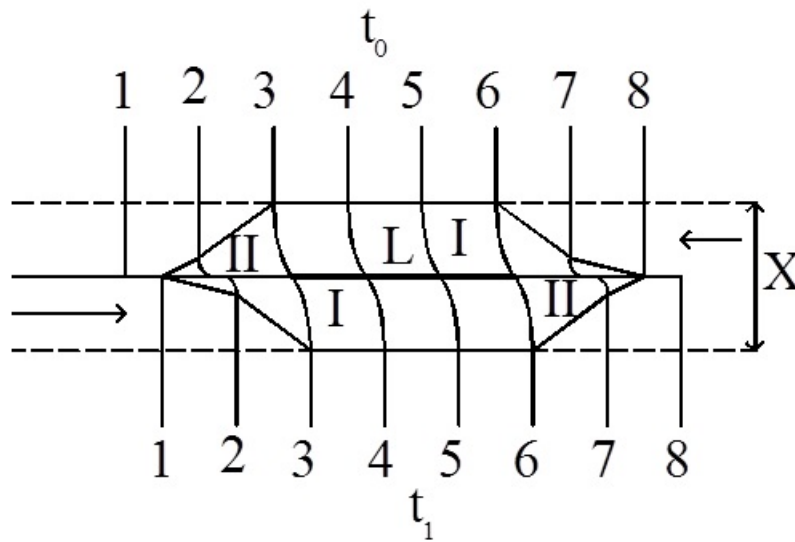


Figura 1.4: Esquema de deformación de los perfiles. Fuente [53]

En base a lo anterior los objetivos generales son los siguientes:

- Establecer un sistema geoespacial, utilizando métodos geodésicos satelitales, que permita describir el comportamiento superficial en una zona sísmica.
- Realizar pruebas estadísticas para la detección de errores no aleatorios o valores atípicos.

Los objetivos específicos del proyecto de investigación son los siguientes:

- Establecer un sistema de monitoreo que permita describir el comportamiento superficial.
- Detectar regularidades en el movimiento de los vértices de la red geodésica de monitoreo, que indiquen el comportamiento superficial asociado a factores sismogénicos.
- Implementar y analizar una red geodésica diferente a lo convencional.

Hipótesis

- La aplicación de un análisis estadístico basado en la prueba global de la varianza de referencia, en la detección de errores no aleatorios mínimos no detectables, así como en el impacto de los errores en las coordenadas de los vértices por determinar de una red geodésica GPS, las cuales diseñada en perfiles perpendiculares de 4-6 km a una falla local con desplazamiento horizontal, permite detectar y caracterizar distorsiones del nivel 0.5-5 cm generados por movimientos horizontales característicos de este tipo de fallas.

CAPÍTULO 2

MARCO TEÓRICO

2.1. Movimientos sismogénicos

2.1.1. Definición y generalidades

Actualmente existen distintas definiciones o conceptos acerca de sismos, donde se explica que palabra sismo viene del griego *Seiein* que tiene como significado “mover”, por otro lado se le llama temblor a un sismo pequeño; y macro-sismo a su opuesto (sismo grande)[17]. Sin embargo, otras definiciones hacen referencia a que simplemente es un movimiento producido por una rápida liberación de energía, provocada por deslizamientos de la corteza terrestre a lo largo de una falla[52].

Los movimientos sísmicos son uno de los fenómenos más destructivos de la naturaleza; causando la mayor parte de las veces daños incuantificables. Los sismos generalmente se presentan en los límites de placas tectónicas (es decir, en la unión de dos platos); cuando se produce la ruptura y se producen ondas sísmicas acompañadas con vibraciones, rompimiento del área y las peligrosas replicas [35]. Los sismos o movimientos sismogénicos tienen una componente principal que lo describen como cualquier otro fenómeno. Esta componente principal es considerada como el origen de los sismos; es decir, donde se libera la energía que es irradiada a todas las direcciones. El **Foco** o **Hipocentro** como se mencionó anteriormente es donde se produce la expansión de las ondas (en dependencia del tipo de sismo) en todas direcciones[52] como se muestra en la figura 2.1. El foco o hipocentro es la parte medular del sismo ya que en él se concentra la energía que posteriormente será liberada al no poder soportar la carga y liberar la tensión creada por las

placas tectónicas. Por otro lado, a lo largo del tiempo se han presentado distintos ejemplos de grandes sismos como lo son en países como: Japón, Rusia, Estados Unidos de América, México, India, Malacia, Haití, entre otros; esto ha permitido que a través de estudios se pudieran clasificar en escalas como se presenta en la tabla 2.1 la cual representa una clasificación general de los sismos [4]. La tabla 2.1 se mencionan dos escalas importantes en las clasificaciones de sismos: la escala de Richter y Mercalli. Ambas escalas se utilizan para evaluar y comparar la intensidad de los sismos; presentando algunas diferencias. La escala de Richter se utiliza para representar la energía de un sismo en su foco y la intensidad crece de forma exponencial de un número al siguiente (incrementa). Por otro lado, la escala de Mercalli es más subjetiva, puesto que la escala depende del observador y el origen del sismo (centro o hipocentro); ésta clasifica en dependencia de las reacciones humanas y las observaciones en la escala de Richter [42].

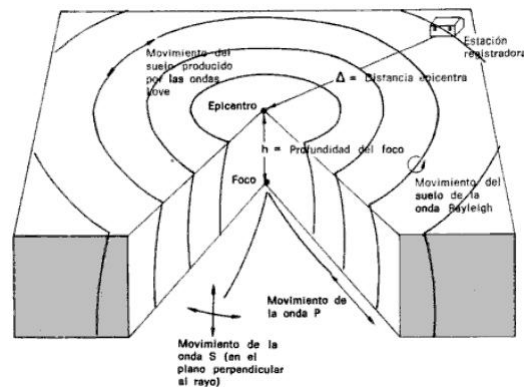


Figura 2.1: Generación de ondas sísmicas. Fuente:[25]

Normalmente se le atribuye los movimientos sismogénicos a fallas geológicas que se formaron en el pasado, y se dice que estas fallas generan grandes movimientos sísmicos; aun que también se le atribuyen a zonas de origen volcánico[17, 25, 42, 52, 55]. Existen grandes ejemplos de fallas de tipo transformante que generan constantemente sismos de

Tipos de deslizamientos o fallas	Escala Richter	Escala Mercalli
Deslizamiento de roca y suelos	4 a 4.5	VI
Deslizamientos de bloques de suelos en casos aislados	4 a 4.5	VI
Deslizamientos de bloques o roca en masa	5.5	VII o más
Avalanchas de rocas y agrietamiento de paredes libres de roca sólida	6.5	VIII o más
Deslizamiento y desprendimientos de suelo y roca con mayor riesgo en topografía irregulares	Superior a 6.5	IX o más
Deslizamientos masivos de gran extensión bloqueando ríos y formando nuevos lagos	Superior a 6.5	X mínimo

Tabla 2.1: Las escalas en las cuales se clasifican los sismos

alta y baja intensidad, como lo es la Falla Imperial que es una pequeña parte de la falla de San Andrés, ubicada en el país de México en la frontera con Estados Unidos. Esta falla es un límite transformante que separa la Placa Norteamericana y la Placa del Pacífico [52].

2.2. Fallas geológicas

El término falla geológica es comúnmente asociado con cierta discontinuidad formada por rocas de la superficie terrestre o litosfera, generadas por que las fuerzas sobre pasan la resistencia de las mismas y se lleva a cabo una ruptura; esta puede variar entre kilómetros y centímetros. Los bloques donde se forman las fallas o las superficies de contacto suelen ser enormes como es el caso de las placas tectónicas. Las fallas geológicas se caracterizan por los siguientes atributos [4]:

- **Dirección:** Ángulo que forma la línea horizontal contenida en el plano de la falla con el eje norte-sur.
- **Buzamiento:** Ángulo que forma el plano de la falla horizontal.
- **Salto de falla:** Es la distancia entre un punto dado de uno de los bloques y otro, tomada a lo largo del plano de la falla.
- **Escarpe:** Distancia entre las superficies de los bordes tomada en vertical.

Las fallas geológicas se pueden clasificar en tres clases principales [7] y pueden ser representados como se muestra en la figura 2.3:

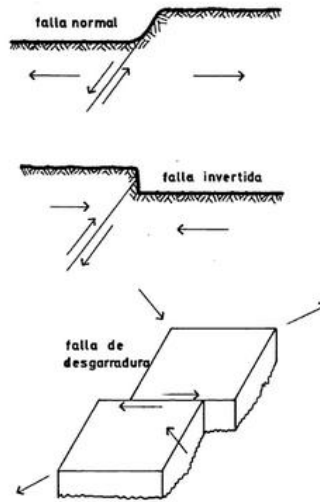


Figura 2.2: Tipos de fallas. Fuente:[7]

- **Fallas normales.** Son propias de la zona de tensión; se produce hacia abajo de la porción anterior.
- **Fallas inversas.** Corresponden a la zona de compresión; se produce un desplazamiento hacia arriba de la porción anterior.
- **Fallas desgarraduras o de rumbo.** Implican grandes desplazamientos horizontales entre las dos superficies de contacto.

Como se mencionó en la sección anterior (sección 2.1.1); La falla de objeto de estudio es la Falla Imperial con desplazamiento del tipo de falla de rumbo. Sin embargo existen otros ejemplos de fallas que son importantes en el mundo; como es la falla activa que se encuentra en la base del Gran Himalaya, en el Nepal Central. Esta falla es importante ya que se puede apreciar a simple vista un cambio en el paisaje se percibe una discontinuidad

en el mismo, esto es porque las placas tectónicas de India y Asia chocan. Esto ha contribuido a reafirmar que las fallas en promedio tienen un desplazamiento de milímetros a centímetros ya que ha sido sujeta a numerosos estudios de deformación y monitoreo. Las fallas geológicas presentan ciertos indicadores “directos” o “indirectos” que permite hacer diferencias entre ambas. Los indicadores directos hacen referencia a notar cambios directamente sobre la superficie terrestre y permiten definirla sin ningún problema; el caso contrario es para los indicadores indirectos que contienen un alto grado de incertidumbre [4]. Otros métodos son utilizados para detectar las fallas geológicas como son métodos eléctricos, geofísicos, mecánica de suelos, estudios de monitoreo, etc. Estos garantizan detectar las fallas de manera precisa y exacta.

2.3. Teoría sobre la deformación sísmica

Actualmente existen diversas teorías que pretenden explicar el origen de los sismos así como su formación. La teoría principal que explica la formación de los movimientos telúricos es Tectónica de placas. Dicha teoría tiene como sustento que la tierra está formada por múltiples placas; las cuales se encuentran con una alta cohesión (unidas entre sí). Las placas se mueven en función de otras; de tal forma que pueden flotar sobre un material viscoso (magma) generando estrés. Se consideran tres tipos de movimientos como más importantes: Friccionante, convergente y divergente; a continuación se describen brevemente [17]:

- **Movimiento friccionante.** Este tipo de movimiento hace referencia a que las placas tectónicas se desplazan una conforme a otra (la cual es una característica principal de la Falla de San Andrés) .
- **Movimiento divergente.** Consiste en el movimiento relativo entre dos placas; es

decir, una placa tectónica se mueve con respecto a otra. Las dichas placas se separan, permitiendo que aflore magma que sustituye a la corteza anterior.

- **Movimiento convergente.** Consiste en que una placa subyace sobre la vecina; es decir, se introduce debajo de ella.

Los movimientos de fallas anteriormente descritas, propician según la teoría de tectónicas de placas los movimientos sísmicos. No obstante existe otra teoría propuesta a raíz de un gran sismo que se llevó a cabo en San Francisco en 1906; la teoría del rebote elástico [25]. El sismo originado en dicha ciudad estuvo acompañado por desplazamientos horizontales superficiales a lo largo de la Falla de San Andrés. Los análisis llevados a cabo demostró que hubo un desplazamiento entre la Placa del Pacífico hacia el norte en un vector de 4.7 metros con respecto a la placa adyacente (Norteamericana).

La teoría que propuso Reid (investigador que en base al sismo de San Francisco desarrolló la teoría del rebote elástico) explica que las rocas contienen una ruptura, que las fuerzas tectónicas van deformando las rocas de la corteza en ambos lados de la falla durante muchos años. Las rocas que son sometidas a esta deformación, van acumulando flexión elástica (energía elástica). Cuando se supera la resistencia friccional que las mantiene unidas se produce un deslizamiento en los puntos más débiles (foco); el desplazamiento provocará un aumento de los esfuerzos en zonas más alejadas a lo largo de la falla, donde un nuevo desplazamiento se liberará. Las vibraciones que conocemos como un terremoto se producen cuando las rocas vuelven a su estado original como se muestra en la figura 2.3 [15, 25].

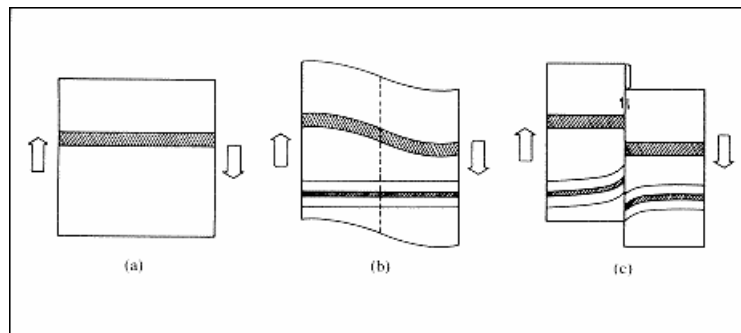


Figura 2.3: Teoría del Rebote Elástico

2.3.1. Ondas sísmicas

Como se mencionó en la sección anterior (sección 2.3); las rocas tienen capacidad elástica y esfuerzo de ruptura [15, 25]. Cuando se produce una ruptura sobre la superficie de la roca (producida por la acumulación de la tensión) se generan vibraciones que se dispersan a en todas direcciones a lo largo de la tierra o superficie terrestre [17]. Existen distintos tipos de ondas que se generan al producirse este tipo de ruptura; sin embargo, se consideran tres ondas como las principales[17] como se muestran en la figura 2.4 (las velocidades son expuestas en la tabla 2.2).

- **Onda “P”**. Esta onda se considera como primaria y consiste en un movimiento longitudinal que provoca la dilatación en la dirección y en el sentido en que viaja. Además dicha onda se trasmite a través del granito roca y materiales líquidos como el magma volcánico o el agua de los océanos, su naturaleza es semejante a la del sonido y esto hace que cuando llegan a la superficie de la tierra. Una parte se transmite a la atmósfera como ondas sonoras y pueden ser audible. La onda primaria u onda “P” es la más rápida y su velocidad es aproximadamente 5 Km por hora en las rocas graníticas cerca de la superficie y alcanza más de 11 Km sobre hora en rocas

profundas (sumergidas en agua). Esta recibe también el nombre de ondas (cuerpo) “push” (empujar en inglés) ya que empuja o asemeja compresiones sobre las rocas.

- **Onda “S”**. Su nombre proviene de la primera letra, de la palabra shear (cortante en inglés). Esta onda viaja lentamente y se le denomina secundaria por el hecho de llegar instantes después de la onda “P”. Su característica fundamental es que se deforma transversalmente en la roca por lo que no puede viajar a través de líquidos; es decir, no podrá viajar por medio de los océanos. Esta onda logra que la superficie se sacuda del suelo de arriba abajo y es la principal causante de los daños estructurales.
- **Onda de “Love” u onda “L” y onda Rayleigh (ondas superficiales)**. Estas ondas son de tipo superficial, y son similares a la onda “S”; pero sin desplazamiento vertical, por tanto estas ondas mueven el suelo lentamente en un plano horizontal produciendo sacudidas en los cimientos de las estructuras. El segundo tipo de ondas superficiales es la onda Rayleigh; que se asemejan a las ondas del mar, ya que sus partículas se mueven vertical y horizontalmente en un plano vertical que forman un movimiento elíptico.

Profundidad	Corteza	Densidad (g/cm³)	V_p (km/s)	V_s (km/s)
700	Manto superior	3.3	11	6
2,900	Manto inferior	5.5	13	7
5,100	Núcleo exterior	12.3	10.5	0 (líquido)
6,370	Núcleo interior	13.6	12	4 (sólido)

Tabla 2.2: Velocidades de las Ondas “P” y “S” (km/s)

Como se mencionó, la propagación de estas ondas tanto como el interior y el exterior son las que forman las ondas sísmicas. Como consecuencia de la propagación de las ondas internas “p” y “s” se producen fenómenos de reflexión y refracción cuando las ondas pasan

a través de diferentes medios; así que adquirirá diferentes velocidades de propagación (ley de Snell) [15].

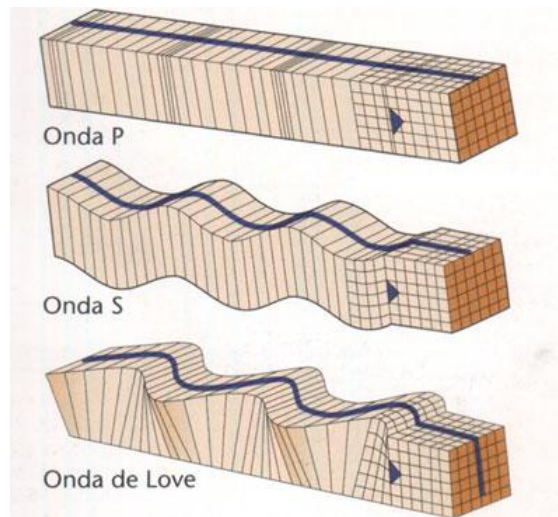


Figura 2.4: Tipos de ondas sísmicas

2.4. Redes geodésicas

Los trabajos realizados para el estudio de la deformación sísmica de la superficie terrestre están basados en la implementación de redes geodésicas. Una red geodésica es un conjunto de vértices ubicados sobre la superficie terrestre, en los cuales, se determinan sus posición geográfica (latitud, longitud y altura) mediante el uso de diversas técnicas de medición con instrumentos de diferentes características [26]. Los sistemas globales de posicionamiento son instrumentos de alta precisión geodésica que facilita y posibilita los estudios de deformación. Actualmente en México Existe la Red Geodésica Activa (RGNA) y la Red Geodésica Nacional Pasiva (RGNP). La RGNA se define como un conjunto de estaciones de monitoreo continuo GPS, distribuidas estratégicamente por todo el territorio mexicano estratégicamente. Esta red geodésica permite georreferenciar los trabajos geodésicos y topográficos a un marco de referencia geodésico[32]. Por otro lado,

la RGNP está constituida por más de 100 mil estaciones geodésicas materializadas sobre el terreno con una placa empotrada que identifica a cada una de ellas. Las estaciones geodésicas distribuidas en la República Mexicana se clasifican en tres capas de interés: Red Geodésica Vertical, Red Geodésica Horizontal y Red Geodésica Gravimétrica [33].

2.5. Análisis de las deformaciones

La determinación de las deformaciones de la corteza puede hacerse por la comparación directa de elementos geométricos obtenidos a diferentes periodos de tiempo, o por la comparación de coordenadas en un mismo sistema de referencia tras realizar el análisis matemático y estadístico de los datos obtenidos como producto de dos campañas de medición. El primer proceso da acceso solamente a información parcial, ya que será la referencia principal inicial; el segundo permite describir un campo de deformación en los puntos que tienen mediciones y de tener en cuenta esfuerzos geométricos entre diferentes datos. Para tener un buen control de los valores de las coordenadas y una estimación correcta de la precisión final hay que realizar una red de medición que permita obtener una buena geometría de las conexiones entre vértices. El movimiento será aceptado tras realizar un análisis estadístico que permita discernir entre la precisión y el desplazamiento horizontal generado en el intervalo de dos campañas de medición, sin embargo, se espera que el movimiento corresponda al movimiento regular característico de la falla Imperial cuyas características la describen como una falla horizontal con movimiento lateral derecho (figura 2.5).

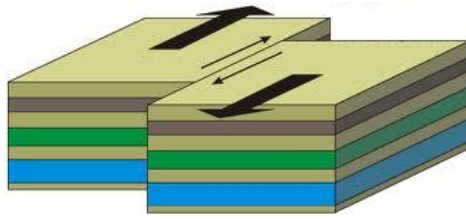


Figura 2.5: Movimiento lateral derecho característico de la falla Imperial.

2.6. Sistema Global de posicionamiento

El Sistema de Posicionamiento Global (GPS), es un sistema de satélites usado en la navegación que permite determinar la posición en cualquier condición climática. Básicamente el sistema GPS consiste en un conjunto de 24 satélites que circundan la Tierra y envían señales de radio a la superficie de la misma. El sistema GPS, fue concebido en 1960 y representó la consolidación de otros proyectos para la navegación. En primera instancia fue diseñado con fines puramente militares por la fuerza aérea de los Estados Unidos de América, surgiendo como necesidad de tener un sistema de navegación preciso y que funcionara en aplicaciones diversas, que éste además permitiera posicionar de manera automática los vehículos y armamentos. De acuerdo al avance que se ha tenido, el GPS se debe principalmente a dos aspectos que fueron desarrollados: El desarrollo de la medida de tiempo con precisión y la tecnología espacial referente a los satélites [21].

2.6.1. Características del sistema GPS

Como parte de las características del sistema, este cuenta con tres partes fundamentales: el segmento de control, segmento espacial y el segmento usuario. El segmento de control, está formado por cinco estaciones de vigilancia distribuidas alrededor de todo el planeta. También incluye una estación principal que asegura el correcto funcionamiento

del sistema; el cual calcula las correcciones a aplicar los mensajes emitidos por los satélites. Principalmente existen tres antenas terrestres que transmiten las correcciones a los satélites. Las estaciones se encuentran en:

- Hawái
- Kwajalein
- Islas Marshall
- Isla de Ascensión
- Diego García y Colorado Springs

Estas estaciones, se encargan de llevar a cabo su misión, la cual consiste en captar todas las señales emitidas por los satélites, acumular los mensajes recibidos y transmitir todas las informaciones recogidas a la estación principal (“Master Control Station”) cerca de Colorado Springs. El segmento espacial, está formado por una constelación de 24 satélites, los cuales fueron llamados “Space Vehicle”(vehículo espacial). Estos circulan o se encuentra a una altitud de 20,200 kilómetros, y entre ellos forman 6 órbitas diferentes con cuatro satélites en cada una. Cada órbita contiene una inclinación de 55° con respecto al Ecuador, que a su vez, están separadas 60° entre sí. Cada satélite efectúa una revolución completa alrededor de la tierra en 12 horas con una órbita semisincrónica. Por otro lado, cada satélite transmite de manera permanente, un mensaje de navegación indicando su posición orbital, así como la hora exacta de la emisión que realiza del mensaje. Otros aspectos importantes que transmite el satélite es el almanaque que proporciona la posición y el estado del mismo. El segmento usuario consta de los receptores que emplean el sistema[21, 31, 38, 60, 63].

2.7. Fuentes de error

El rendimiento de GPS en geodesia es limitado por un número de factores que provocan errores y estos a su vez se ven reflejados directamente en la precisión del sistema. Algunas fuentes de error son del tipo natural, otras de origen técnico y pudiese ser el caso de errores voluntarios. La precisión depende de diversos factores como se mencionó anteriormente; ejemplos de ellos: error inducido por cada satélite, geometría de los satélites (dilución de la precisión), multi-trayectoria [18]. Otro tipo de errores se presentan por causas técnicas, los errores técnicos se presentan al encontrarse un desfase del reloj de satélite al no estar corregido (error del oscilador), así como la precisión de las efemérides también pueden causar errores. Algunos otros errores dentro de esta clasificación son errores asociados al equipo, donde se encuentran errores de las coordenadas del punto de referencia, error en el estacionamiento y manipulación del receptor GPS, incertidumbre de medida, y uno de los más importantes es la variación y desfase del centro de la antena [21, 38].

2.7.1. Inósfera

Los errores naturales se le adjudican a los efectos atmosféricos. La ionosfera es una capa atmosférica que está a una altitud de 50 a 100 Kilómetros y está compuesta de partículas ionizadas. Esta capa se encarga de retrasar las señales u ondas que serán recibidas por el receptor geodésico GPS. Los errores producidos por esta capa atmosférica son modelados y enviados por satélites, permitiendo al receptor geodésico llevar a cabo la corrección del tiempo de propagación de la señal [18, 31]. La ionosfera no es la única capa atmosférica que provoca distorsión o retraso sobre las señales GPS. Este es un medio dispersivo con respecto a las señales de radio GNSS, el índice refractivo aproximado de fase se escribe como sigue:

$$n_{ph} = 1 + \frac{C_2}{f^2} + \frac{C_3}{f^3} + \frac{C_4}{f^4} + \dots \quad (2.1)$$

Donde:

- “f”: es la frecuencia.
- “ C_n ”: coeficientes del medio dispersivo.

Los coeficientes C_2 , C_3 , C_4 no dependen de la frecuencia “f”, pero en la calidad de N_e denota el número de electrones por metro cúbico (densidad de electrones) a lo largo de la propagación. Usando la aproximación y cortando la series de expansión después del término faltante tenemos que:

$$n_{ph} = 1 + \frac{C_2}{f^2} \quad (2.2)$$

diferenciando la ecuación tendremos:

$$dn_{ph} = -\frac{2C_2}{f^3}df \quad (2.3)$$

sustituyendo 2.2 y 2.3 en 2.4 obtenemos 2.5 ó 2.6.

$$n_{gr} = n_{ph} + f \frac{dn_{ph}}{df} \quad (2.4)$$

$$n_{gr} = -\frac{2C_2}{f^3}df \quad (2.5)$$

$$n_{gr} = 1 - \frac{C_2}{f^2} \quad (2.6)$$

Esto puede ser visto de la ecuación 2.2 y 2.6 que el grupo y los índices de fase refractivos derivan de la unidad con signo opuesto. Con esto podemos estimar que:

$$C_2 = -40.3N_e \quad [Hz^2] \quad (2.7)$$

Si bien es conocido que la ionosfera contiene electrones, del cual podemos calcular el total de contenido de electrones de la misma utilizando la siguiente ecuación:

$$TEC = \int N_e ds_0 \quad (2.8)$$

Sustituyendo 2.8 en la ecuación 2.9, tendremos:

$$\Delta_{Iono}^{ph} = -\frac{40.3}{f^2} \int N_e ds_0, \quad \Delta_{gr}^{Iono} = \frac{40.3}{f^2} \int N_e ds_0 \quad (2.9)$$

$$\Delta_{Iono}^{ph} = -\frac{40.3}{f^2} TEC, \quad \Delta_{gr}^{Iono} = \frac{40.3}{f^2} TEC \quad (2.10)$$

Como resultado final en metros, usualmente el TEC está dado en unidades TECU donde:

$$1 \text{ TECU} = 10^{16} x \text{ m}^2 \quad (2.11)$$

2.7.2. Tropósfera

El efecto de la atmosfera neutra es llamado “refracción troposférica” o “retraso troposférico” [31]. La troposfera es la capa más baja que esta aproximadamente a unos 10 km de altitud sobre la superficie terrestre. Esta capa atmosférica es difícil de modelar para minimizar los errores, pero al medir la temperatura, precisión del aire, y humedad del aire es posible aumentar la precisión o minimizar este error [18]. La tropósfera provoca retrasos en la recepción de las señales y esta difícilmente puede modelarse, ya que esta depende de la temperatura, presión y de la humedad en el aire.

La troposfera es un medio no dispersivo, neutro en el que no es posible el uso de las frecuencias distintas para eliminar el error que produce sobre las señales L1 y L2. Casi el 99 % del efecto completo se subdivide en la parte seca y parte húmeda; esto se muestra modelando en la ecuación 2.12 (retraso troposférico) [38, 43], la cual es usada generalmente en GPS para modelar este efecto de retraso.

$$\delta^{Trop} = \int (n - 1) ds_0 \quad (2.12)$$

usualmente, el índice de refracción se considera como:

$$N^{Trop} = 10^6(n - 1) \quad (2.13)$$

Como el efecto principal de la troposfera es el retraso de la señal, normalmente los retrasos cenitales “a priori” se obtienen a partir de modelos como el Saastamoinen (1973) o el Hopfield (1969).

Efectos atmosféricos para entender el efecto y modelarlo es necesario establecer las relaciones entre las ecuaciones 2.12 y la ecuación 2.14.

$$\delta^{Trop} = 10^6 \int N^{Trop} ds_0 \quad (2.14)$$

Hopfield (1969) muestra la posibilidad de descomponer 2.13 en dos componentes de sequedad y húmedo:

$$N^{Trop} = N_d^{Trop} + N_w^{Trop} \quad (2.15)$$

De acuerdo a las ecuación anterior, es posible aun descomponerla en los mismos términos:

$$\delta_d^{Trop} = 10^{-6} \int N_d^{Trop} ds_0 \quad (2.16)$$

$$\delta_w^{Trop} = 10^{-6} \int N_w^{Trop} ds_0 \quad (2.17)$$

Entonces la relación 2.18, puede expresarse:

$$\delta^{Trop} = \delta_d^{Trop} + \delta_w^{Trop} = 10^{-6} \int N_d^{Trop} ds_0 + 10^{-6} \int N_w^{Trop} ds_0 \quad (2.18)$$

En la práctica, los modelos refractivos son expresados en métodos numéricos o analíticos por expansiones de series de integrales, en base a esto el modelo de Hopfiel es uno de los más empleados, donde el usando datos de cobertura de toda la tierra empíricamente encontró una representación del índice de sequedad en función de la altura arriba de la superficie terrestre.

$$N_d^{Trop}(h) = N_{d,0}^{Trop} \left[\frac{h_w - h}{h_w} \right]^4 \quad (2.19)$$

Donde:

- $h_w = 11\ 000\ \text{m}$

2.7.3. Multi-trayectoria

Un error que es importante tratar de minimizarlo es el error de multi-trayectoria (retardo de la señal, aparentemente es diferente del retraso de la señal provocado por la ionosfera y troposfera (ver sección 2.7.1 y 2.7.2)); ya que este causa una gran variación de precisión en la fase portadora y en pseudorange [63]. Este error consiste en que las ondas electromagnéticas son reflejadas en múltiples trayectorias llegando al receptor, y se presenta

cuando esta cerca de una superficie que refleja, como es el caso de edificios, transformadores, líneas eléctricas, cuerpos acuosos, entre otros (figura 2.6); estos cuerpos que reflejan la señal y provocan ruido en las mediciones. El error ha sido atendido implementando técnicas avanzadas de proceso de señal y antenas de diseño especial para minimizar este error [21, 56].

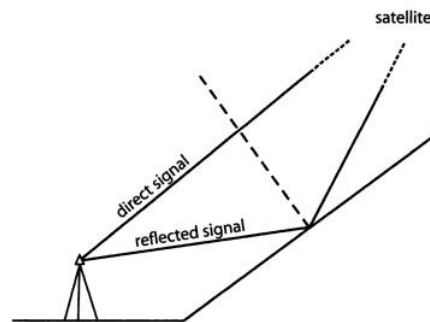


Figura 2.6: Efecto Multi-trayectoria.

El diseño de la antena GPS juega un papel importante para minimizar el efecto que provoca la multi-trayectoria. Actualmente se utilizan unas placas de metal para reducir la interferencia eliminando las señales de ángulos bajos de elevación. Ese modelo de diseño se le denomina antenas de tipo **Choke ring** como se muestra en la figura 2.7.



Figura 2.7: Antena Choke Ring.

El método más simple para evitar la influencia o el efecto de multi-trayectoria es alejar la antena lo más lejos posible de áreas o cuerpos reflejantes. Sin embargo, no siempre

se trabaja en condiciones de esta naturaleza. Otro método sería utilizar la medición de la fase portadora; este efecto podría disminuir al orden de los centímetros. Por otro lado, un método exacto para tratar este efecto es utilizar el código de fase para detectar la multi-trayectoria [38, 63].

La diferencia de código de fase puede ser expresada así [63]:

$$R_r^s(t_r, t_s) - \lambda \Phi_r^s(t_r) = 2\delta_{ion} + \lambda N_r^s + \delta_{mul} + \varepsilon \quad (2.20)$$

donde:

$R_r^s(t_r, t_s)$: es el pseudorango medido.	del satélite.
$\Phi_r^s(t_r)$: es la fase medida.	N_r^s : parámetro de ambigüedad.
λ : es la longitud de onda medida.	δ_{mul} : efecto de código multi-trayectoria.
(t_r) : es el tiempo de la señal de recepción del receptor.	δ_{ion} : efecto ionósfera de la “estación”.
(t_s) : es el tiempo de la señal de recepción	ε : es el error de código en las mediciones.

Usando la fórmula anterior 2.20 los efectos en el código de las mediciones pueden ser detectados e incluso eliminados.

2.8. Análisis matemático redes geodésicas GPS

2.8.1. Generalidades de ajuste de redes GPS

El gobierno de los Estados Unidos de América ha provisto el programa GPS que ha venido evolucionando a través de sus generaciones. Para la primera generación “Transit” que sólo contaba con 6 satélites y que era basado en el principio doppler, hasta su última

generación con el sistema GPS con 24 satélites en órbita. Este sistema es uno de los más precisos; sin embargo no está exento a errores que pudieran presentarse en las mediciones. Estos errores según en [28, 41, 50] obedecen a una distribución normal; esto afecta las mediciones realizadas con el sistema. Si bien, la técnica de mínimos cuadrados tiene su propia condición (ecuación 2.21), esta condición establece que para los valores más probables de los parámetros por determina, la suma de los cuadrados de los residuos asociados será igual al mínimo; en otras palabras, la suma de los cuadrados de los residuales a las mediciones deberá ser mínima [28, 41, 50].

$$\sum_{i=1}^n v^2 = v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_n^2 = \min \quad (2.21)$$

Otra condición importante para los mínimos cuadrados en el ajuste de redes geodésicas es la asignación de pesos, para casos sencillos es implementando con un valor unitario, es decir $P = 1$; para el caso más general se asume que el peso contiene variación. Es decir, se considerará que cada peso (w) será correlacionado con cada residual (v_n^2), entonces la condición de pesos de los mínimos cuadrados tendrá la forma de la ecuación 2.22. Los pesos son usados para controla el tamaño de las correcciones aplicadas a las mediciones en un ajuste, esto es, mientras más precisa sea una observación más elevado será su peso; en otras palabras, si la varianza es pequeña más grande será el peso, siendo inversamente proporcional a las varianzas [28].

$$\sum_{i=1}^n v^2 = p_1 v_1^2 + p_2 v_2^2 + \dots + p_n v_n^2 = \min \quad (2.22)$$

Esta condición indica según [28]: “ el valor más probable para la cantidad obtenida de las observaciones repetidas tienen varios pesos, ese valor hace la suma de los todos los pesos respectivamente al cuadrado es mínimo”. Este principio permite arribar a que la matriz de pesos, ésta será la inversa de la matriz de cofactor como dicta la ecuación 2.23,

donde todas las mediciones no correlacionadas tendrán cero en su posición asociada fuera de la diagonal principal de la matriz “P”.

$$P = Q^{-1} = \Sigma \sigma_0^2 \quad (2.23)$$

Donde:

- P: Matriz de los pesos.
- σ_0^2 : Es el valor a-priori de la varianza de peso unitario. Esto es, la matriz de los pesos es igual a la inversa de la matriz de varianzas-covarianzas de las observaciones.
- Q^{-1} : Matriz de cofactores.

Considerando estos factores, mínimos cuadrados se divide en dos partes fundamentales que son relevantes para el caso de estudio; el modelo matemático y modelo estocástico [28, 41, 50]. Los cuales son brevemente descritos a continuación:

- **Modelo estocástico (stochastic model):** a esto se le conoce como la determinación de las varianzas y pesos de las observaciones en un ajuste de mínimos cuadrados
- **Modelo matemático (functional model):** se le conoce como al conjunto de ecuaciones que representan o definen las condiciones de ajuste de condición; estos pueden ser conocidos o asumidos.

2.8.2. Método paramétrico Gauss-Markov

El sistema de mínimos cuadrados se lleva a su solución por medio del sistema expresado en la ecuación 2.24

$$L + V = AX$$

$$X = N^{-1}A^T PL \quad (2.24)$$

donde N estará dada por la ecuación 2.25. El vector de los residuales estará definido por la ecuación 2.26.

$$N = A^T PA \quad (2.25)$$

$$v = AX - L \quad (2.26)$$

La estructura de cada una de las matrices es el siguiente de acuerdo con [28, 41, 50] o bien si se desea aplicar en lenguaje de programación en C o utilizar mathcad para realizar los cálculos, en el apéndice “5.3” se presenta el pseudo-código para llevar a cabo la formación de matrices (figuras 2, 3, 4) [28]:

Matriz A

Es la matriz de diseño o matriz de coeficientes, esta matriz es de orden $n \times m$ donde “n” es el número de mediciones realizadas (para el caso de una red se consideran tres por vértice y “m” el número de parámetros por determinar, $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$), y solo contiene 1, 0, -1; ya que en redes GPS, existe una relación lineal entre las mediciones y los parámetros. Las reglas para calcular la matriz A es la siguiente:

- Si el vector seleccionado proviene de un vértice de apoyo a un punto por determinar, se le asignará +1 en ambos vértices involucrados.
- En caso de una observación entre dos puntos por conocer, los elementos del origen serán -1 y los elementos donde llega serán de +1.

- Todo las columnas y renglones donde no existan puntos involucrados contendrán 0.
- Si el vector seleccionado proviene de un punto por conocer y llega a un vértice de referencia, el valor que tomará será de -1.

Matriz P

La matriz de “P” es llamada matriz de pesos y es de orden $n \times n$; donde solo contendrá valores en su diagonal principal para observaciones no correlacionadas. La matriz de pesos es de tipo bloque diagonal, es decir como las mediciones en GPS están correlacionadas en su las tres componentes del vector, por lo tanto contendrá una submatriz de 3×3 para cada vector observado. Estas sub-matrices está compuesta por covarianzas y es simétrica con 6 elementos; sin embargo es una matriz espejo, lo cual da la posibilidad de tener los 6 elementos. La matriz de covarianza tiene la siguiente forma:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_y^2 & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_z^2 \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

Donde cada valor de la matriz representa lo siguiente [28, 41, 50]:

- σ_x^2 : Varianza en X.
- σ_{xy} : Covarianza en X, Y.
- σ_{xz} : Covarianza en X, Z.
- σ_{yx} : Covarianza en Y, X.
- σ_y^2 : Varianza en Y.
- σ_{yz} : Covarianza en Y, Z.

- σ_{zx} : Covarianza en Z, X.
- σ_{zy} :Covarianza en Z, Y.
- σ_z^2 : Varianza en Z.

Si bien no está completa la matriz de pesos por definición y por ser propiedad de ser matriz espejo los valores faltantes serán igual a lo expresado en las igualdades 2.28:

$$\sigma_{xy} = \sigma_{yx}, \quad \sigma_{xz} = \sigma_{zx}, \quad \sigma_{yz} = \sigma_{zy} \quad (2.28)$$

Por consiguiente la matriz de pesos se obtiene utilizando la ecuación 2.23. Otro elemento en la solución por el modelo de Gauss-Markov es el vector “ L ” también llamado el vector de observaciones [41, 50].

Vector L

El vector L o matriz de las observaciones es de “ $nx1$ ” y contiene las observaciones realizadas en el proyecto. Los valores numéricos de los elementos de “ L ” son determinados reorganizando las ecuaciones de observación. Como se está considerando una red GPS tendrá 3 renglones por cada vector medido ($\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$) para cualquier componente; estos elementos se calcularán de la forma que aparece en la ecuación 2.29, esto es asumiendo que es conocido el vector “AC” con coordenadas X_A, Y_A, Z_A [28].

$$L = \begin{matrix} Lx_{AC} = X_A + \Delta X_{AC} \\ Ly_{AC} = Y_A + \Delta Y_{AC} \\ Lz_{AC} = Z_A + \Delta Z_{AC} \end{matrix} \quad (2.29)$$

Por otro lado según [41, 50], existen algunas consideraciones para formar el vector “ L ” las cuales son las siguientes:

- Si las observaciones se realizaron entre dos puntos desconocidos, el valor será proyección medida.
- Si las observaciones se realizaron de un punto de control a uno sin determinar, el valor será igual al valor de la coordenada coincida, más el valor de la protección medida.
- Si las observaciones se realizaron de un punto con coordenadas desconocidas hacia un punto con coordenadas conocidas, el valor del vector será igual al valor de la proyección medida menos el valor de las coordenadas de control correspondiente.

2.9. Precisión de los parámetros del ajuste

Una parte fundamental como resultado de ajuste de mínimos cuadrados, es el cálculo de la precisión de los parámetros estimados [10, 41, 50]. El cual como ya se ha mencionado es el cálculo del peso inverso (ecuación 2.30) también llamada “matriz de coeficientes de pesos” y tendrá la forma expresada en 2.31; sólo se tomarán los elementos de su diagonal principal [28].

$$P^{-1} = Q \quad (2.30)$$

Donde la matriz “Q” tendrá la forma siguiente según Snow (2002) [50], Medina (2007) [41] argumenta que los valores de las correlaciones oscilarán en el intervalo $-1 < \rho_{ij} < 1$.

$$Q = N^{-1} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{\dots} & Q_{1n} \\ Q_{21} & Q_{22} & Q_{\dots} & Q_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Q_{j1} & Q_{j2} & Q_{\dots} & Q_{jn} \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

Para calcular el error medio cuadrático (Emc) de los parámetros se calcula mediante la ecuación 2.32, donde se multiplica la varianza de referencia calculada, la ecuación rela-

ciona la varianza de referencia estimada con mínimos cuadrados, por lo tanto la varianza de referencia se calcula utilizando la fórmula 2.33.

$$m_{ij} = \sigma_0^2 \sqrt{Q_{ij}} = \mu \sqrt{Q_{ij}} \quad (2.32)$$

$$\sigma_0^2 = \mu = \sqrt{\frac{V^T P V}{r}} \quad (2.33)$$

Donde:

- $r = n - m$ medidas en exceso.

2.10. Pruebas estadísticas para la detección de errores

2.10.1. Generalidades

Como base de las mediciones geodésicas encontramos que debemos eliminar todos los errores no aleatorios que afectan directamente a los vectores medidos [24]. En base a una clasificación de los errores, encontramos que son los siguientes [28, 39, 41]:

- **Errores aleatorios:** Este tipo de error son ocasionados por falta de pericia del observador o generados por los instrumentos de medición. Estos errores influyen en sentido positivo y negativo.
- **Errores accidentales:** estos errores son asociados con la pericia del observador. Estos errores pueden ser provocados por malas lecturas, errores de configuración de equipo, errores de escalamiento, etc.
- **Errores sistemáticos:** son errores que afectan directamente a los equipos de medición. Estos errores pueden ser eliminados siguiendo una metodología específica para llevar a cabo las mediciones.

En base a la identificación de errores mediante pruebas estadísticas se pretende encontrar indicadores de posibles valores atípicos (“**outlier**”) el cual es causado por alguno de los errores definidos anteriormente. Si bien se ha mencionado que después de haber efectuado un ajuste por mínimos cuadrados siguiendo la teoría expuesta en la sección 2.8.1 se espera que el ajuste esté influenciado sólo por errores aleatorios de medición. De acuerdo con Snow en [50], existen métodos para eliminar vectores que contengan valores atípicos (outliers); de cualquier forma se puede aplicar de manera individual. Para detectar la presencia de estos errores se aplica un análisis estadístico de los residuales obtenidos del ajuste por mínimos cuadrados.

2.10.2. Distribución “ χ^2 ”

La distribución chi cuadrada “ χ^2 ”, puede deducirse a partir de una distribución normal. Esta distribución permite la comparación de frecuencias observadas y esperadas [19], que para el objeto de estudio, es la que permitirá comparar la relación existente entre la varianza o error medio cuadrático de una población y la varianza de un conjunto de observaciones, que para este caso será la muestra. La teoría expuesta en Snow (2002) y Medina (2007), establecen que la distribución relacionará las medidas en exceso como grados de libertad, la varianza de la muestra dada y el valor del porcentaje de probabilidad; como se muestra la siguiente ecuación:

$$\chi^2 = \frac{rs^2}{\sigma^2} \quad (2.34)$$

Donde:

- “r” establece las medidas en exceso.
- “s²” Varianza de la muestra.

- “ σ^2 ” Varianza de toda la población.

Como bien se ha mencionado la distribución χ^2 no es simétrica, y se determina por el número de grados de libertad. Es decir, a medida que se aumentan los grados de libertad, esta distribución se vuelve casi simétrica. En base a esto, se pueden mencionar las siguientes propiedades de distribución “ χ^2 ” [19, 54]:

- La distribución “ χ^2 ”, no es simétrica a diferencia de la distribución Student y la normal. Sin embargo, la distribución se vuelve simétrica a medida que aumenta los grados de libertad.
- Los valores de “ χ^2 ” pueden ser positivos o ceros, más nunca negativos.
- La distribución “ χ^2 ” es diferente para cada uno de los grados de libertad otorgados, conforme se aumenta esta distribución se asemeja a la distribución normal.

2.10.3. Distribución “ τ ” de Student

La distribución “ τ ” se utiliza para comparar la media de una población, con la media de una muestra cualquiera de dicha población, esta prueba está basada en el número “ r ” que tenga la muestra (grados de libertad) [19, 54]. la prueba estadística está definida como se muestra en la ecuación 2.35.

$$\tau = \frac{z}{\sqrt{\frac{\chi^2}{r}}} \quad (2.35)$$

Donde:

- “ τ ” es la distribución “ τ ”.
- χ^2 valor de la variable independiente.

- “r” grados de libertad.

En base a lo anteriormente descrito, la distribución “ τ ” tiene las siguientes propiedades [19]:

- Tiene una media de cero.
- Es simétrica respecto a la media.
- En general, tiene una varianza mayor que 1, pero ésta tiende a 1 a medida que aumenta el tamaño de la muestra.
- La variable “ τ ” va de $-\infty$ hasta $+\infty$
- La distribución “ τ ” se aproxima a la distribución normal a medida que los grados de libertad se aproximan al infinito.

La distribución “ τ ”, al igual que la distribución normal estándar, en esta distribución se debe tomar en cuenta el coeficiente de confianza y los grados de libertad cuando se utiliza la tabla de la distribución “ τ ”.

2.10.4. Distribución “F”

Esta prueba es la sustitución de “ χ^2 ” cuando se trabaja con muestras pequeñas, la literatura menciona alrededor de 20. La prueba de Fisher se propuso a mediados de 1930, con la característica especial que cuando “ χ^2 ” no cumple los requisitos mínimos de tamaño se debe de utilizar esta misma. La prueba se conoce como la prueba de Fisher, ya que permite calcular la probabilidad exacta de obtener resultados observados [19]. Por otro lado esta distribución también es utilizada cuando se compara el resultado de dos varianzas de una misma población. Es decir, según Medina en el 2007, “decide si la proporción radio

de dos varianzas distintas de una misma población es estadísticamente igual a uno” [41].

La expresión general de la distribución de Fisher está dada por:

$$F = \frac{\frac{\chi_1^2}{r_1}}{\frac{\chi_2^2}{r_2}} \quad (2.36)$$

Donde:

- χ_n^2 , variable aleatoria de la distribución χ_n^2 .
- r_n , grados de libertad.

2.10.5. Prueba global en base $\hat{\sigma}_0^2$

Una prueba fundamental para realizar el análisis estadístico, es la prueba en base a la varianza de referencia estimada. Esta prueba en distintos autores ha sido llamada como “la prueba fundamental” [41, 50]; esta misma está basada en comparar la varianza de referencia (ecuación 2.33) con la varianza esperada, generalmente esta será igual a 1 [27]. Esto cobra forma de la siguiente manera:

$$H_0 : E\{\hat{\sigma}_0^2\} = \sigma_0^2 \quad \text{Contra} \quad H_A : E\{\hat{\sigma}_0^2\} \neq \sigma_0^2 \quad (2.37)$$

Donde:

- $\hat{\sigma}_0^2$ será la varianza estimada según la ecuación 2.33.
- σ_0^2 será la varianza esperada, en algunos casos es especificado, sin embargo constantemente se considera como la unidad.

Esto significa que si la observación del modelo funcional y el modelo estocástico son correctos, se puede esperar que la varianza de referencia sea igual a la varianza estimada; es decir, $E\{\hat{\sigma}_0^2\} = \sigma_0^2$. Por otro lado, si no se llega a esta conclusión o no se confirma la prueba estadística, se podría sospechar que la matriz de los pesos o la matriz de observaciones contienen grandes errores o bien se tiene la necesidad de escalar la matriz de los pesos.

Para llevar a cabo esta prueba estadística será necesario utilizar la distribución Chi-cuadrada χ^2 , vista en la sección 2.10.2; esta ayudará a relacionar los grados de libertad con el número de medidas en exceso, seleccionando un nivel de significancia α . Una vez determinados estos valores, la hipótesis nula será aceptada si en el “t” estadístico se encuentra en el intervalo de confianza expresado en la siguiente ecuación:

$$X^2_{1-\frac{\alpha}{2}} \leq t \leq X^2_{\frac{\alpha}{2}} \quad (2.38)$$

En base a lo anterior, es posible que aún realizando la prueba anterior se encuentre con una conclusión errónea. Es posible que la hipótesis alternativa sea rechazada cuando en realidad sea verdadera, esto sería un error tipo I. Por otro lado, se puede aceptar la hipótesis nula como falta, esto sería un error tipo II; recordando que la probabilidad de caer en un error tipo I es el valor de α .

2.11. Detección de observaciones atípicas o extremas (Outliers) en redes GPS

Si bien el medir y trabajar con equipos GPS es altamente preciso, estos mismos no están exentos a errores que afectan a las mediciones como se trató en el capítulo 2.7 y en la sección 2.10.1. Estos errores pueden llegar afectar tanto las mediciones que generalmente no se alcanza las precisiones necesarias para el tipo de problema presentado, es por ello

que existen distintas maneras de encontrar donde está la medición que contiene un valor atípico (outlier), para así lograr precisiones necesarias.

2.11.1. Detección de observaciones atípicas o extremas en los vectores medidos

Al llevar a cabo las mediciones sobre redes geodésicas por lo expuesto anteriormente se hace la asunción de que al menos una medición contiene un valor atípico en cualquiera de sus componentes $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$, y cada una hace una contribución al grado de incertidumbre de la red geodésica. En base a la teoría expuesta en Snow [50], se pueden realizar las pruebas estadísticas para analizar conjuntamente las tres componentes consideradas como una tripleta de valores. Para llevar a cabo la determinación de estos errores en los vectores medidos, el modelo de ajuste estará definido en base a la ecuación que se muestra a continuación [50].

$$L = AX + H_k \delta^K - V, \quad V \sim (0, \sigma_2^0 P^{-1}) \quad (2.39)$$

Donde:

- δ^K , es la tripleta de valores atípicos en el vector “k” asociado con el vector medido.
- H_k , es la matriz de 3 x 3 que contiene el vector que se está analizando, donde solo contendrá la unidad en la tripleta de dicho vector, dejando el resto de esta matriz en ceros. La forma de la matriz H_k se presenta a continuación:

$$H_k = [0, \dots, 0, I_k, 0, \dots, 0]^T \quad (2.40)$$

Donde:

- I_k , es la matriz identidad 3x3 en la observación “k”.

Según Snow [50], la solución por mínimos cuadrados para la tripleta de los valores atípicos en la observación será definida por la ecuación siguiente:

$$\hat{\delta}^k = \left[H_k^T (PQ\hat{e}P) H_k \right]^{-1} H_k^T P \hat{e} \quad (2.41)$$

Donde:

- $\hat{e} = -v$

En base a la literatura, se plantea una nueva prueba de hipótesis para definir la existencia de valores atípicos basados en las consideraciones basadas en la siguiente expresión [41, 50, 60].

$$H_0^k : E\{\hat{\delta}^k\} = [0 \ 0 \ 0]^T \quad \text{Contra} \quad H_a^k : E\{\hat{\delta}^k\} \neq [0 \ 0 \ 0]^T \quad (2.42)$$

Para determinar si se aceptará la hipótesis nula o alternativa, será necesario emplear las siguientes ecuaciones:

$$T_k = \frac{\frac{R_k}{3}}{\frac{\Omega - R_k}{n - u - 3}} \sim F(\alpha, 3, n - u - 3) \quad (2.43)$$

Donde:

$$R_k = \hat{\delta}^{kT} \left[H_k^T (PQ\hat{e}P) H_k \right] \hat{\delta}^k \quad (2.44)$$

$$\Omega = V^T P V \quad (2.45)$$

- n = número de mediciones realizadas.

- u = número de mediciones necesarias ó número de incógnitas.

El estadístico presentado en 2.43 es aplicado para cada uno de los vectores observados en la red, entonces la hipótesis nula será aceptada que se muestra a continuación:

$$T_k \leq F_{(\alpha,3,r-3)} \quad (2.46)$$

Donde:

- $F_{(\alpha,3,r-3)}$ es el valor crítico y es obtenido de las tablas de distribución de Fisher mostradas en Daniel 2006 [19].

Al aplicar la prueba estadística y que la expresión 2.46 no se cumpla, se acepta la hipótesis alterna.

2.11.2. Determinación de valores atípicos por componente $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$

Los errores en las observaciones geodésicas suelen caracterizarse por seguir una distribución normal, lo cual permite analizar de manera individual cada componente de cada vector utilizando función de distribución de Student [50]. Por consiguiente y de acuerdo a la tesis de Medina Olalde [41] es posible realizar una estandarización de los residuales ya que no se realizaran por vectores, si no de manera individual; lo cual se llevará a cabo con la ecuación 4.8.

$$T_j = \frac{e_j}{\sqrt{\hat{\sigma}_2^0(Q_e)_{jj}}} \quad (2.47)$$

$$Q_e = [P^{-1} - AN^{-1}A^T] \quad (2.48)$$

Donde:

- El sub-índice “jj”, denota el elemento de la diagonal principal de la matriz de los cofactores estandarizados “ Q_e ”.

Al utilizar el método de componente por componente, teóricamente se obtendrían los mismos resultados que al haber realizado la prueba vector por vector. Ahora la forma de la hipótesis consistirá en dado el nivel de significancia “ α ” la hipótesis nula es rechazada si el valor del residual es mayor al valor crítico de la distribución student, en base a esto, la expresión siguiente expresa lo anteriormente descrito:

$$H_0^j : |T_j| < T_{\alpha, r} \frac{1}{2} \quad \text{Contra} \quad H_0^j : |T_j| > T_{\alpha, r} \frac{1}{2} \quad (2.49)$$

Lo cual permite comparar si en realidad componente por componente contiene un valor fuera de lo normal o atípico.

2.12. Análisis de confiabilidad y robustez de una red GPS

Al haber realizado un análisis estadístico y acertar en todas la pruebas, es necesariamente un buen indicador de que no existe un valor fuera de lo normal, o que fue una buena calidad en el ajuste. Es debido a esto que algunos errores son tan pequeños que es imposible detectarlos directamente mediante pruebas estadísticas, lo cual se ve en la necesidad de realizar un análisis de confiabilidad para poder detectar cual es el mínimo error detectable en las mediciones.

Las pruebas que se realizan para estos fines son como ya se mencionó las pruebas de confiabilidad externa e interna, las cuales se diferencian a grandes rasgos como se describe a continuación:

- **Confiabilidad interna:** es la habilidad que contiene una red para la detección de errores no aleatorios en las mediciones por medio de pruebas estadísticas.

- **Confiabilidad externa:** es el efecto de los errores no detectables por medio de una prueba estadística, es el efecto que pueden tener los errores en los parámetros estimados.

Por otro lado cuando se habla de confiabilidad de una red geodésica se hace referencia al control de las observaciones para su estudio [41], donde esto se garantizará al eliminar los errores o posibles valores atípicos existentes durante el ajuste por medio del modelo de Gauss-Markov expuesto en 2.8.1.

2.12.1. Confiabilidad interna de la red

El apartado anterior (sección 2.12), también hace referencia al error mínimo detectable que se puede determinar en las observaciones realizadas. Los errores mínimos detectables se encuentran en función del poder de la prueba β , de la matriz de diseño [41]. Cuando se presentan los casos en los cuales la determinación de los errores garrafales (outliers) son menores a los errores mínimos detectables, un error del tipo II es cometido con un porcentaje de probabilidad de $1 - \beta$. Un parámetro de no centralidad (λ) entre la hipótesis nula y la hipótesis alterna es determinado en base a valor del nivel de significancia α , al poder de la prueba β y a los grados de libertad r_1 y r_2 . La principal relación entre el valor atípico que contiene el error mínimo indetectable y el parámetro de la no centralidad (ecuación 2.50) [50] es:

$$\lambda' = \delta_{min}^{kT} \left[H_k^T (PQ_{\hat{e}}P) H_k \right] \delta_{min}^k \quad (2.50)$$

Donde:

$$H = \left[0, \quad \dots, \quad I_3, \quad 0, \quad \dots, \quad 0 \right]^T \quad (2.51)$$

- “ δ_{min}^{kT} ”, error mínimo indetectable.
- “ $Q_{\hat{e}}$ ”, matriz de cofactores de los residuales.

El parámetro de la no centralidad está definido según Baarda (1968), como un desplazamiento de la distribución original, además dicho desplazamiento se obtiene de la prueba estadística, al realizar esto se espera que el valor crítico de la probabilidad de $1 - \beta$ exceda al mismo. A partir de esto, se expresa la relación fundamental del error mínimo indetectable y el parámetro de la no centralidad, el cual se puede encontrar en el artículo propuesto por Lehmer en 1944 [22] expresado en la función $\lambda'(\alpha, \beta, r_1, r_2)$.

2.12.2. Confiabilidad externa de la red

La confiabilidad externa es uno de los análisis considerados importantes después de aplicar las pruebas estadísticas; ya que está permite encontrar el error no detectado por las pruebas estadísticas. La confiabilidad externa se define como “el efecto de los errores no detectados por pruebas estadísticas; el efecto máximo que pueden tener dichos errores en parámetros estimados” [41, 50]. Para llevar a cabo un análisis de robustez de una red, debemos de ser capaces de medir el grado de deformación que puede sufrir la red. Se puede describir el desplazamiento de cada uno de los vértices de la red geodésica empleando el método paramétrico Gauss Markov, así se puede obtener lo siguiente:

$$\hat{X} = X_0 + \delta\hat{X} = (A^T P A)^{-1} A^T P \Delta_e \quad (2.52)$$

Donde:

- \hat{x} : Vector de las coordenadas de los puntos a definir.
- X_0 : Vector de los valores iniciales de cada uno de los parámetros a definir.

- $\delta\hat{X}$: Vector de las correcciones de las coordenadas iniciales.
- Δ_e : Vector de cada uno de los errores cometidos durante las observaciones.

En base a lo anterior, la confiabilidad externa estará definida por:

$$\Delta\hat{X} = (A^T P A)^{-1} A^T P e_i \Delta_{0,i} \quad (2.53)$$

Donde:

$$e_i = [0, 0, \dots, 1, 0, 0, 0]^T \quad (2.54)$$

El vector anterior tendrá la característica de sólo contener la unidad en cada componente; es decir, solo un valor.

$$\Delta_{0,i} = \sqrt{\lambda_0} \frac{\sigma_{0,i}}{\sqrt{r_i}} \quad (2.55)$$

Como el valor de la ecuación 2.55 se obtiene en base a la confiabilidad interna, esta se aplicará “n” veces, y sólo se tomará el valor máximo de cada uno de los parámetros calculados obtenidos en la ecuación 2.53 [27, 41, 50]. Finalmente según en Snow [50, 58], la confiabilidad externa estará en función de la ecuación 2.53 [27].

2.12.3. Análisis de robustez

Dada ciertas regiones de confianza tradicionales que sólo proporcionan una evaluación del efecto de los errores aleatorios (precisión) de la red. Un análisis de robustez complementa esto proporcionando una evaluación completa del efecto de posibles desviaciones sistemáticas (exactitud) que pueden escapar de las pruebas usuales estadísticas para los valores atípicos. Es decir, ¿qué pasa cuando un error no es detectado por las pruebas estadísticas tradicionales?. Es por ello que es necesario un análisis de robustez [9, 57]. La

robustez se define como la capacidad de la red para resistir deformaciones inducidas que no son detectadas; es decir, errores o sesgos, el cual es llamado “análisis de confiabilidad externa”.

La fortaleza geométrica del análisis de la técnica, se utiliza en lugar de la “confiabilidad externa” con el fin de proporcionar un mayor significado de descripción de la fuerza de la red. Esto también hace la robustez invariante con respecto al punto de referencia selección. La robustez se expresa en función de tres parámetros de deformación independientes en cada punto: la solidez de la escala, la robustez (hablando de cambio local en forma) y la robustez de rotación (giro). Debe hacerse hincapié en que la descripción completa de una deformación inducida por errores no pueden ser alcanzados con menos de tres parámetros independientes [9, 27, 41, 50, 57, 58].

En base a lo anterior, para poder observar esto, según lo propuesto por Vaníček en 1996 [9, 57], el cual especifica que la deformación de un cuerpo puede ser a razón de un cambio real, como en álgebra vectorial lo que comúnmente se conoce como “gradiente” el cual representará el movimiento en cuanto a su posición; este desplazamiento es visualizado en dos o tres dimensiones [9, 41, 57]. Como parte del análisis de robustez, los cálculos que se realizan se llevan a cabo en un sistema horizontal, por lo tanto, su análisis estará en función de llevar un sistema espacial geocéntrico a un sistema horizontal topocéntrico, lo cual es posible mediante una matriz de rotación o giro [41, 50].

$$R = \begin{bmatrix} -\text{sen}\varphi\text{Cos}\lambda & -\text{sen}\varphi\text{Sen}\lambda & \text{Cos}\varphi \\ -\text{sen}\lambda & \text{Cos}\lambda & 0 \\ \text{cos}\varphi\text{Cos}\lambda & \text{Cos}\varphi\text{Sen}\lambda & \text{Sen}\varphi \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

Donde:

- φ y λ : son las coordenadas medias en el sistema geodésico en el área de estudio.

En base a lo anterior, Según Kyle Snow en [50], el vector de desplazamiento sólo

considerará en sentido x. y. El vector se verá representado por la siguiente ecuación:

$$\delta = R \left[N^{-1} A^T P H_k \delta_{min}^k \right] \quad (2.57)$$

El vector de desplazamiento será evaluado individualmente para cada una de las coordenadas. Algo particular de este análisis de robustez, es que se requiere que para cada punto, exista por lo menos dos puntos adyacentes al mismo, de lo contrario el sistema se volvería indeterminado fallando esta prueba [9, 41, 50, 57, 58]. En el análisis de robustez en 2D, Vaníček en [9], denotó el desplazamiento de un punto como se muestra:

$$\Delta X_i = \begin{bmatrix} \Delta x_i \\ \Delta y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \end{bmatrix} \quad (2.58)$$

Donde:

- u_i : es el desplazamiento en la dirección “ x_i ”.
- v_i : es el desplazamiento en la dirección “ y_i ”.

En base a la ecuación anterior (ecuación 2.58), el tensor gradiente con respecto a la posición, tendrá la forma como se muestra:

$$E_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_i}{\partial x} & \frac{\partial u_i}{\partial y} \\ \frac{\partial v_i}{\partial x} & \frac{\partial v_i}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (2.59)$$

La ecuación 2.59 puede ser descompuesta en dos partes: una parte simétrica “**S**” y una parte anti-simétrica “**A**”.

$$E = S + A \quad (2.60)$$

Donde:

$$S_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_i}{\partial x} & \left(\frac{1}{2} \frac{\partial u_i}{\partial y} + \frac{\partial v_i}{\partial x} \right) \\ \left(\frac{1}{2} \frac{\partial u_i}{\partial y} + \frac{\partial v_i}{\partial x} \right) & \frac{\partial v_i}{\partial y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{xx} & e_{xy} \\ e_{xy} & e_{yy} \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & \left(\frac{1}{2} \frac{\partial u_i}{\partial y} - \frac{\partial v_i}{\partial x} \right) \\ \left(\frac{1}{2} \frac{\partial v_i}{\partial x} - \frac{\partial u_i}{\partial y} \right) & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -w \\ w & 0 \end{bmatrix} \quad (2.62)$$

Ahora como se comentó existen tres parámetros que definen la robustez: “**Dilatación, rotación y configuración local**” [9, 57, 58]. Donde los tres parámetros se definen a continuación:

Dilatación “ σ ”

Es el elemento que describe el promedio de la extensión y contracción de un punto en la red, también conocido como la robustez en el aspecto de escala [9, 41, 57, 58] y esta definido por:

$$\sigma_i = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x} + \frac{\partial v_i}{\partial y} \right) \quad (2.63)$$

Rotación diferencial “ w_i ”

La rotación diferencial es el elemento que describe el giro a través del eje vertical local de un punto, también es conocido como el aspecto de robustez en giro, este concepto está definido como se muestra [9, 41, 57, 58]:

$$w_i = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x} - \frac{\partial u_i}{\partial y} \right) \quad (2.64)$$

Configuración local “ γ_{xy} ”

Este último elemento, es el que describe la deformación escalar. Este elemento es determinado mediante las ecuaciones [9, 41, 57, 58]:

$$\gamma_{xy} = \sqrt{\tau_{xy}^2 + v_{xy}^2} \quad (2.65)$$

$$\tau_{xy} = -\tau_{yx} = \frac{1}{2}(e_{ux} - e_{vy}) \quad (2.66)$$

$$v_{xy} = -v_{yx} = \frac{1}{2}(e_{uy} - e_{vx}) \quad (2.67)$$

En base a las ecuaciones anteriores, una vaga interpretación se llevará a cabo mediante los siguientes criterios:

- El valor absoluto más grande en cada uno de los parámetros de robustez indica que existe menor robustez de la red en dicho punto.
- El valor absoluto más pequeño indicará que la red es muy robusta.

CAPÍTULO 3

METODOLOGÍA

Este capítulo especifica el procesamiento y análisis de las campañas de medición de la red geodésica establecida en la ciudad de Mexicali, Baja California. El análisis de la información se realizó en dos partes, la primera parte del análisis consistió en analizar la información recabada de dos épocas, la primera época correspondió desde el 18 de junio del 2012 al 28 de junio del 2012; la segunda época de medición se llevó a cabo del 28 marzo del 2013 al 03 de abril del 2013. Esto con el fin de encontrar alguna deformación en la red originada por una acumulación de tensión de origen sismogénica. En la primera parte, la obtención de los vectores fue la pieza medular, ya que el ajuste matemático y estadístico es en base a los vectores obtenidos. La metodología aplicada, paso a paso, es explicada en la sección 3.1, donde por última instancia para una segunda parte, se establece la existencia de un movimiento sísmico asociado a la formación de foco sísmico, es en base al análisis de las dos campañas GPS. El esquema general de cómo se siguió la metodología es el que se muestra en la figura 3.1, el cual consiste en: Implementación de campañas de medición en intervalos de 6 meses a 1 año, pre procesado de los datos, depuración de las inconsistencias encontradas en las observaciones, análisis matemático y análisis estadístico el cual se implementó tantas veces se encuentren valores atípicos que afecten a la varianza de referencia y por último un análisis de deformación que fue visualizado mediante un esquema general de comparación de ambas campañas analizadas.

En lo que refiere a la obtención de vectores, para realizar el procesamiento de los mismos, se aplicó el programa Topcon Tools versión 8.2.3; ya que se encontró una inconsistencia en el software PAGES NT, el cual no permite obtener solución de los vectores

cuando se registran más de 12 satélites. Sin embargo, en base a la distancia de los vértices se encuentra que las diferencias de procesar con Topcon Tools y PAGES NT no son significativas. El ajuste y cálculo de otros valores se realizó con ayuda de programas como: Maxima (Linux), Matlab (Windows) y algunas rutinas generadas en lenguaje C de programación en entorno de Linux.

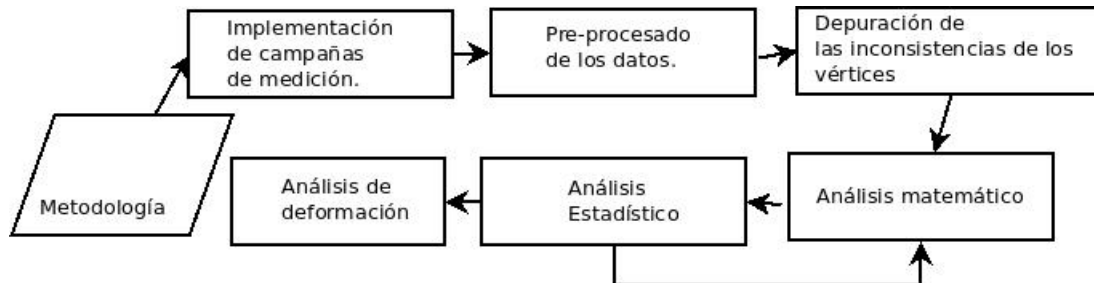


Figura 3.1: Esquema de metodología utilizada.

Para realizar el procesamiento y obtención de vectores (ver sección 3.2) fue necesario en base a distintas literaturas establecer un vértice de referencia fuera de las lejanías de la zona de estudio. En primer lugar como fase inicial del experimento se consideró establecer dos vértices de apoyo, P496 por parte de UNAVCO¹ y P500 de CORS (continuously Operating Reference Station, estación de referencia de operación continua) (figuras 3.2 y su respectiva ubicación 3.3). Sin embargo, al realizar el análisis completo se observa que la estación P496 de referencia se encuentra en la zona de afectación, lo cual implicó no considerarlo para volver a realizar el estudio, ya que los vectores resultantes contenían y generaban inconsistencias. La descripción de la primer campaña se encuentra en la sección 3.1.1.

¹Es un consorcio universitario gobernado sin fines de lucro que facilita la investigación de ciencias de la tierra y la educación utilizando Geodesia



Figura 3.2: Imágenes de estaciones permanentes: P500, pertenece a CORS (Izquierda) y P496, pertenece UNAVCO (Derecha).

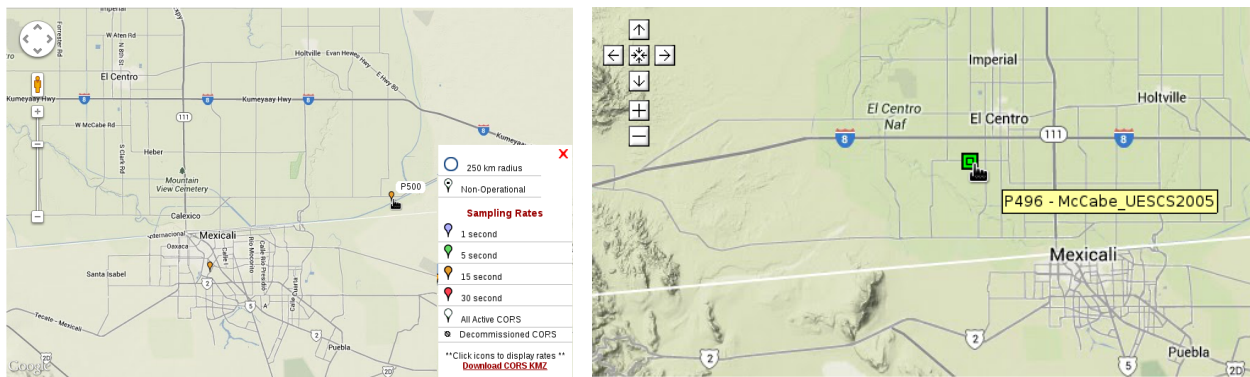


Figura 3.3: Ubicación de las estaciones: P500, pertenece a CORS (Izquierda) y P496, Pertenece UNAVCO (Derecha).

Una vez obtenida la primera época de medición, y procesados los vectores para esta campaña, se implementó un ajuste por mínimos cuadrados empleando el método de Gauss Markov, donde la varianza de referencia fue probada y sometida a pruebas estadísticas para establecer si en las mediciones existieron errores no aleatorios. Cuando se obtuvo el grado de confiabilidad externa e interna de la primera época de medición se estimaron las coordenadas de los vértices por determinar para el estudio de deformación. Posterior

a la obtención de las coordenadas finales, con ayuda del software ArcGis 9.3 y Google Earth se generó una visualización gráfica de la deformación encontrada en la red geodésica mediante la comparación de las dos épocas.

3.1. Descripción y obtención de los datos

3.1.1. Primera época de medición

La primera época de medición fue llevada a cabo durante el año 2012, en la ciudad de Mexicali, Baja California; del día 18 de junio del 2012 al 28 de junio del 2012. El número de vértices geodésicos fue de 6, los cuales se desarrollaron en dicho periodo de tiempo. Las mediciones fueron realizadas con equipos de doble frecuencia empleando antenas de tipo de antena Choke Ring. Las marcas de los receptores Topcon Hiperlite y Leica Geosystem 500, en periodos de 3 a 4 horas de posicionamiento estático, obteniendo el esquema de medición que se muestra en la figura 1.3.

Para llevar a cabo el procesamiento de los vectores fue necesario analizar en sub-redes, ya que en la mayoría de los casos se encontraron diferentes archivos rinex que contenían inconsistencias, por ejemplo: ruido introducido por formatos ilegibles y errores en las configuraciones iniciales. Para esta primer campaña se obtuvieron 4 sub-redes que fueron analizadas de manera independiente realizando el esquema que se presenta en la figura 3.1. Los vértices empleados para la red geodésica se muestran en el cuadro 3.1; respectivamente se muestran las sub-redes en las figuras 4.1, 4.6, 4.3, 4.5.

ID
2PA1
P3A1
P3A5E
P2A4
P3A4

Tabla 3.1: Primera campaña

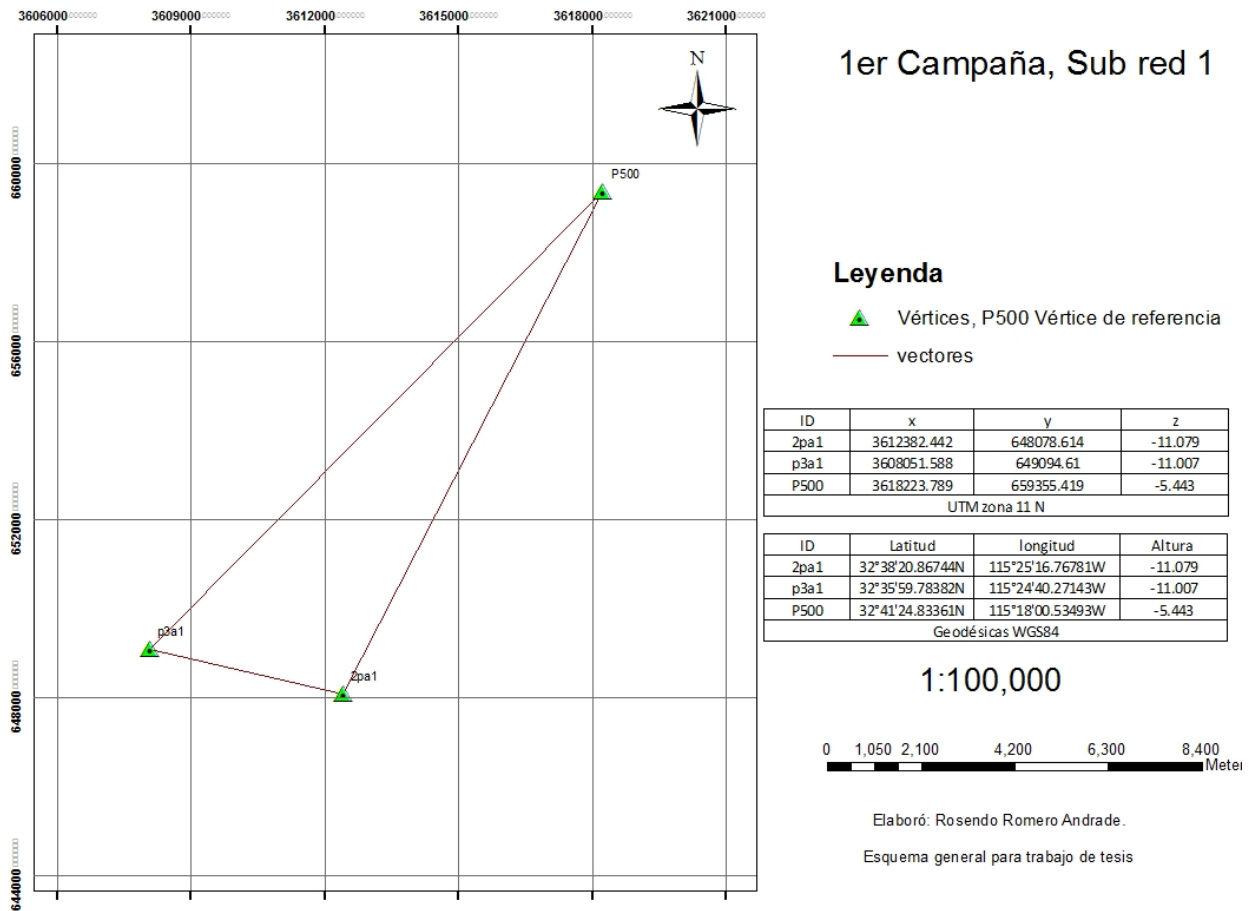


Figura 3.4: Mapa de la sub-red 1, de la primera época de medición

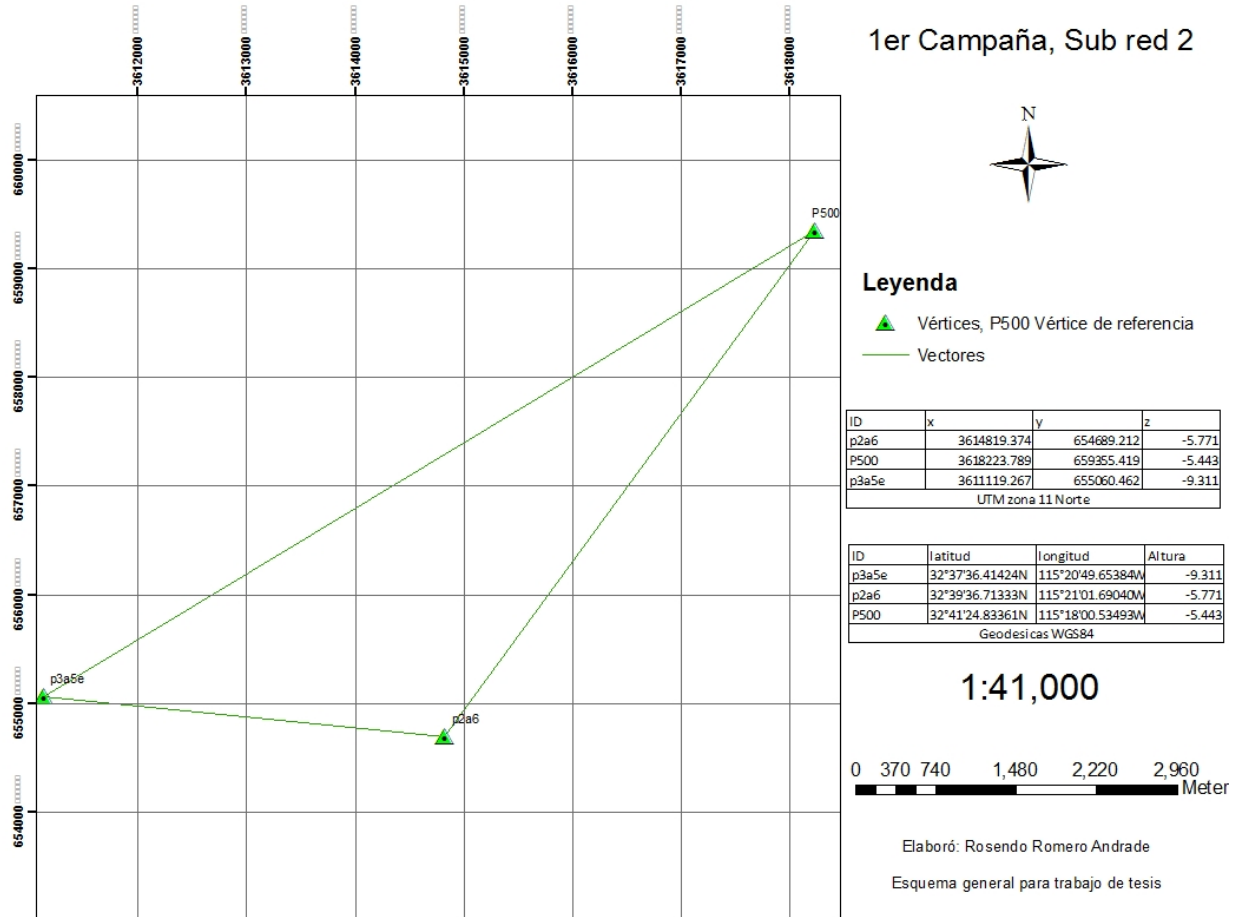


Figura 3.5: Mapa de la sub-red 2, de la primera época de medición

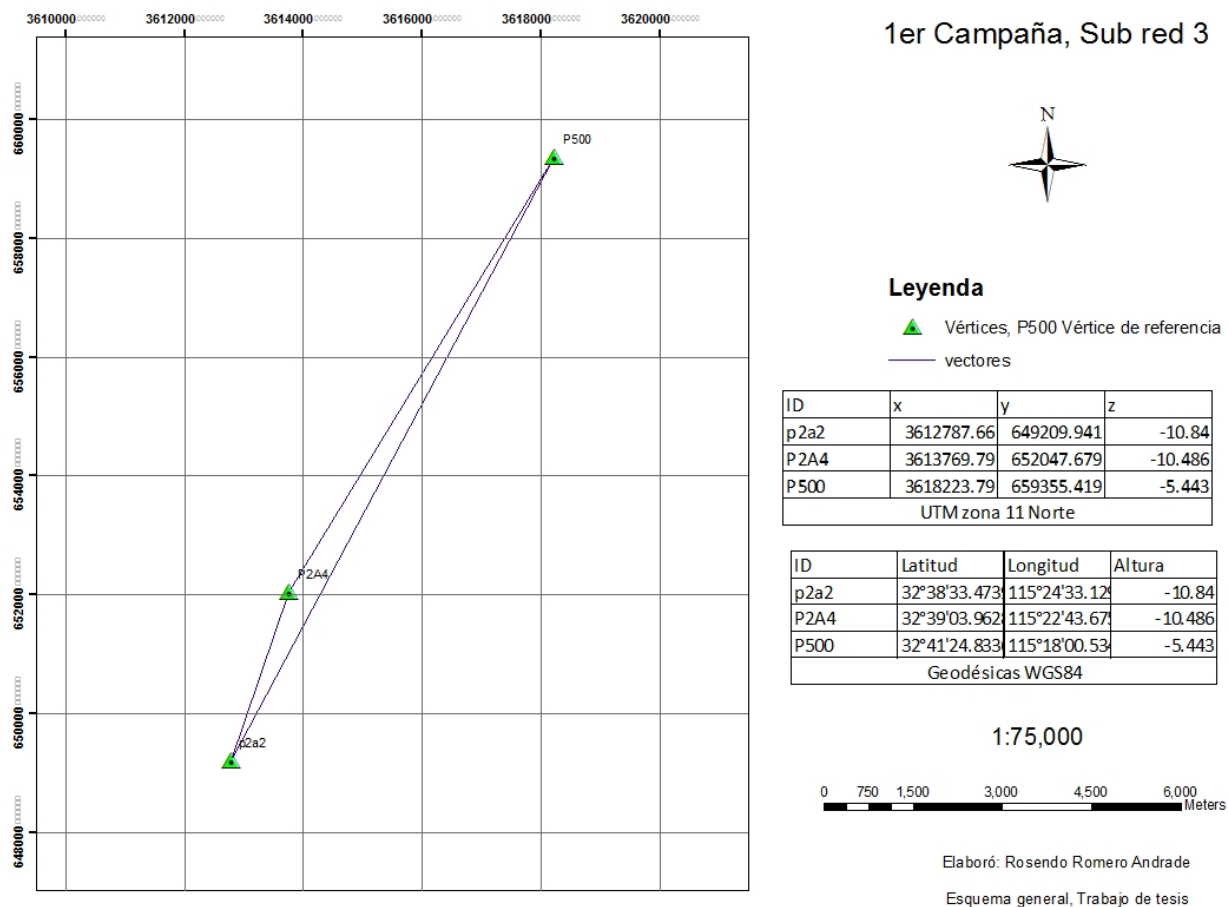


Figura 3.6: Mapa de la sub-red 3, de la primera época de medición

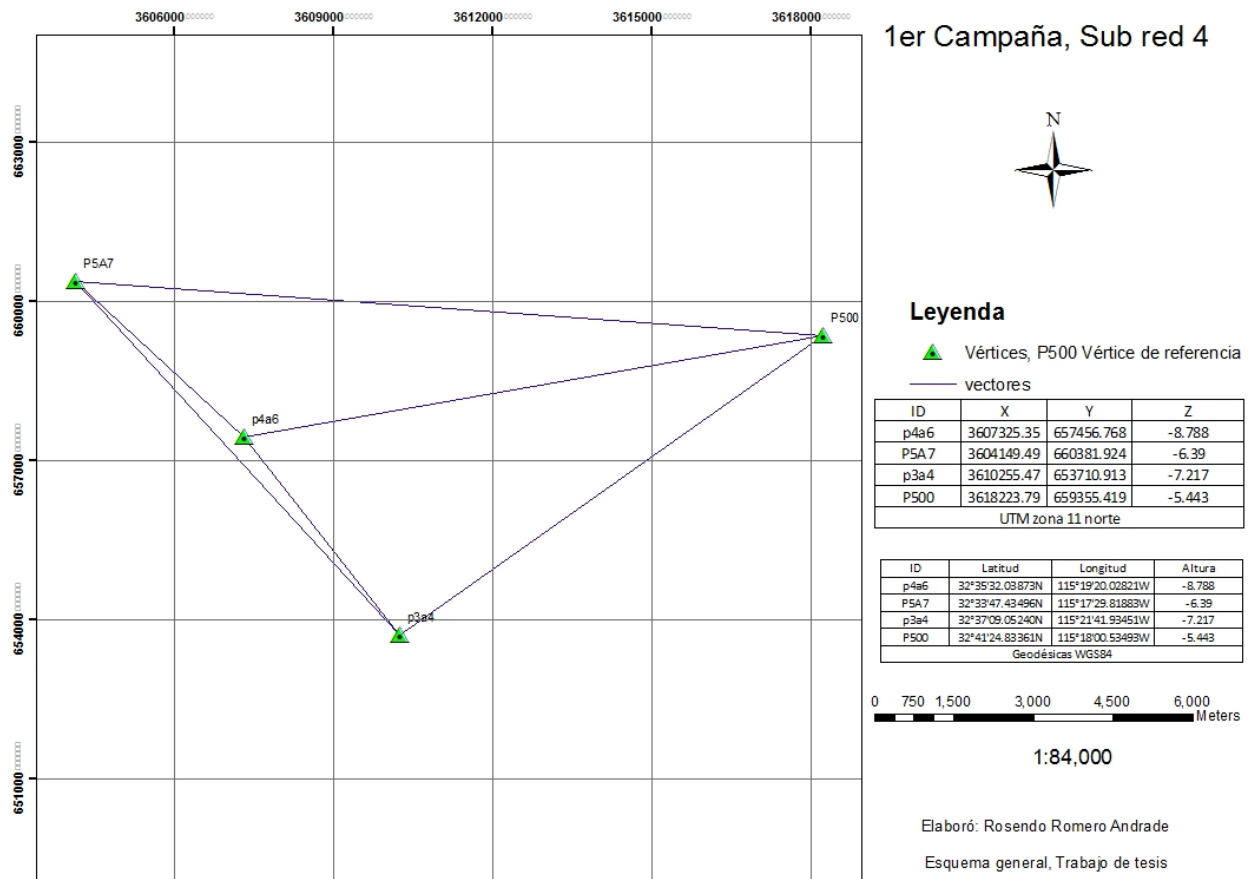


Figura 3.7: Mapa de la sub-red 4, de la primera época de medición

3.1.2. Segunda época de medición

Para la segunda época de medición, se trabajó en un intervalo de un año con respeto a la primera campaña; en la fecha que corresponde al 28 de marzo del 2013 al 04 de abril del 2013. Para este caso, se consideraron los mismos 6 vértices (cuadro 3.2) y el mismo vértice de apoyo, contemplando las coordenadas iniciales del mismo vértice de referencia (P500), ya que no se consideró la velocidad del desplazamiento de la Placa Norteamérica-

na ni la Placa del Pacífico, en otras palabras se buscaba un movimiento en específico sobre la red geodésica y no un desplazamiento sobre la superficie terrestre. El equipo utilizado para realizar esta segunda campaña de medición fue el mismo que para campaña inicial; se utilizaron equipos de doble frecuencia de receptores geodésicos con atena de tipo Choke Ring. Las marcas Topcon Hiperlite y Leica Geosystem 500. Los sesiones de posicionamiento fueron de 3 a 4 horas en modo estático, lo cual permitió establecer dos sub-redes, donde las figuras que son presentadas en las figuras 3.8 y 3.9.

ID
2PA1
P3A1
P3A5E
P2A4
P3A4

Tabla 3.2: Segunda campaña

2da Campaña, Sub red 1

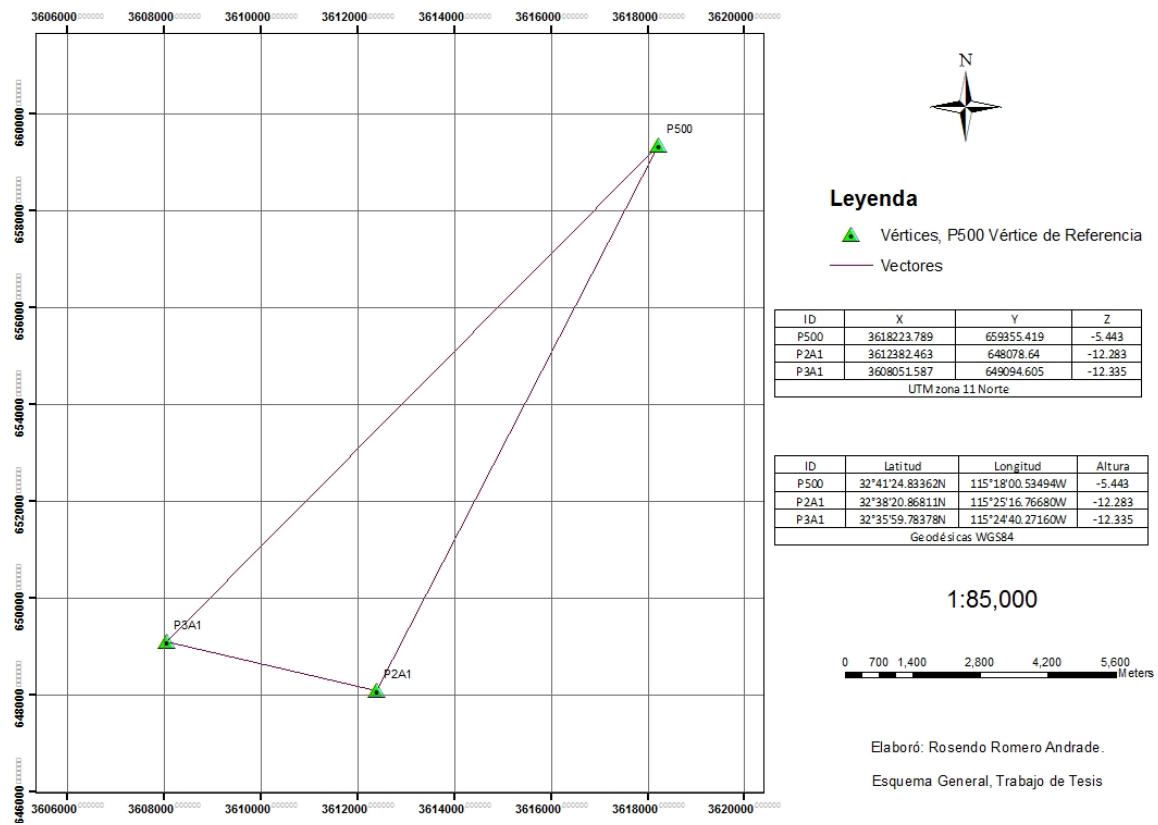


Figura 3.8: Mapa de la sub-red 1, de la segunda época de medición

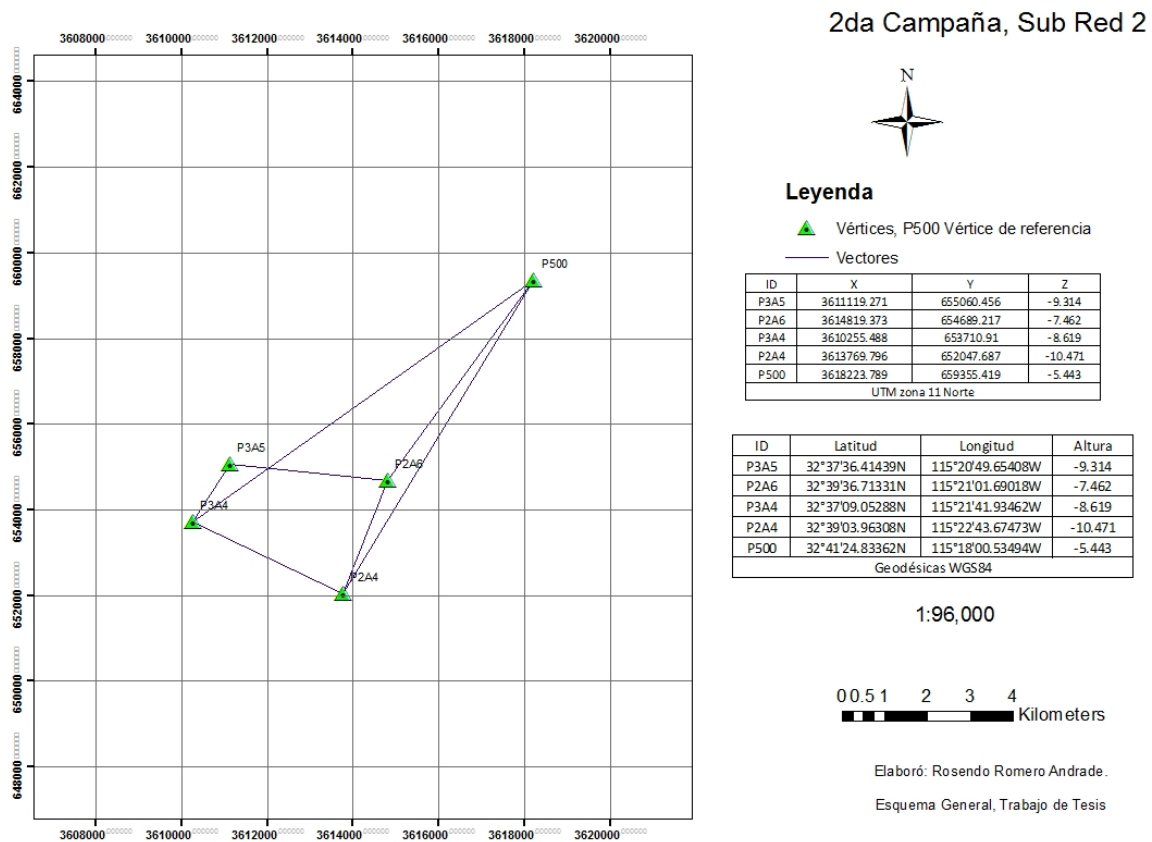


Figura 3.9: Mapa de la sub-red 2, de la segunda época de medición

3.2. Metodología de obtención de vectores

Una vez establecidas ambas épocas de medición, fue necesario obtener los vectores. Para ello, fue implementada la siguiente metodología (Figura 3.10); esta misma sirve independientemente del software a utilizar).

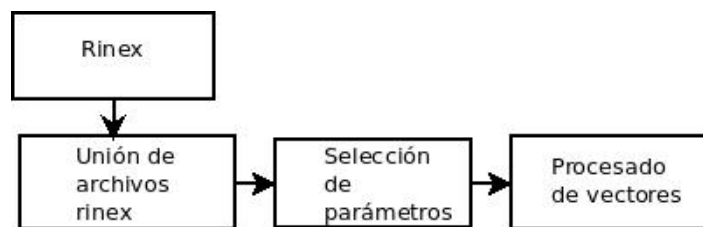


Figura 3.10: Diagrama de flujo para la obtención de vectores

- Se cargó cada archivo Rinex para llevar a cabo el procesamiento de vectores, donde por obviedad, se sabe que existen más de un archivo repetido. Sin embargo, el archivo duplicado tendrá dos diferentes coordenadas, para esto se llevó a cabo el siguiente algoritmo de procesamiento:
 - Cuando la diferencia de posicionamiento entre dos o más vértices es significativamente pequeña en el orden de los centímetros, se optó por pegar los archivos Rinex.
 - Cuando la diferencia de posicionamiento era significativamente grande, en el orden de 5 centímetros de diferencia, se evaluó en base a su desviación estándar que será el archivo a conservar.
 - Para el caso de los archivos Rinex provenientes de estaciones CORS y UNAVCO, se pegaron todos los archivos, ya que no existe un error en posicionamiento. El motivo por el cual se pegan es debido a que están los archivos Rinex por horas, y eso crea una inconsistencia en el ajuste matemático.
- Establecimiento de los vértices de control.
 - Se estableció el vértice de control, ubicado en las lejanías de la zona de afectación.
 - Se establecieron coordenadas reales del vértice de control.

- Se estableció el tipo de control, para este caso es control vertical y horizontal.
 - Se establecieron los parámetros de la antena, en caso de no encontrarse en el software se tendrán que buscar las correcciones del centro de fase en NGS.
- Configuración, limpieza de archivos Rinex en software; es decir, se analizó que satélites introducían ruido al entrar y salir de la vista del receptor para así eliminarlos o no considerarlos en el procesamiento. Es importante para el procesamiento de los vectores, establecer los parámetros de las antenas, y más aún eliminar los satélites que ocasionan algún ruido en la señal.
- Se limpiaron las señales de los satélites que introducían ruido en el procesamiento de los vectores; es decir, se contempló hacer una búsqueda a través de las ventanas de satélites para poder eliminarlas.
 - Se buscó congruencia en la señal de todos los satélites involucrados en el procesamiento de los vectores.
- Configuración de procesamiento de vectores. Es de vital importancia establecer el grado de confiabilidad con el cual será llevado a cabo el ajuste de los vectores como es el caso de aumentar o disminuir el grado de confiabilidad para el análisis estadístico.
- Se aumentó el grado de confiabilidad a un 95 %, siendo inicialmente del 90 %.

3.3. Ajuste matemático y análisis estadístico

Una vez obtenidos los vectores aplicando la metodología expuesta en la sección 3.2, el siguiente paso fundamental fue, elaborar el análisis matemático siguiendo el esquema

de Gauss Markov expuesto en la sección 2.8.1. Donde se creó para la primera época 4 sistemas independientes de solución (uno para cada sub red), lo que conllevó a implementar 4 veces el algoritmo de solución mencionado anteriormente. Posterior a la implementación del algoritmo de análisis de Gauss Markov, fue necesario implementar las pruebas estadísticas principales para la detección de errores, en primera instancia se aplicó la prueba principal de la varianza de referencia (ver sección 2.10.5) con el objetivo de encontrar valores atípicos que introdujeran inconsistencia en el ajuste matemático. Después de aplicar la prueba global (fundamental), fue necesario aplicar una búsqueda del error cometido por componente 2.11.2, donde se analizó en las tres componentes X, Y, Z, de una manera individual. Esto se debió ya que al aplicar por triadas de vectores, el nivel de redundancia se vuelve de cero, lo cual imposibilita realizar el análisis para el caso de las pequeñas sub redes.

Luego se procedió a evaluar el nivel de confiabilidad externa e interna para cada una de las sub redes lo cual hace referencia al grado de deformación que puede soportar o detectarse y al error mínimo detectable que puede ser encontrado en las sub redes (fundamento en sección 2.12).

Para la segunda campaña de medición el procedimiento fue en principio similar, se elaboró el análisis matemático para las dos sub redes siguiendo el mismo principio para la primera campaña. La única diferencia es que para este se analizaron dos sub redes; sin embargo para la campaña dos era posible aplicar el estudio de posibles valores atípicos por triadas, sin embargo se optó por el mismo principio de análisis por componente, por consiguiente se elaboraron los mismos estudios de confiabilidad externa e interna.

3.4. Análisis de deformación

Una vez obtenidas las coordenadas finales, libres de errores no aleatorios, como resultado del análisis estadístico y matemático (sección 3.3) se procedió a calcular si existió una deformación en base a una diferencia de coordenadas entre la época inicial y la final; esto permitió encontrar la deformación en consecuencia de un fenómeno sismogénico. La contrastación no fue entre sub red y sub red, ya que no se contaba con la misma geometría de las redes, lo cual obligó a analizar simplemente las coordenadas en un tiempo “T1” y “T2”.

La fórmula que fue empleada para realizar la diferencia de coordenadas es la que se muestra en la ecuación (3.1). No se buscaba un movimiento telúrico puesto que implicaría considerar el aspecto de las velocidades que tienen las Placas Norteamericana y del Pacífico; el objetivo fue ver si la red permitía encontrar alguna deformación sobre los perfiles que indicara que la geometría de la red permitiría encontrar deformaciones o desplazamientos sobre los perfiles que indicasen el tipo de movimiento divergente de la Falla Imperial.

$$\begin{bmatrix} \delta X \\ \delta Y \\ \delta Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Donde:

- (X_1, Y_1, Z_1) y (X_2, Y_2, Z_2) : valor de la coordenada para el tiempo inicial y final respectivamente.

CAPÍTULO 4

RESULTADOS

Este capítulo, se divide en tres partes, donde se explican detalladamente los resultados obtenidos para las dos campañas efectuadas, seguido del análisis de deformación. Como parte final se muestra el resultado final de manera visual y tabular que expresa como es que se encuentra el desplazamiento y en qué sentido se realiza comparado con las velocidades de la Falla Imperial con respecto a la estación de referencia utilizada para el análisis (Figura 1).

4.1. Primera época de medición

4.1.1. Ajuste matemático: 1ra red

En base a esta red geodésica (figura 4.1) se obtienen sus matrices de diseño, pesos y de observación para poder realizar el ajuste por mínimos cuadrados; en la tabla 4.1 y 4.2, se expresan los resultados del procesamiento de los vectores en coordenadas espaciales.

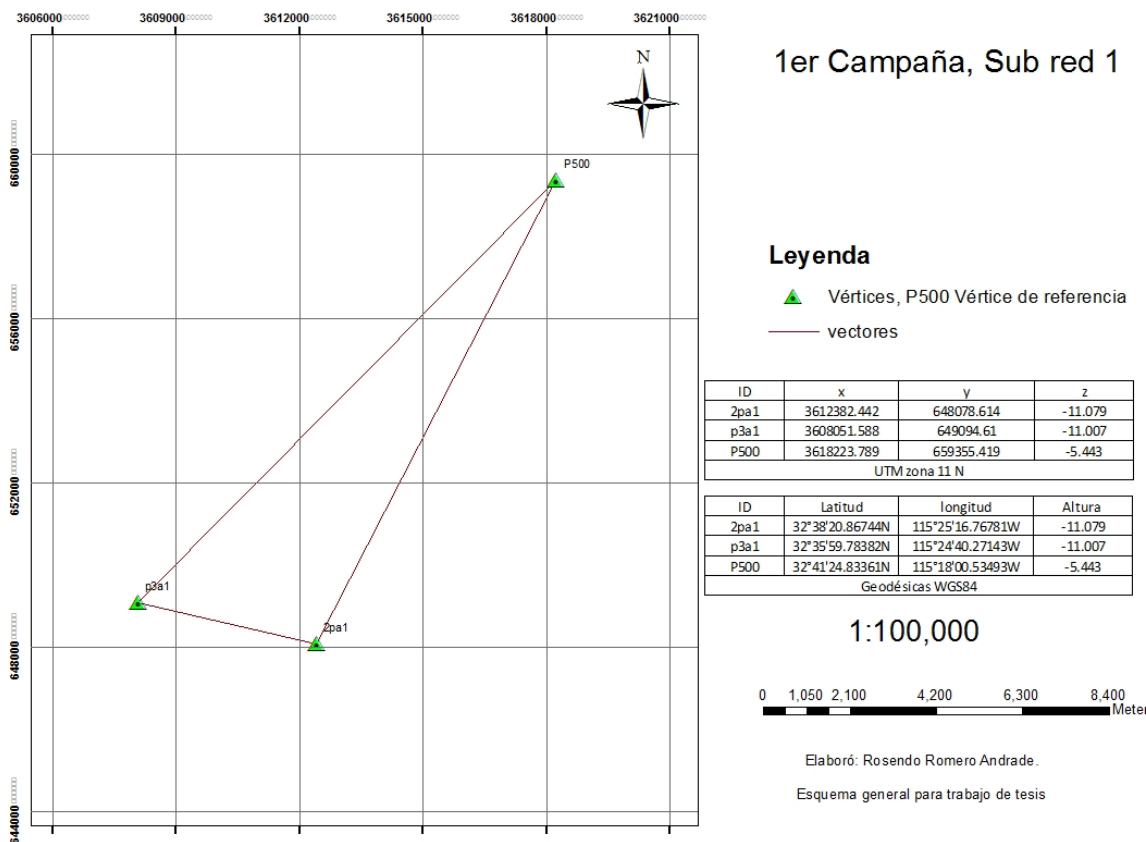


Figura 4.1: Mapa de la Sub-red 1, de la primera época de medición

Punto base	Punto móvil	DX	DY	DZ
2pa1	p3a1	-146.1533	-2524.4431	-3660.5133
2pa1	P500	11579.4881	-2109.0266	4773.8529
P500	p3a1	-11725.6474	-415.4268	-8434.3613

Tabla 4.1: Valor de vectores para la primer sub red, campaña 1

Punto base	Punto móvil	SX	SY	SZ	DXY	DXZ	DYZ
2pa1	p3a1	1.8844425625E-006	6.1859151225E-006	2.7794224656E-006	5.692079E-009	-0.0006600217	-2.742220608E-006
2pa1	P500	1.54138686025E-005	4.243610449E-005	0.000023649	1.243741E-007	-0.001614967	-1.9296420386E-005
P500	p3a1	2.12574479364E-005	6.66335894436E-005	3.18374677009E-005	2.12359565E-007	-0.0019389169	-2.7997617989E-005

Tabla 4.2: Valor de vectores para la primer sub red, campaña 1

En base a la teoría expuesta en la sección 2.9, se obtiene el tabla 4.3, en la cual se especifica la estimación de los parámetros determinados. La varianza de referencia obtenida para el ajuste matemático es expuesta en la ecuación 4.1.

$$\sigma_0^2 = \mu = \sqrt{\frac{V^T P V}{r}} = .55 \quad (4.1)$$

Por último se obtiene los errores medios cuadráticos para cada uno de los vértices (tabla 4.3). Las coordenadas finales en la proyección UTM, son las que se presentan en la tabla 4.4.

ID	X	Y	Z	m_x	m_y	m_z
2Pa1	-2307829.3049641	-4855612.47731954	3420319.22046051	0.285	0.511	0.350
p3a1	-2307975.44676139	-4858136.82341281	3416658.62256741	0.305	0.518	0.349

Tabla 4.3: Coordenadas Finales en un sistema cartesiano con su error medio cuadrático en centímetros para la primer sub red, campaña 1

ID	X	Y
2pa1	648078.614	3612382.442
p3a1	649094.61	3608051.588

Tabla 4.4: Coordenadas Finales en la proyección UTM para la primer sub red, campaña 1.

4.1.2. Análisis estadístico: 1ra red

Para realizar el posterior ajuste por mínimos cuadrados para la primera sub-red de medición (sección 4.1.1), fue necesario aplicar la prueba global de la varianza de referencia (sección 2.10.5), donde al aplicar la prueba estadística fundamental, aceptamos la hipótesis alternativa, la cual determina que las mediciones están libres de valores atípicos; los resultados son los siguientes:

$$\sigma_0^2 = \mu = \sqrt{\frac{V^T P V}{r}} = 0.55 \quad (4.2)$$

$$T = r \frac{.55}{1} = 1.622 \quad (4.3)$$

Entonces:

$$\chi_{1-\alpha/2}(r) = \chi_{1-0.01/2}(3) \approx 0.0717 \quad (4.4)$$

$$\chi_{1-\alpha/2}(r) = \chi_{0.01/2}(3) \approx 12.8381 \quad (4.5)$$

El resultado de la prueba fundamental es el siguiente:

$$X^2_{\alpha} \leq T \leq X^2_{\frac{\alpha}{2}} \quad (4.6)$$

$$0.0717 \leq 0.55 \leq 12.8381 \quad (4.7)$$

Sin embargo, existen errores por lo que la hipótesis nula es aceptada. No es posible detectarlos mediante pruebas estadísticas, es por ello que se examina cada componente de cada vector involucrado en el proceso de evaluación. Esto se elaboró en base a la teoría expuesta en la sección 2.11.2 y la ecuación 4.8; donde los resultados fueron expuestos en la tabla 4.5.

$$T_j = \frac{e_j}{\sqrt{\hat{\sigma}_2^0(Q_e)_{jj}}} \quad (4.8)$$

Con los resultados expuestos en la tabla 4.5, se cumple efectivamente que la 1ra sub-red está libre de errores o valores atípicos (outliers), ya que el valor crítico es de 4.54 no

Componente	Qe_x	Qe_y	Qe_z	T_x	T_y	T_z	Valor crítico
2pa1-p3a1	0.000000355618	0.000000332006	0.00000033588	2.10	1.288	0.71	4.54
2pa1-p500	0.000006151635	0.0000156	0.00000956	1.24	1.28	0.82	4.54
p500-p3a1	0.000011	0.000039	0.0000171	1.1	1.28	0.87	4.54

Tabla 4.5: Análisis estadístico por componente para la primer sub red, campaña 1

siendo superado por los estadísticos T_{ij} . Sin embargo, como parte del trabajo, y según lo expuesto por Alfred Leick en [38], es importante exponer la búsqueda de cualquier tipo de error o valor atípico. En base a esto, se aplicó la prueba propuesta por Pope, conocida como la prueba “ τ ”; donde los resultados encontrados son los expresados en la tabla 4.6.

Punto base	Punto móvil	TAO (“ τ ”)			E_i			R_i			Valor crítico
2pa1	p3a1	1.493277	0.004306	0.460059	0.000935	0.000553	-0.00031	1.2766E-06	5.3671E-02	1.4431E-06	5,841
2pa1	P500	0.700202	0.01128	0.453521	-0.0023	-0.00379	0.00189	-3.5089E-05	3.6820E-01	-5.6560E-05	5,841
P500	p3a1	0.63957	0.014127	0.494832	-0.00277	-0.00595	0.002703	-6.0880E-05	5.7815E-01	-9.7146E-05	5,841

Tabla 4.6: Resultados de las pruebas estadísticas en base a Pope para la primer sub red, campaña 1

Al comparar los resultados obtenidos mediante la aplicación del algoritmo propuesto por Bardaa, notamos que los valores de la distribución son más altos que los propuestos por Pope, lo cual indica que de acuerdo a Snow en [50], se establece que es más confiable realizar las pruebas con la propuesta de Bardaa. No obstante, en ninguna de las dos pruebas se tuvo o se encontró alguna inconsistencia.

4.1.3. Confiabilidad externa e interna: 1ra red

Ahora ya considerando a las observaciones libres de errores de medición (según las pruebas) se determinaron los errores mínimos que no fueron detectados por las pruebas estadísticas (tabla 4.7), así como sus efectos en los parámetros determinados (tabla 4.8). Como se ha mencionado en los capítulos anteriores, el tener un residual pequeño no es necesariamente un buen indicador de que todo está bien. Al analizar los resultados obteni-

dos por la confiabilidad interna (tabla 4.7), se observan que errores menores al milímetro estarán presentes ya que no ha sido posibles detectarlos mediante pruebas estadísticas, lo cual es consistente con la metodología y precisión con la cual ofrece los receptores geodésicos. Sin embargo, notamos que el efecto máximo para estos errores será de un milímetro como se muestra en la tabla 4.8.

Punto base	Punto móvil	Confiabilidad interna		
2pa1	p3a1	-0.000278296015	0.000120926561	0.000383373393
2pa1	P500	-0.000278296308	0.000120926688	0.000383373797
P500	p3a1	-0.000278295551	0.000120926359	0.000383372754

Tabla 4.7: Confiabilidad Interna, estimación del error mínimo detectable: $\alpha = 0.01$, $\beta = 0.80$, $r_1 = 3$, $r_2 = 9$, $\lambda = 4$ primer sub red, campaña 1

En lo que respecta a la confiabilidad externa (tabla 4.8), encontramos que los efectos de los errores no detectados mediante pruebas estadísticas (ya en un sistema espacial debidamente rotado utilizando el punto medio del sistema), el efecto más grande será en el sentido vertical en el orden de al menos 3 milímetros.

Punto base	Punto móvil	Confiabilidad externa		
2pa1	p3a1	0.0001534788354	0.000030873976	0.002129163451
2pa1	P500	0.000003542898	0.000006037500	0.000005249743
P500	p3a1	0.002941770121	0.000073939212	0.003487857098

Tabla 4.8: Confiabilidad Externa para la primer sub red, campaña 1

En lo que respecta a la confiabilidad interna, notamos que los valores obtenidos son muy semejantes, esto se debe prácticamente a la forma de la red; a su matriz de diseño, el valor de β en las pruebas estadísticas y de la precisión con la cual fueron llevadas a cabo las mediciones; y no dependerá del número de grados de libertad para la prueba.

Como parte del análisis de la confiabilidad interna y externa se probó la consistencia de los resultados de las mismas. Para esto, se tomó los resultados de la confiabilidad interna

y se le agregó a cada uno de los componentes involucrados en el análisis matemático, con la finalidad de comprobar si efectivamente era correspondiente el error mínimo detectable con las pruebas estadísticas. en la tabla 4.9, se muestran los resultados generales de la primera prueba en base a Bardaa; Por consiguiente aumentamos el error en un 20 % y se encuentra que pasa sin problemas la prueba global de la varianza de referencia, en el análisis vectorial por componente vemos que presenta valores atípicos; esto se muestra en la tabla 4.10.

Porcentaje de error	Confiabilidad interna	μ	Q_e	E_i	T	Valor crítico
1	-0.000278296	0.569502064	3.55618E-07	0.00097837	2.174019378	4.54
1	0.000120927	0.569502064	3.32006E-07	0.000567876	1.305967974	4.54
1	0.000383373	0.569502064	3.33588E-07	-0.000353756	-0.811616874	4.54
1	-0.000278296	0.569502064	6.15164E-06	-0.002405609	-1.285233715	4.54
1	0.000120927	0.569502064	1.56246E-05	-0.003896417	-1.306211036	4.54
1	0.000383374	0.569502064	9.56892E-06	0.002037746	0.87291277	4.54
1	-0.000278296	0.569502064	1.13993E-05	-0.002894317	-1.135951259	4.54
1	0.000120926	0.569502064	3.85234E-05	-0.006114781	-1.30548271	4.54
1	0.000383373	0.569502064	1.71773E-05	0.002891871	0.924598677	4.54

Tabla 4.9: Valores iniciales para la primer sub red, campaña 1

Confiabilidad	Porcentaje de error	confiabilidad nueva	L	L Nueva	μ	Q_e	E_i	T	valor crítico
-0.0002783	20	-0.00556592	-146.1533	-146.1588659	0.442947846	3.55618E-07	0.001799422	4.53382685	4.54
0.00012093	20	0.002418531	-2524.4431	-2524.440681	0.442947846	3.32006E-07	0.000423135	1.10339203	4.54
0.00038337	20	0.007667468	-3660.5133	-3660.505633	0.442947846	3.33588E-07	-0.001608818	-4.18528777	4.54
-0.0002783	20	-0.005565926	2307829.766	2307829.761	0.442947846	6.15164E-06	-0.004433512	-2.68581619	4.54
0.00012093	20	0.002418534	4855613.387	4855613.39	0.442947846	1.56246E-05	-0.002904262	-1.10396452	4.54
0.00038337	20	0.007667476	-3420319.849	-3420319.841	0.442947846	9.56892E-06	0.004828107	2.34514158	4.54
-0.0002783	20	-0.005565911	-2307975.925	-2307975.931	0.442947846	1.13993E-05	-0.005332983	-2.37331337	4.54
0.00012093	20	0.002418527	-4858137.841	-4858137.838	0.442947846	3.85234E-05	-0.004554072	-1.10245662	4.54
0.00038337	20	0.007667455	3416659.341	3416659.348	0.442947846	1.71773E-05	0.006130538	2.22251279	4.54

Tabla 4.10: Valores finales de la consistencia de la confiabilidad interna para la primer sub red, campaña 1

En base a lo encontrado por las pruebas estadísticas, vemos que la red es consistente, sin embargo, el valor atípico se presenta solo en un componente.

4.1.4. Ajuste matemático: 2da red

En base a la segunda red geodésica (figura 4.6) se obtiene el procesamiento de los vectores expuestos en la tabla 4.12 y 4.11, estas tablas permitirán elaborar el ajuste matemático para encontrar la solución a sus coordenadas.

Punto base	Punto móvil	DX	DY	DZ
P500	p2a6	-5035.2558	393.849	-2803.7437
P500	p3a5e	-5606.2762	-1544.2578	-5926.1085
p2a6	p3a5e	-571.0272	-1938.1048	-3122.3639

Tabla 4.11: Valor de vectores para la segunda sub red, campaña 1

Punto base	Punto móvil	SX	SY	SZ	DXY	DXZ	DYZ
P500	p2a6	6.3427415104E-006	1.57723356736E-005	8.7605936289E-006	2.9604248E-008	-0.0010612802	-7.065883376E-006
P500	p3a5e	1.14066956644E-005	0.000023988	0.000014782	6.3598062E-008	-0.0014744062	-1.1500633646E-005
p2a6	p3a5e	2.3913838881E-006	3.9707735824E-006	3.1776984121E-006	5.493107E-009	-0.0006476843	-2.071917112E-006

Tabla 4.12: Valor de vectores para la segunda sub red, campaña 1

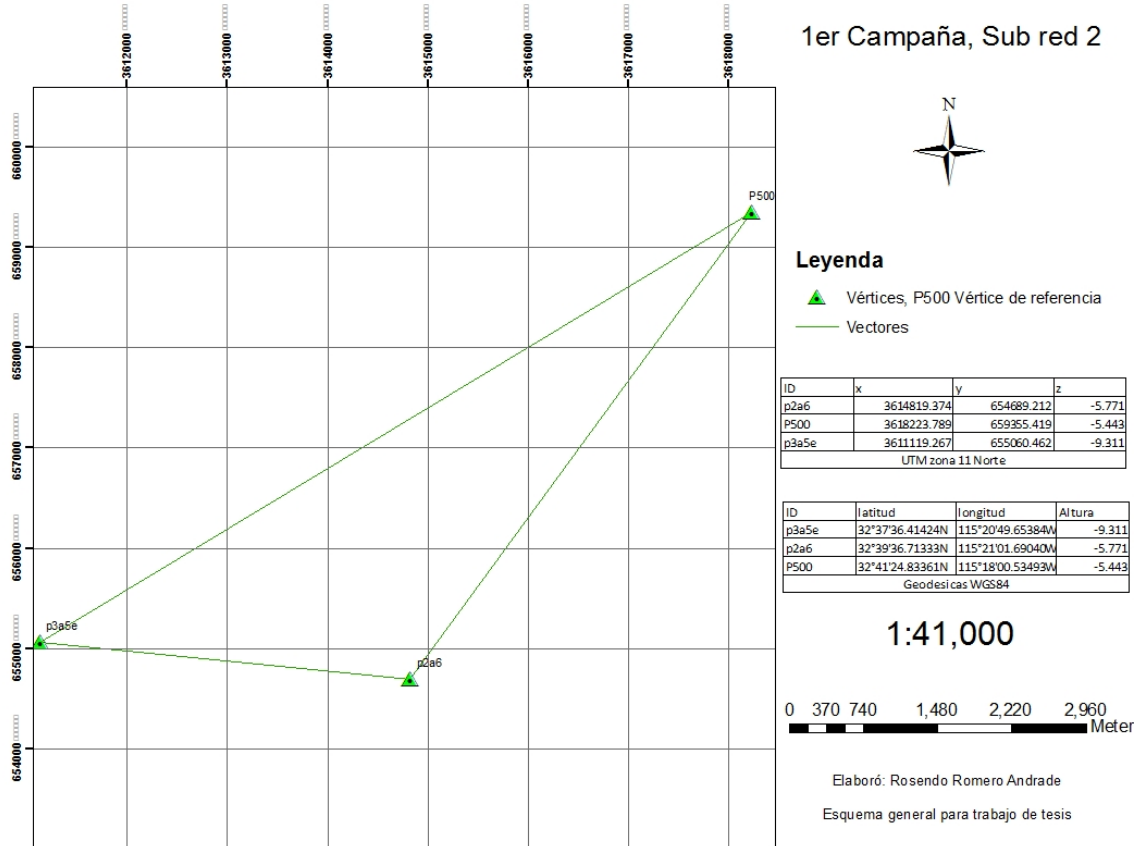


Figura 4.2: Mapa de la sub-red 2, de la primera época de medición

En base a la teoría expuesta en la sección 2.9, se obtiene el tabla 4.13, el cual especifica la estimación de los parámetros determinados. La varianza de referencia obtenida para el ajuste matemático es expuesta en la ecuación 4.9. Las coordenadas finales en proyección UTM zona 11 se muestran en la tabla 4.24.

$$\sigma_0^2 = \mu = \sqrt{\frac{V^T P V}{r}} = 0.181904 \tag{4.9}$$

ID	X	Y	Z	m_x	m_y	m_z
P2a6	-2301285.531533	-4857328.565722	3422289.958009	0.036	0.057	0.044
p3a5e	-2301856.55735	-4859266.670703	3419167.593831	0.041	0.061	0.048

Tabla 4.13: Coordenadas Finales en un sistema cartesiano con su error medio cuadrático en centímetros para la segunda sub red, campaña 1

ID	X	Y
p2a6	654689.2118	3614819.3739
p3a5e	655060.4631	3611119.2675

Tabla 4.14: Coordenadas finales en la proyección UTM zona 11 para la segunda sub red, campaña 1.

4.1.5. Análisis estadístico: 2da red

Posteriormente y para realizar el ajuste por mínimos cuadrados para la segunda sub-red de medición (sección 4.1.4), fue necesario aplicar la prueba global de la varianza de referencia (sección 2.10.5), donde al aplicar la prueba estadística fundamental, aceptamos la hipótesis alternativa, la cual determina que las mediciones están libres de valores atípicos; los resultados son los siguientes:

$$\sigma_0^2 = \mu = \sqrt{\frac{V^T P V}{r}} = 0.181 \quad (4.10)$$

$$T = r \frac{0.55}{1} = 0.545 \quad (4.11)$$

Entonces:

$$\chi_{1-\alpha/2}(r) = \chi_{1-0.01/2}(3) \approx 0.0717 \quad (4.12)$$

$$\chi_{1-\alpha/2}(r) = \chi_{0.01/2}(3) \approx 12.8381 \quad (4.13)$$

El resultado de la prueba fundamental es el siguiente:

$$X^2_{\alpha} \leq T \leq X^2_{\alpha} \quad (4.14)$$

$$.0717 \leq .545 \leq 12.8381 \quad (4.15)$$

Sin embargo, existen errores aun que no es posible detectarlos mediante pruebas estadísticas, es por ello que se examina cada componente de cada vector involucrado en el proceso de evaluación para esta segunda red, esto se elaboró en base a la teoría expuesta en la sección 2.11.2; los resultados están expuestos en la tabla 4.15.

Componente	Qe_x	Qe_y	Qe_z	T_x	T_y	T_z	Valor crítico
P500-p2a6	0.00000199	0.0000056	0.00000287	-3.76	0.70	0.40	4.54
p500-p3a5e	0.00000624	0.000013	0.00000804	2.95	0.70	0.27	4.54
p2a6-p3a5e	0.00000013	0.00000036	0.00000029	2.74	0.70	1.209	4.54

Tabla 4.15: Análisis estadístico por componente para la segunda sub red, campaña 1

Con los resultados expuestos en la tabla 4.15, se cumple efectivamente que la 2da sub-red está libre de errores o valores atípicos (outliers) al igual que la primera. Al igual que la primera sub red, se analiza según lo expuesto por Alfred Leick en [38], para buscar de cualquier valor atípico. Como podemos observar encontramos que los valores para el eje de las “x” es muy cercano al valor crítico, sin embargo no lo sobrepasa, aceptando la hipótesis nula. Como parte del análisis se probó la prueba propuesta por Pope, conocida como la prueba “ τ ”; donde los resultados encontrados son los expresados en la tabla 4.16.

Punto Base	Punto Móvil	TAO “ τ ”			E_i			R_i			Valor crítico
P500	p2a6	3.962974	0.00661	0.397849	-0.00227	0.000722	0.000291	-9.88909E-06	0.360669	-1.6E-05	5,841
P500	p3a5e	3.355473	0.00814	0.2802	0.00315	-0.0011	-0.00033	-2.66306E-05	0.54854	-4.2E-05	5,841
p2a6	p3a5e	2.881387	0.003305	1.186554	-0.00138	0.000181	0.000278	-6.96472E-05	0.0908	-1.7E-06	5,841

Tabla 4.16: Resultados de las pruebas estadísticas en base a la teoría de Pope para la Segunda sub red, campaña 1

Al igual que la sub red 2, notamos que los valores obtenidos con la prueba estadística propuesta por Pope (tabla 4.16) son más grandes; sin embargo, el valor crítico para aumenta para las tablas “ τ ”. Los resultados muestran que en efecto esta red también se encuentra libre de errores con valores atípicos (outliers).

4.1.6. Confiabilidad externa e interna: 2da Sub red.

Al igual que la sub red uno, también se calculan los errores mínimos no detectados por las pruebas estadísticas. Para el caso de la segunda sub red encontramos que los errores que no han sido detectados mediante las pruebas estadísticas (Pope y Bardaa), son en el orden de las décimas de milímetros para algunos casos. Sin embargo, podemos observar que para el primer vector en la componente vertical sigue siendo la que presente mayor error no detectado mediante las pruebas estadísticas; al contener este error en el orden de los milímetros para esta componente no representa mayor preocupación, ya que estamos buscando desplazamientos horizontales. Esto se presenta en la tabla 4.17. Por otro lado, notamos que al igual que la primera red, para esta segunda en la confiabilidad interna, los vectores donde se involucra el vértice p305e se vuelve a repetir el mismo patrón de que los resultados se igualen; de esto podemos concluir que se debe a su matriz de diseño (matriz “A”), ya que contiene la misma estructura que la sub red 1.

Punto Base	Punto Móvil	Confiabilidad Interna		
P500	p2a6	-0.000204440216730499	0.00088834374287192	0.00281631555476283
P500	p3a5e	-0.000299772478983	0.000130258620466	0.000412958814539
p2a6	p3a5e	-0.000299772478983	0.000030258620466	0.000412958814539

Tabla 4.17: Confiabilidad interna en base a Snow [50], $\alpha = 0.01$, $\beta = 0.080$, $r_1 = 3$, $r_2 = 9$, $\lambda = 4$, segunda sub red, campaña 1

Para el caso de la confiabilidad externa (el efecto que tendrán los valores de los errores no detectados por las pruebas estadísticas), notamos que el efecto será en el orden de

las décimas de milímetros para el caso del primer componente; lo cual no afecta de una manera significativa las mediciones.

Punto Base	Punto Móvil	Confiabilidad Externa		
P500	p2a6	-0.000204440216730499	0.00088834374287192	0.00281631555476283
P500	p3a5e	-0.00000299772478983	0.00000130258620466	0.00000412958814539
p2a6	p3a5e	-0.00000299772478983	0.00000130258620466	0.00000412958814539

Tabla 4.18: Confiabilidad externa en base a Snow [50], para la segunda sub red, campaña 1

Al igual como se realizó en la primera sub red, para esta segunda se comprobó el grado de consistencia de la confiabilidad interna. en la tabla 4.19, se muestran los valores iniciales de la consistencia, consecuentemente en la tabla 4.20 se muestra como es que a pesar de haber pasado la prueba global, puede contener valores atípicos al incrementar el error de la confiabilidad en la matriz de las observaciones en un 2 %.

Porcentaje	Confiabilidad Interna	μ	Q_e	E_i	T	Valor crítico
1	-0.00020444	0.1819037	1.99059E-06	-0.002266945	-3.76729344	4.54
1	0.000888344	0.1819037	5.68856E-06	0.000722141	0.709904956	4.54
1	0.002816316	0.1819037	2.87224E-06	0.000291064	0.402677818	4.54
1	-0.000299772	0.1819037	6.24568E-06	0.003149823	2.955122446	4.54
1	0.000130259	0.1819037	1.31582E-05	-0.001096681	-0.708861253	4.54
1	0.000412959	0.1819037	8.04712E-06	-0.000331214	-0.273758624	4.54
1	-0.000299772	0.1819037	1.3935E-06	-0.001383232	-2.747389014	4.54
1	3.02586E-05	0.1819037	3.60545E-07	0.000181178	0.707466536	4.54
1	0.000412959	0.1819037	2.90423E-07	0.000277722	1.208296268	4.54

Tabla 4.19: Valores iniciales de la confiabilidad interna para la segunda sub red, campaña 1

De igual manera que la primera sub red, encontramos que sigue siendo consistente al aumentarle 2 % de error en vector de observaciones (vector “L”), sin embargo, de igual forma no tiene problemas para pasar la prueba global, en base a su μ .

Confiabilidad	Porcentaje	confiabilidad	L	L2	μ	Q_c	E_i	T	Valor crítico
-0.00020444	2	-0.00040888	-2301285.534	-2301285.534	0.331453826	1.9906E-06	-0.00240263	-2.95791034	4.54
0.000888344	2	0.001776687	-4857328.565	-4857328.563	0.331453826	5.6886E-06	0.00129086	0.94008225	4.54
0.002816316	2	0.005632631	3422289.958	3422289.964	0.331453826	2.8722E-06	0.00216217	2.21599218	4.54
-0.000299772	2	-0.000599545	-2301856.554	-2301856.555	0.331453826	6.2457E-06	0.00334272	2.32326144	4.54
0.000130259	2	0.000260517	-4859266.672	-4859266.672	0.331453826	1.3158E-05	-0.00196151	-0.93924717	4.54
0.000412959	2	0.000825918	3419167.594	3419167.594	0.331453826	8.0471E-06	-0.00287017	-1.75742311	4.54
-0.000299772	2	-0.000599545	-571.0272	-571.0277995	0.331453826	1.3935E-06	-0.00146353	-2.15345904	4.54
3.02586E-05	2	6.05172E-05	-1938.1048	-1938.104739	0.331453826	3.6055E-07	0.00032432	0.9381848	4.54
0.000412959	2	0.000825918	-3122.3639	-3122.363074	0.331453826	2.9042E-07	0.00150028	4.83556038	4.54

Tabla 4.20: Valores finales para la consistencia de la confiabilidad interna para la segunda sub red, campaña 1.

4.1.7. Ajuste matemático: 3er. red

En base a esta red geodésica (figura 4.3) y a las tablas 4.21 y 4.22, se obtiene el ajuste matemático de la red geodésica.

Punto base	Punto móvil	DX	DY	DZ
P2A4	p2a2	-2794.1368	765.868	-791.0163
P2A4	P500	7668.2268	-1044.0105	3655.683
P500	p2a2	-10462.3707	1809.8925	-4446.7178

Tabla 4.21: Valor de vectores para la tercera sub red, campaña 1

Punto base	Punto móvil	SX	SY	SZ	DXY	DXZ	DYZ
P2A4	p2a2	1.0415835364E-006	5.5078457344E-006	1.9310993296E-006	1.393191236E-006	-6.22688386E-007	-2.317545697E-006
P2A4	P500	1.14708206596E-005	5.99862642064E-005	0.00002272	1.5803558831E-005	-0.000007168	-2.6737809642E-005
P500	p2a2	1.47401477041E-005	3.84702619536E-005	0.000017611	1.6415740156E-005	-7.638796039E-006	-1.6088634088E-005

Tabla 4.22: Valor de vectores para la tercera sub red, campaña 1

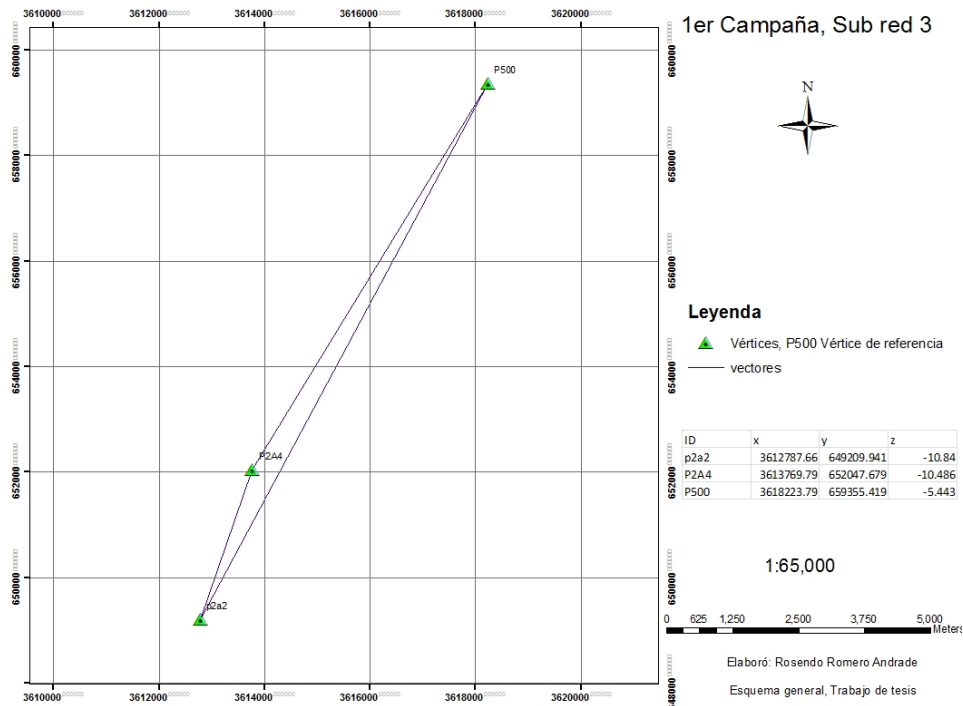


Figura 4.3: Mapa de la Sub-red 3, de la primera época de medición

En base a la teoría expuesta en la sección 2.9, se obtiene el tabla 4.23, el cual especifica la estimación de los parámetros determinados. La varianza de referencia obtenida para el ajuste matemático es expuesta en la ecuación 4.16. en la tabla 4.24 se muestran las coordenadas en la proyección UTM zona 11.

$$\sigma_0^2 = \mu = \sqrt{\frac{V^T P V}{r}} = 2.42 \quad (4.16)$$

4.1.8. Análisis estadístico: 3ra red

Después de realizar el ajuste por mínimos cuadrados para la tercera sub-red de medición (sección 4.1.7), fue necesario aplicar la prueba global de la varianza de referencia

ID	X	Y	Z	m_x	m_y	m_z
p2a2	-2306712.644235	-4855912.523387	3420646.990679	0.640	1.161	0.765
p2a4	-2303918.507196	-4856678.392372	3421438.007917	0.169	0.580	0.242

Tabla 4.23: Coordenadas finales en un sistema cartesiano con su error medio cuadrático en centímetros para la tercera sub red, campaña 1

ID	X	Y
p2a2	649160.3402	3615889.9237
p2a4	652047.676	3613769.79

Tabla 4.24: Coordenadas finales en la proyección UTM zona 11 para la tercera sub red, campaña 1.

(sección 2.10.5), donde al aplicar la prueba estadística fundamental, aceptamos la hipótesis nula, la cual determina una vez más que las mediciones están libres de valores atípicos; los resultados son los siguientes:

$$\sigma_0^2 = \mu = \sqrt{\frac{V^T P V}{r}} = 2.42 \quad (4.17)$$

$$T = r \frac{0.55}{1} = 7.27 \quad (4.18)$$

Entonces:

$$\chi_{1-\alpha/2}(r) = \chi_{1-0.01/2}(3) \approx 0.0717 \quad (4.19)$$

$$\chi_{1-\alpha/2}(r) = \chi_{0.01/2}(3) \approx 12.8381 \quad (4.20)$$

El resultado de la prueba fundamental es el siguiente (condición 4.22):

$$X_{\frac{\alpha}{2}}^2 \leq T \leq X_{\frac{1-\alpha}{2}}^2 \quad (4.21)$$

$$0.0717 \leq 7.27 \leq 12.8381 \quad (4.22)$$

Sin embargo, existen errores aun que no es posible detectarlos mediante pruebas estadísticas, es por ello que se examina cada componente de cada vector involucrado en el proceso de evaluación para esta tercera red, esto se elaboró en base a la teoría expuesta en la sección 2.11.2; los resultados fueron expuestos en la tabla 4.25.

Componente	Qe_x	Qe_y	Qe_z	T_x	T_y	T_z	Valor crítico
p2a4-p2a2	0.00000004	0.00000030	0.000000091	0.76	1.15	1.99	4.54
p2a4-p500	0.000004872	0.000035	0.0000125	0.69	1.2	2.01	4.54
p500-p2a2	0.000008022	0.000015	0.0000077	1.01	0.31	1.49	4.54

Tabla 4.25: Análisis estadístico por componente para la tercera sub red, campaña 1

Con los resultados expuestos en la tabla 4.25, se cumple efectivamente que la tercera sub-red de la primer campaña está libre de errores o valores atípicos (outliers) al igual que la primera, ya que el valor crítico de 4.54 no es sobrepasado por ningún vector. Al igual que las demás sub redes también se sometió a realizar el análisis en base a Pope obteniendo los resultados expresados en la tabla 4.26.

Punto Base	Punto Móvil	TAO " τ "			E_i			R_i			Valor Crítico
P2A4	p2a2	0.00040882	0.00110658	0.00125283	0.00023896	-0.00098539	0.00093767	0.05816346	0.13499778	0.09536625	5,841
P2A4	P500	0.00121066	0.00366899	0.00424387	-0.00239608	0.01112775	-0.01108348	0.66686269	1.56602661	1.16119474	5,841
P500	p2a2	0.00180258	0.00079741	0.00316102	-0.00446496	0.00188686	-0.00647884	1.04453153	0.9532118	0.71518249	5,841

Tabla 4.26: Resultado de la prueba estadística en base a Pope para la Tercera sub red, campaña 1

En base a los resultados obtenidos en la tabla 4.26, se concluye que la sub red 3 también está libre de errores no aleatorios.

4.1.9. Confiabilidad externa e interna: 3ra sub red.

Para la tercera sub red, se analizó al igual que las anteriores su confiabilidad externa e interna. Para este caso encontramos que según los resultados y el procedimiento de Snow [50], fue posible gracias al uso de pruebas estadísticas somos capaces de encontrar errores de una décima de milímetro, las cuales en su confiabilidad externa no tuvieron un impacto significativo en las coordenadas finales de los vértices.

Punto Base	Punto Móvil	confiabilidad Interna		
P2A4	p2a2	-0.009845965900	0.004278317800	0.013563548000
P2A4	P500	-0.009845969600	0.004278319400	0.013563553100
P500	p2a2	-0.009845968800	0.004278319	0.013563552

Tabla 4.27: Confiabilidad interna en base a Snow [50], $\alpha = 0.01$, $\beta = 0.080$, $r_1 = 3$, $r_2 = 9$, $\lambda = 4$, tercera sub red, campaña 1

En base a la confiabilidad externa, podemos asegurar que los efectos de la confiabilidad interna no son significativos para el valor de las coordenadas finales, aunque estará presente el error, ya sea por precisión misma del equipo en conjunto con otros factores.

Punto base	Punto móvil	Confiabilidad Externa		
P2A4	p2a2	0.00000410880	0.00001787820	0.00001129130
P2A4	P500	0.00000683460	0.00000536700	0.00000006580
P500	p2a2	0.00002380380	0.00010624860	0.00004338620

Tabla 4.28: Confiabilidad externa en base a Snow [50] para la tercera sub red, campaña 1

Para la tercera sub red, encontramos que su consistencia fue alcanzada al aumentar el 2 % de la confiabilidad interna como error, lo cual representa un aumento en el orden de los milímetros. Lo valores iniciales de la confiabilidad interna se presentan en la tabla 4.29, por consiguiente en los resultados finales se encontró que a pesar de pasar la prueba global, también al analizar por componente falla al detectar y encontrar un valor atípico

(tabla 4.30).

Porcentaje	Confiabilidad	μ	Q_e	E_i	T	Valor crítico
1	-0.009845966	2.423602737	0.00000004	0.000238959	0.76747289	4.54
1	0.004278318	2.423602737	3.011E-07	-0.000985387	-1.15350786	4.54
1	0.013563548	2.423602737	0.000000091	0.000937674	1.99664404	4.54
1	-0.00984597	2.423602737	0.000004872	-0.002396078	-0.69729516	4.54
1	0.004278319	2.423602737	3.54319E-05	0.011127751	1.20082431	4.54
1	0.013563553	2.423602737	1.25409E-05	-0.011083484	-2.01039427	4.54
1	-0.009845969	2.423602737	8.0224E-06	-0.004464963	-1.01259305	4.54
1	0.004278319	2.423602737	1.52307E-05	0.001886862	0.31056289	4.54
1	0.013563552	2.423602737	7.7277E-06	-0.006478841	-1.49706792	4.54

Tabla 4.29: Valores iniciales para la confiabilidad interna para la tercera sub red, campaña 1.

Confiabilidad	Porcentaje	Confiabilidad	L	L2	μ	Q_e	E_i	T	Valor crítico
-0.009845966	2	-0.019691932	-2794.1368	-2794.156492	5.41935228	1.9906E-06	0.00091832	0.27959459	4.54
0.004278318	2	0.008556636	765.868	765.8765566	5.41935228	5.6886E-06	-0.00204128	-0.3676439	4.54
0.013563548	2	0.027127096	-791.0163	-790.9891729	5.41935228	2.8722E-06	7.9118E-05	0.02005354	4.54
-0.00984597	2	-0.019691939	2303918.505	2303918.485	5.41935228	6.2457E-06	-0.00979072	-1.68287173	4.54
0.004278319	2	0.008556639	4856678.404	4856678.412	5.41935228	1.3158E-05	0.01983968	2.3494314	4.54
0.013563553	2	0.027127106	-3421438.019	-3421437.992	5.41935228	8.0471E-06	-0.00062051	-0.09396226	4.54
-0.009845969	2	-0.019691938	-2306712.649	-2306712.668	5.41935228	1.3935E-06	-0.01608291	-5.85243855	4.54
0.004278319	2	0.008556638	-4855912.522	-4855912.513	5.41935228	3.6055E-07	0.00067568	0.48338085	4.54
0.013563552	2	0.027127104	3420646.984	3420647.011	5.41935228	2.9042E-07	0.00932674	7.43431236	4.54

Tabla 4.30: Valores finales para la consistencia de la confiabilidad interna para la tercera sub red, campaña 1.

4.1.10. Ajuste matemático: 4ta. red

En base a la siguiente red geodésica se obtienen sus matrices de diseño, pesos y de observación para poder realizar el ajuste por mínimos cuadrados, mismos que serán formadas con ayuda de los tablas 4.31 y 4.32. En ellos se expresan procesamiento de los vectores en coordenadas espaciales.

Punto base	Punto móvil	DX	DY	DZ
P5A7	p4a6	-1856.0987	2799.115	2714.0039
p3a4	p4a6	2655.3284	-3037.869	-2518.3509
P5A7	p3a4	-4511.4206	5836.9893	5232.3515
P500	p4a6	-4377.9322	-4410.7665	-9153.2278
P5A7	P500	2521.8341	7209.8807	11867.2229
P500	p3a4	-7033.2441	-1372.866	-6634.8824

Tabla 4.31: Valor de vectores para la cuarta sub red, campaña 1

Punto base	Punto móvil	SX	SY	SZ	DXY	DXZ	DYZ
P5A7	p4a6	1.9882410025E-006	0.000006204	3.0756390625E-006	6.159377E-009	-0.000611913	-2.703313408E-006
p3a4	p4a6	4.3516880449E-006	1.10614112569E-005	6.5690715204E-006	1.7782282E-008	-0.0008816921	-4.995174018E-006
P5A7	p3a4	7.5073260025E-006	2.57161566321E-005	0.000011315	4.6738501E-008	-0.0010190833	-1.0127465293E-005
P500	p4a6	1.97470918129E-005	6.13074906081E-005	3.72947161636E-005	2.12486688E-007	-0.0018000611	-2.8471594098E-005
P5A7	P500	2.16754493761E-005	6.84433563025E-005	3.19906753609E-005	2.17852089E-007	-0.0019081234	-2.9008865099E-005
P500	p3a4	1.17513211204E-005	3.94520915881E-005	2.44203000561E-005	1.06403069E-007	-0.0011812918	-1.86787639E-005

Tabla 4.32: Valor de vectores para la cuarta sub red, campaña 1

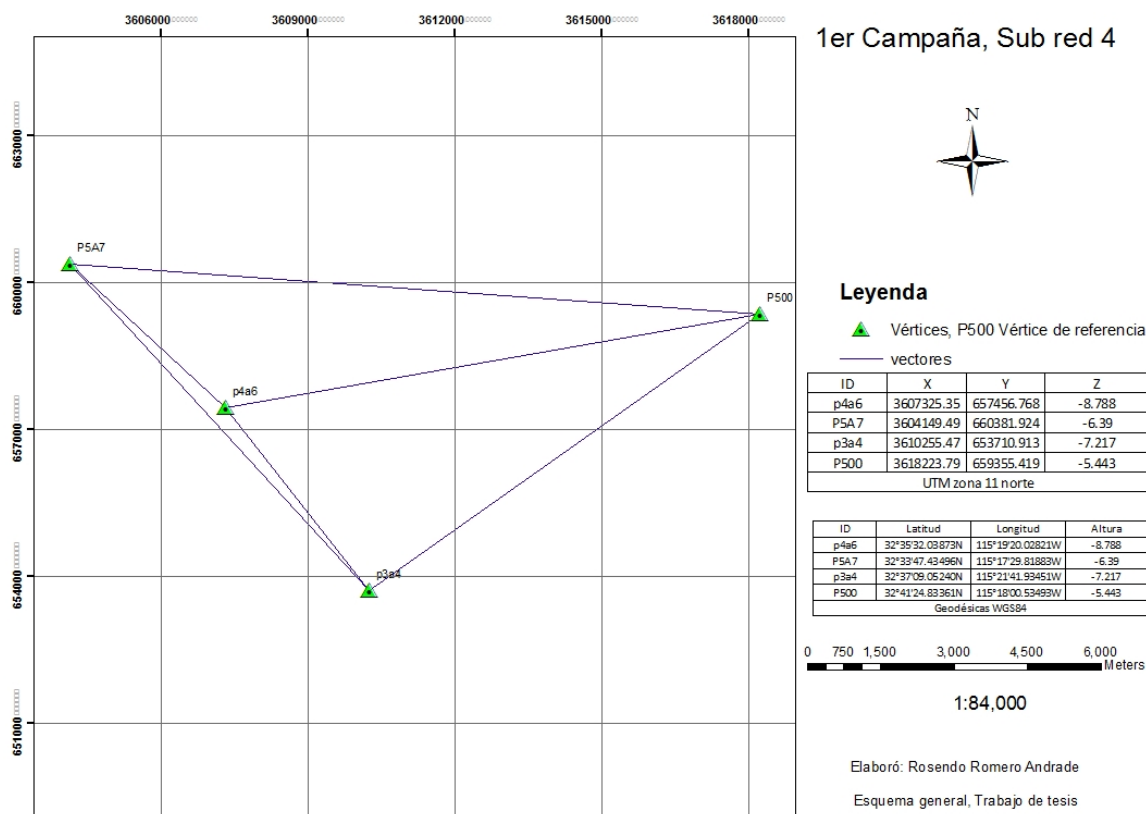


Figura 4.4: Mapa de la sub-red 4, de la primera época de medición

En base a la teoría expuesta en la sección 2.9, se obtiene la tabla 4.33, la cual especifica la estimación de los parámetros determinados. La varianza de referencia obtenida para el ajuste matemático es expuesta en la ecuación 4.23. Una vez calculada la varianza de referencia se calcularon los parámetros de la precisión y se obtuvieron las coordenadas finales en el sistema cartesiano como se presenta en la tabla 4.33.

$$\sigma_0^2 = \mu = \sqrt{\frac{V^T P V}{r}} = 1.128997 \quad (4.23)$$

ID	X	Y	Z	m_x	m_y	m_z
p4a6	-2300628.204815	-4862133.167703	3415940.474115	0.276	0.505	0.391
P5A7	-2298772.107629	-4864932.28373	3413226.471918	0.298	0.517	0.374
p3a4	-2303283.528392	-4859095.294564	3418458.824226	0.276	0.505	0.391

Tabla 4.33: Coordenadas finales en un sistema cartesiano con su error medio cuadrático en centímetros para la cuarta sub red, campaña 1

Por último, se muestran las coordenadas finales en la proyección UTM zona 11 para los vértices de la red geodésica en la tabla 4.34.

ID	X	Y
p4a6	657456.7674	3607325.357
p5a7	660381.925	3604149.4881
p3a4	653710.9152	3610255.4686

Tabla 4.34: Coordenadas Finales en la proyección UTM zona 11 para la cuarta sub red, campaña 1.

4.1.11. Análisis estadístico: 4ta red

Para realizar el análisis matemático para la cuarta sub-red de medición (sección 4.1.10), fue necesario aplicar la prueba global de la varianza de referencia (sección 2.10.5), don-

de al aplicar la prueba estadística fundamental, aceptamos la hipótesis alternativa, la cual determina que las mediciones están libres de valores atípicos; los resultados son los siguientes:

$$\sigma_0^2 = \mu = \sqrt{\frac{V^T PV}{r}} = 1.128 \quad (4.24)$$

$$T = r \frac{1.128}{1} = 10.16 \quad (4.25)$$

Entonces:

$$\chi_{1-\alpha/2}(r) = \chi_{1-0.01/2}(3) \approx 1.73 \quad (4.26)$$

$$\chi_{1-\alpha/2}(r) = \chi_{0.01/2}(3) \approx 23.5 \quad (4.27)$$

El resultado de la prueba fundamental es el siguiente (relación 4.29):

$$X^2_{\frac{\alpha}{2}} \leq T \leq X^2_{\frac{\alpha}{2}} \quad (4.28)$$

$$1.73 \leq 10.16 \leq 23.5 \quad (4.29)$$

Sin embargo, existen errores que no fueron posibles detectarlos mediante pruebas estadísticas, es por ello que se examina cada componente del vector involucrado en el proceso de evaluación para esta cuarta red y última de la campaña. Esto se elaboró en base a la teoría expuesta en la sección 2.11.2; los resultados son expuestos en la tabla 4.35.

Con los resultados expuestos en la tabla 4.35, se cumple efectivamente que la cuarta sub-red de la primer campaña, está libre de errores o valores atípicos (outliers) al igual que la tres anteriores. Al compararla con la prueba propuesta por Pope encontramos que

Componente	Qe_x	Qe_y	Qe_z	T_x	T_y	T_z	Valor crítico
p5a7-p4a6	0.0000024	0.00000111	0.000000188	0.919521787	0.91	3.69	3.81
p3a4-p4a6	0.00000147	0.00000358	0.00000205	3.74	2.06	0.51	3.81
p5a7-p3a4	0.0000041	0.000016	0.0000061	0.071	0.03	0.30	3.81
p500-p4a6	0.00001328	0.0000412	0.000025	1.39	1.87	0.015	3.81
p5a7-p500	0.00049	0.000047	0.0000205	0.18	1.50	1.49	3.81
p500-p3a4	0.000005	0.000019	0.000012	2.64	3.14	1.24	3.81

Tabla 4.35: Análisis estadístico por componente para la cuarta sub red, campaña 1

efectivamente sigue sin encontrarse algún error no aleatorio como se muestra en la tabla 4.36.

Punto Base	Punto móvil	TAO "r"			E_i			R_i			Valor crítico
P5A7	p4a6	3.1594491	0.00214645	1.50821429	-0.00151361	-0.00102678	0.0017025	-1.2344E-07	0.17952451	-9.9969E-07	3.25
p3a4	p4a6	1.49526407	0.00645765	0.20636101	0.00482267	0.00413962	-0.00078967	-8.1612E-06	0.32239349	-1.1488E-05	3.25
P5A7	p3a4	0.02707047	0.00014836	0.10699728	0.00016372	0.0001336	-0.00080783	-2.8696E-05	0.63628141	-4.4721E-05	3.25
P500	p4a6	0.48008946	0.01381061	0.00598509	-0.00538492	-0.01279666	8.4559E-05	-9.8703E-05	0.67356813	-0.0001566	3.25
P5A7	P500	0.44132942	0.01167089	0.57560749	0.00447131	0.01096988	-0.00718206	-8.053E-05	0.69312255	-0.00012214	3.25
P500	p3a4	0.70946083	0.01833191	0.39537838	0.00629241	0.01456372	-0.00462577	-6.1715E-05	0.49515787	-0.00010739	3.25

Tabla 4.36: Resultados de las pruebas estadísticas en base a Pope para la cuarta sub red, campaña 1

Como podemos observar en la tabla 4.36, encontramos valores cercanos al valor crítico; sin embargo, estos no sobrepasan el mismo.

4.1.12. Confiabilidad interna y externa: 4ta sub red.

Para la 4ta sub red; encontramos que los valores de los errores mínimos detectables son el orden de los milímetros (tabla 4.37). Sin embargo solo se presentan en algunos de los vectores, ya que para la mayoría es en el orden de décimas de milímetro.

La confiabilidad externa muestra que los efectos de los errores no detectados son pequeños como se muestran en la tabla 4.38; lo cual es un buen indicador que los errores que no son posibles detectar no tendrán un efecto significativo sobre las coordenadas finales para esta primera etapa.

Punto Base	Punto móvil	Confiabilidad Interna		
P5A7	p4a6	-0.000448456101	-0.000635305336	0.001677009389
p3a4	p4a6	-0.000446132332	-0.000632013368	0.001668319614
P5A7	p3a4	-0.00052191044	-0.000739364425	0.001951693169
P500	p4a6	-0.001141206594	-0.001616690322	0.004267561908
P5A7	P500	-0.001232230648	-0.001745639549	0.004607947941
P500	p3a4	-0.000999789125	-0.001416351265	0.003738728822

Tabla 4.37: Confiabilidad Interna en base a Snow [50], $\alpha = 0.01$, $\beta = 0.080$, $r_1 = 3$, $r_2 = 9$, $\lambda = 4$, cuarta sub red, campaña 1

Punto Base	Punto móvil	Confiabilidad Externa		
P5A7	p4a6	0.007069785	1.88133E-05	0.003842863
p3a4	p4a6	0.001757999	2.60001E-05	0.002236773
P5A7	p3a4	0.002236773	2.01508E-05	0.001411351
P500	p4a6	0.002953106	8.51272E-05	0.00442785
P5A7	P500	7.7074E-06	4.16329E-06	4.00389E-07
P500	p3a4	0.002097863	0.000110079	0.004969373

Tabla 4.38: Confiabilidad externa en base a Snow [50] para la cuarta sub red, campaña 1

Por otro lado, al evaluar los resultados de la confiabilidad (tabla 4.39), encontramos que los resultados para la misma son consistentes, ya que al aumentarle el 4 % porciento encontramos que efectivamente, es superado el nivel crítico en las pruebas por componentes. Sin embargo al igual que las demás sub redes, no falla en la prueba de la varianza de referencia global. Los resultados al evaluar la confiabilidad son expresados en la tabla 4.40, donde encontramos que al menos un componente presenta un valor atípico o outlier.

Porcentaje	Confiabilidad	μ	Q_e	E_i	T	Valor crítico
1	-0.000448456	1.12899697	0.0000024	0.00151361	0.919521787	3.81
1	-0.000635305	1.12899697	0.00000111	0.001026777	0.917208747	3.81
1	0.001677009	1.12899697	0.000000188	0.001702502	3.69540737	3.81
1	-0.000446132	1.12899697	0.00000147	0.004822671	3.743540841	3.81
1	-0.000632013	1.12899697	0.00000358	0.004139619	2.059076392	3.81
1	0.00166832	1.12899697	0.00000205	0.000789667	0.51906375	3.81
1	-0.00052191	1.12899697	0.0000041	0.000163719	0.076095765	3.81
1	-0.000739364	1.12899697	0.000016	0.000133604	0.031435034	3.81
1	0.001951693	1.12899697	0.0000061	0.000807831	0.307828748	3.81
1	-0.001141207	1.12899697	0.00001328	0.005384924	1.390702207	3.81
1	-0.00161669	1.12899697	0.0000412	0.012796657	1.876296803	3.81
1	0.004267562	1.12899697	0.000025	8.4559E-05	0.015916343	3.81
1	-0.001232231	1.12899697	0.00049	0.004471314	0.190103761	3.81
1	-0.00174564	1.12899697	0.000047	0.01096988	1.505936159	3.81
1	0.004607948	1.12899697	0.0000205	0.007182057	1.492882166	3.81
1	-0.000999789	1.12899697	0.000005	0.006292406	2.648410581	3.81
1	-0.001416351	1.12899697	0.000019	0.014563723	3.144482886	3.81
1	0.003738729	1.12899697	0.000012	0.004625774	1.256745673	3.81

Tabla 4.39: Valores Iniciales de la consistencia para la confiabilidad interna para la cuarta sub red, campaña 1.

Confiabilidad	Porcentaje	confiabilidad	L	L4	μ	Q_e	E_i	T	Valor crítico
-0.000448456	4	-0.001793824	-1856.0987	-1856.100494	1.020729855	0.0000024	-0.00021757	-0.13900612	3.81
-0.000635305	4	-0.002541221	2799.115	2799.112459	1.020729855	0.00000111	-0.00012557	-0.11796853	3.81
0.001677009	4	0.006708038	2714.0039	2714.010608	1.020729855	1.88E-07	-0.00280622	-6.40600368	3.81
-0.000446132	4	-0.001784529	2655.3284	2655.326615	1.020729855	0.00000147	0.00374569	3.95785785	3.81
-0.000632013	4	-0.002528053	-3037.869	-3037.871528	1.020729855	0.00000358	0.00295713	1.54694206	3.81
0.00166832	4	0.006673278	-2518.3509	-2518.344227	1.020729855	0.00000205	0.00310688	2.14779041	3.81
-0.00052191	4	-0.002087642	-4511.4206	-4511.422688	1.020729855	0.0000041	0.0004584	0.22407668	3.81
-0.000739364	4	-0.002957458	5836.9893	5836.986343	1.020729855	0.000016	-0.00072699	-0.17989318	3.81
0.001951693	4	0.007806773	5232.3515	5232.359307	1.020729855	0.0000061	-0.00144108	-0.57752235	3.81
-0.001141207	4	-0.004564826	-2300628.21	-2300628.215	1.020729855	0.00001328	-0.00706007	-1.91758373	3.81
-0.00161669	4	-0.006466761	-4862133.18	-4862133.187	1.020729855	0.0000412	-0.01515179	-2.33646781	3.81
0.004267562	4	0.017070248	3415940.474	3415940.491	1.020729855	0.000025	0.00644153	1.27515612	3.81
-0.001232231	4	-0.004928923	2298772.112	2298772.107	1.020729855	0.00049	-0.00025743	-0.01151064	3.81
-0.00174564	4	-0.006982558	4864932.295	4864932.288	1.020729855	0.000047	0.00331812	0.47905745	3.81
0.004607948	4	0.018431792	-3413226.479	-3413226.461	1.020729855	0.0000205	0.01074626	2.34922644	3.81
-0.000999789	4	-0.003999157	-2303283.522	-2303283.526	1.020729855	0.000005	0.0044754	1.98103111	3.81
-0.001416351	4	-0.005665405	-4859095.28	-4859095.286	1.020729855	0.000019	0.01166437	2.64867813	3.81
0.003738729	4	0.014954915	3418458.82	3418458.835	1.020729855	0.000012	0.00239259	0.68363287	3.81

Tabla 4.40: Valores finales para la consistencia de la confiabilidad interna para la cuarta sub red, campaña 1.

4.2. Segunda época de medición

En esta segunda época se analizaron dos sub redes, esto fue del 28 de marzo al 04 de abril del 2013; a diferencia de la primera etapa que incluyó de cuatro sub redes. Los resultados al igual que los de la primera época de medición son expuestos en análisis individuales.

4.2.1. Ajuste matemático: 1ra. red

En base a esta red geodésica (figura 4.5) se obtienen sus matrices de diseño, pesos y de observación para poder realizar el ajuste por mínimos cuadrados; en la tabla 4.41 y 4.42, se expresan los resultados del procesamiento de los vectores en coordenadas espaciales.

Punto base	Punto móvil	DX	DY	DZ
P2A1	P500	11579.0286	-2109.9442	4774.4819
P3A1	P500	11725.1666	414.4185	8435.0799
P2A1	P3A1	-146.1425	-2524.3448	-3660.5971

Tabla 4.41: Valor de vectores para la primera sub red, campaña 2

Punto base	Punto móvil	SX	SY	SZ	DXY	DXZ	DYZ
P2A1	P500	1.60666292224E-005	5.96407131076E-005	0.000028782	1.66071254E-007	-0.0017119167	-2.6460184694E-005
P3A1	P500	2.86251750625E-005	0.00007204	3.08332546729E-005	2.52156576E-007	-0.0022527524	-2.7321860594E-005
P2A1	P3A1	3.6632428816E-006	1.02516513124E-005	5.0852956036E-006	1.38193E-008	-0.0007336061	-3.794077586E-006

Tabla 4.42: Valor de vectores para la primera sub red, campaña 2

2da Campaña, Sub red 1

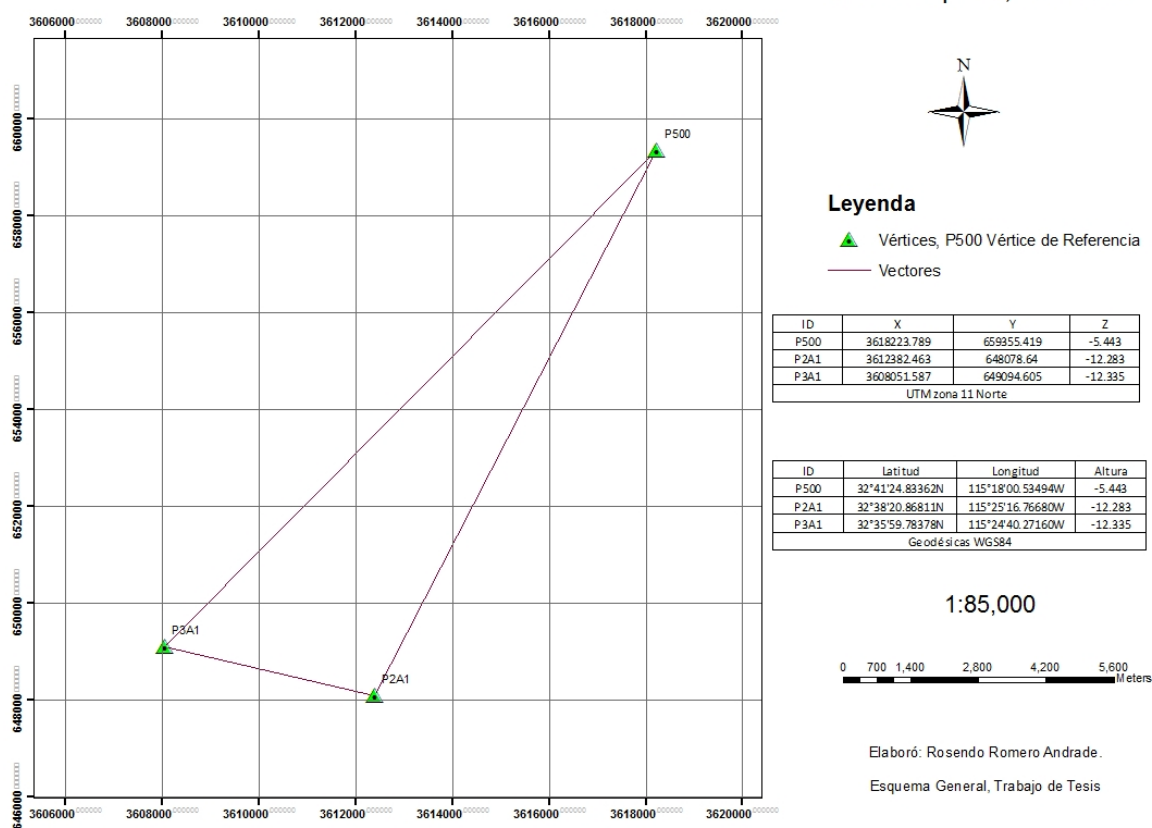


Figura 4.5: Mapa de la primera sub red, campaña 2

En base a la teoría expuesta en la sección 2.9, se obtiene el tabla 4.43, la cual especifica la estimación de los parámetros determinados. La varianza de referencia obtenida para el ajuste matemático es expuesta en la ecuación 4.30.

$$\sigma_0^2 = \mu = \sqrt{\frac{V^T P V}{r}} = 0.870464 \quad (4.30)$$

Por último las coordenadas en la proyección UTM zona 11 se muestran en la tabla 4.44.

ID	X	Y	Z	m_x	m_y	m_z
P2a1	-2307829.304964	-4855612.47732	3420319.220461	0.289	0.515	0.348
p3a1	-2307975.446761	-4858136.823413	3416658.622567	0.1	0.305	0.13927424

Tabla 4.43: Coordenadas finales en un sistema cartesiano con su error medio cuadrático en centímetros para la primera sub red, campaña 2

ID	X	Y
p2a1	648078.6404	3612382.4639
p3a1	649094.6049	3608051.5879

Tabla 4.44: Coordenadas finales en la proyección UTM zona 11 para la primera sub red, campaña 2.

4.2.2. Análisis estadístico: 1ra red, segunda época

Posteriormente se realizó el ajuste por mínimos cuadrados para la primera sub-red de la segunda época de medición (sección 4.1.10), para esto fue necesario aplicar la prueba global de la varianza de referencia (sección 2.10.5), donde al aplicar la prueba estadística fundamental, aceptamos la hipótesis alternativa, la cual determinó que las mediciones están libres de valores atípicos; arrojando los resultados son los siguientes:

$$\sigma_0^2 = \mu = \sqrt{\frac{V^T PV}{r}} = 0.8704 \quad (4.31)$$

$$T = r \frac{1.128}{1} = 2.611 \quad (4.32)$$

Entonces:

$$\chi_{1-\alpha/2}(r) = \chi_{1-0.01/2}(3) \approx 0.0717 \quad (4.33)$$

$$\chi_{1-\alpha/2}(r) = \chi_{0.01/2}(3) \approx 12.8381 \quad (4.34)$$

El resultado de la prueba fundamental es el siguiente:

$$X^2_{\alpha} \leq T \leq X^2_{\alpha} \quad (4.35)$$

$$1-\frac{2}{2} \quad \frac{2}{2}$$

$$.0717 \leq 2.611 \leq 12.8381 \quad (4.36)$$

Al existir errores que no son detectados mediante la prueba global, fue necesario someter a análisis cada componente involucrado en el proceso de evaluación. Los resultados son expuestos en la tabla 4.45.

$$T_j = \frac{e_j}{\sqrt{\hat{\sigma}_2^0(Qe)_{jj}}} \quad (4.37)$$

Componente	Qe_x	Qe_y	Qe_z	T_x	T_y	T_z	Valor crítico
p2a1-p500	0.00000528	0.000025	0.000013	0.76	1.61	0.109	4.54
p3a1-p500	0.000016	0.000037	0.000014	-0.5732167	1.61	0.13	4.54
p2a1-p3a1	0.000000035	0.00000074	0.0000002	4.02	1.61	1.89	4.54

Tabla 4.45: Análisis estadístico por componente para la primera sub red, campaña 2

Con los resultados expuestos en la tabla 4.45, se cumple con los requerimientos necesarios para aceptar la hipótesis nula, la cual permite discernir que la primera sub-red de la segunda época campaña está libre de outliers. Para esta segunda época de medición se llevó a cabo el mismo procedimiento de analizar los componentes bajo la teoría de Pope, obteniendo los resultados que se muestran en la tabla 4.46.

Punto base	Punto móvil	TAO "r"			E_i			R_i			Valor crítico
2pa1	p3a1	0.33885314	0.01332617	0.04983508	0.00163589	-0.00751954	0.00036051	-3.076E-05	0.42021376	-6.9066E-05	5,841
2pa1	P500	0.30587369	0.014653	0.05897766	-0.00216139	0.00908718	0.00046741	0.50757876	-6.5899E-05	-8.2895E-05	5,841
P500	p3a1	1.64997066	0.00552819	0.77931159	-0.00070271	0.00129328	0.0007931	2.3939E-07	0.07222967	-1.3669E-06	5,841

Tabla 4.46: Resultado de la prueba estadística en base a Pope para la primera sub red, campaña 2

Se aprecia la tabla 4.46, que existe concordancia con el resultado de la prueba de fundamental de la varianza de referencia, al encontrarse libre de valores atípicos.

4.2.3. Confiabilidad interna y externa: primera sub red.

La segunda etapa de medición se realizó en forma similar a la primera en cuanto a pruebas estadísticas y análisis de confiabilidad. Para esta red se encontró que su geometría permite detectar errores por el orden de milímetros. Sin embargo, al realizar los dos tipos de análisis (confiabilidad interna y externa), se nota que los errores mínimos detectables son de orden de cinco milímetros, lo cual indujo a pensar que afectaría los resultados finales al momento de realizar el análisis de deformación. Al ver el resultado del análisis de la confiabilidad externa (tabla 4.48), notamos que al ser un error mínimo detectable de alrededor de cinco milímetros, el efecto que tendrá será insignificante en el impacto de las coordenadas finales.

Punto base	Punto móvil	Confiabilidad interna		
P2A1	P500	-0.00546356464368857	0.00237405513583224	0.00752646535821093
P3A1	P500	-0.00546356464368857	0.00237405513583224	0.00752646535821093
P2A1	P3A1	-0.00546356464368854	0.00237405513583223	0.00752646535821088

Tabla 4.47: Confiabilidad interna en base a Snow [50], $\alpha = 0.01$, $\beta = 0.080$, $r_1 = 3$, $r_2 = 3$, $\lambda = 4$, primera sub red, campaña 2

Punto base	Punto Móvil	Confiabilidad externa		
P2A1	P500	5.43577E-06	6.97645E-08	4.45143E-06
P3A1	P500	8.71017E-06	1.51873E-05	-0.006855469
P2A1	P3A1	1.84941E-05	7.52962E-05	0.008110993

Tabla 4.48: Confiabilidad externa de la primera sub red en base a Snow [50]

Al igual que en la primer campaña se analizó la consistencia para esta segunda campaña primera subred, encontrando que efectivamente, los cálculos realizados para la con-

fiabilidad interna son correctos. En la tabla 4.49, se muestra el resultado de la confiabilidad interna, consecuentemente en la tabla 4.50, se muestra el resultado de aumentar el 2 % de error conforme a la confiabilidad interna, lo cual presenta el mismo caso que las redes iniciales. Es decir, se encuentra pasa la prueba global de la varianza de referencia, sin embargo, al agregar los valores de la confiabilidad interna como errores en los vectores, sigue acreditando la prueba global y falla en el análisis por componente de Bardaa.

Porcentaje	confiabilidad	μ	Q_e	E_i	T	Valor crítico
1	-0.00546356	0.870465	5.28851E-06	0.00163589	0.76245217	4.54
1	0.00237406	0.870465	2.50613E-05	-0.00751954	-1.60995526	4.54
1	0.00752647	0.870465	1.25963E-05	0.00036051	0.10887368	4.54
1	-0.00546356	0.870465	1.63335E-05	-0.00216139	-0.5732167	4.54
1	0.00237406	0.870465	3.6565E-05	0.00908718	1.61072213	4.54
1	0.00752647	0.870465	1.46937E-05	0.00046741	0.13069537	4.54
1	-0.00546356	0.870465	3.49969E-08	-0.00070271	-4.02612733	4.54
1	0.00237406	0.870465	7.4047E-07	0.00129328	1.61087664	4.54
1	0.00752647	0.870465	2.00805E-07	0.0007931	1.89698389	4.54

Tabla 4.49: Valor de la consistencia inicial de la primera sub red.

Confiabilidad	porcentaje	confiabilidad	L	L_2	μ	Q_e	E_i	T	Valor crítico
-0.00546356	2	-0.01092713	-146.153578	-146.164505	0.35109032	5.2885E-06	0.00626362	4.5967318	4.54
0.00237406	2	0.00474811	-2524.44298	-2524.43823	0.35109032	2.5061E-05	0.00245834	0.82876479	4.54
0.00752647	2	0.01505293	-3660.51292	-3660.49786	0.35109032	1.2596E-05	-0.00764588	-3.63577681	4.54
-0.00546356	2	-0.01092713	2307829.77	2307829.755	0.35109032	1.6333E-05	-0.00827216	-3.45437815	4.54
0.00237406	2	0.00474811	4855613.39	4855613.392	0.35109032	3.6565E-05	-0.00295284	-0.82413328	4.54
0.00752647	2	0.01505293	-3420319.85	-3420319.83	0.35109032	1.4694E-05	0.00973898	4.28783857	4.54
-0.00546356	2	-0.01092713	-2307975.93	-2307975.94	0.35109032	3.4997E-08	-0.00266965	-24.0840954	4.54
0.00237406	2	0.00474811	-4858137.84	-4858137.84	0.35109032	7.4047E-07	-0.00041978	-0.82330021	4.54
0.00752647	2	0.01505293	3416659.34	3416659.356	0.35109032	2.0081E-07	0.00295145	11.115735	4.54

Tabla 4.50: Valores finales para la consistencia de la confiabilidad interna de la primera sub red.

4.2.4. Ajuste matemático: 2da. red

En base a esta red geodésica (figura 4.6) se obtienen sus matrices de diseño, pesos y de observación para poder realizar el ajuste por mínimos cuadrados; en tabla 4.51 y 4.52, se expresan los resultados del procesamiento de los vectores en coordenadas espaciales.

Punto base	Punto móvil	DX	DY	DZ
P2A6	P3A5	-571.6337	-1939.37	-3121.4504
P3A4	P3A5	1426.4524	-172.4618	709.5188
P3A4	P500	7032.7309	1371.785	6635.6301
P2A6	P500	5034.643	-395.1292	2804.6531
P2A4	P3A4	635.4836	-2415.8039	-2979.9471
P2A4	P2A6	2633.5903	-648.8726	851.0223
P2A4	P500	7668.2261	-1044.0086	3655.6801

Tabla 4.51: Valor de Vectores para la segunda sub red, campaña 2

Punto base	Punto móvil	SX	SY	SZ	DXY	DXZ	DYZ
P2A6	P3A5	1.146905956E-005	1.49217646369E-005	1.52224045281E-005	0.000000051	-0.0016553496	-1.1041677037E-005
P3A4	P3A5	0.000000086	2.9775573136E-006	8.217241201E-007	1.450551E-009	-0.0004439586	-0.000001016
P3A4	P500	7.1503829604E-006	3.37856212516E-005	4.01011895025E-005	9.8425987E-008	-0.0009762444	-2.7983567969E-005
P2A6	P500	1.32883579024E-005	2.10150730084E-005	1.20040767961E-005	5.7898409E-008	-0.0011778385	-7.071103157E-006
P2A4	P3A4	8.618708569E-007	4.5644186025E-006	4.5000833956E-006	4.207513E-009	-0.0003528	-3.172476719E-006
P2A4	P2A6	3.8828308401E-006	6.2727707025E-006	3.1410827361E-006	8.746684E-009	-0.0006341532	-1.911313547E-006
P2A4	P500	0.000007338	1.97956475929E-005	1.05796019169E-005	3.9202129E-008	-0.0008991923	-7.350588276E-006

Tabla 4.52: Valor de Vectores para la segunda sub red, campaña 2

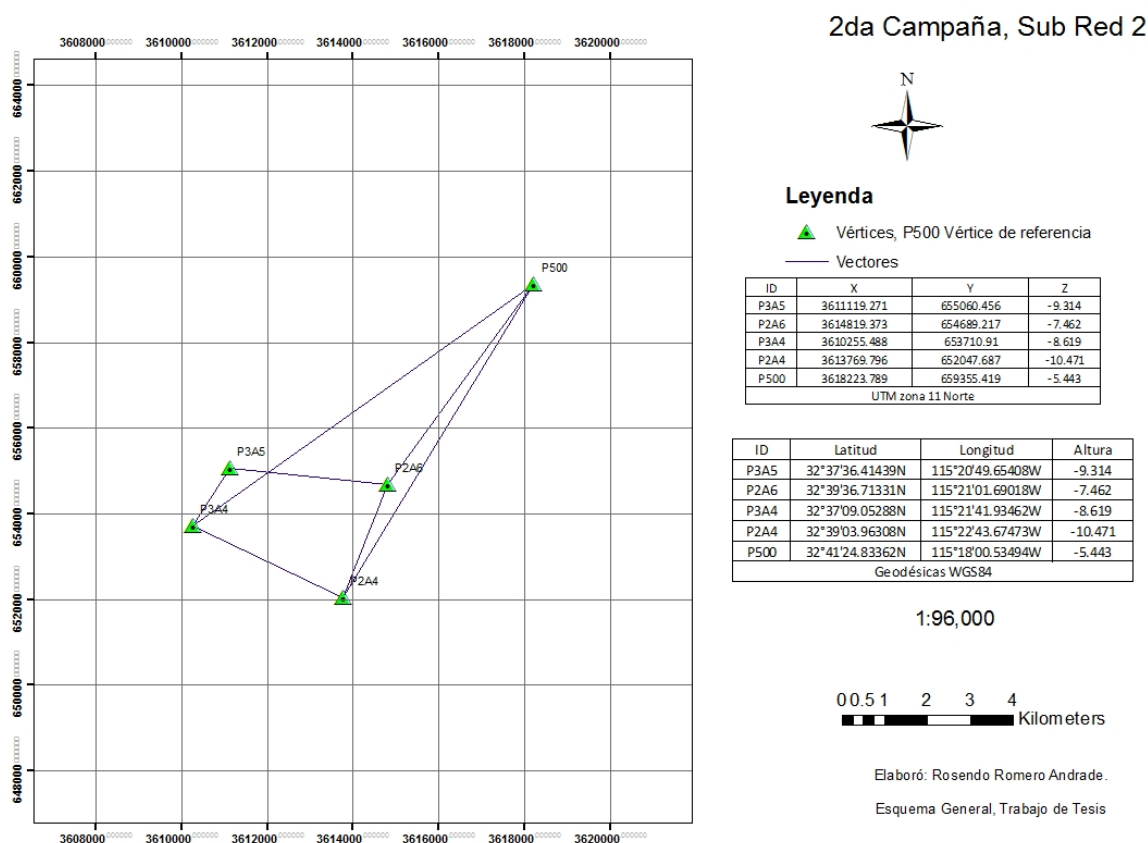


Figura 4.6: Mapa de la Sub-red 2, de la segunda época de medición

En base a la teoría expuesta en la sección 2.9, se obtiene el tabla 4.53, en la cual se especifica la estimación de los parámetros determinados. La varianza de referencia obtenida para el ajuste matemático es expuesta en la ecuación 4.38.

$$\sigma_0^2 = \mu = \sqrt{\frac{V^T P V}{r}} = 1.475815 \quad (4.38)$$

ID	X	Y	Z	m_x	m_y	m_z
P3a5	-2301856.5596774	-4859266.6638118	3419167.59589926	0.295	0.5115	0.442
P2A6	-2301284.9171186	-4857327.28252481	3422289.04590257	0.66	0.15	0.108
P3A4	-2303283.0144548	-4859094.20425774	3418458.07572434	.374	0.24	0.014
P2A4	-2303918.50194926	-4856678.40451614	3421438.02380992	.857	.140	.826

Tabla 4.53: Coordenadas finales en un sistema cartesiano con su error medio cuadrático en Centímetros

Por último las coordenadas en la proyección UTM zona 11 se muestran en la tabla 4.54.

ID	X	Y
p2a6	654689.215	3614819.375
p3a534	655060.4833	3611119.3002
p2a4	652047.7041	3613769.8145
p3a4	653710.9218	3610255.518

Tabla 4.54: Coordenadas finales en la proyección UTM zona 11 para la segunda sub red, campaña 2.

4.2.5. Análisis estadístico: 2da red, segunda época

Para realizar el ajuste por mínimos cuadrados en la segunda sub-red de la segunda época de medición (sección 4.2.4), fue necesario aplicar la prueba global de la varianza de referencia (sección 2.10.5), donde al aplicar la prueba estadística fundamental, se aceptó la

hipótesis alternativa, como resultado de la varianza de referencia obtenida por medio del ajuste matemático (ecuación 4.39), la cual determinó que las mediciones están libres de valores atípicos; los resultados son los siguientes:

$$\sigma_0^2 = \mu = \sqrt{\frac{V^T PV}{r}} = 1.475 \quad (4.39)$$

$$T = r \frac{1.128}{1} = 13.28 \quad (4.40)$$

Entonces:

$$\chi_{1-\alpha/2}(r) = \chi_{1-0.01/2}(3) \approx 1.73 \quad (4.41)$$

$$\chi_{\alpha/2}(r) = \chi_{0.01/2}(3) \approx 23.58 \quad (4.42)$$

El resultado de la prueba fundamental es el siguiente:

$$1.73 \leq 13.28 \leq 23.58 \quad (4.43)$$

Al realizar la prueba global y al encontrar que la varianza de referencia es representativa de los datos, fue necesario aplicar pruebas para analizar cada uno de los componentes. En base a esto, se muestran los siguientes resultados

Con los resultados expuestos en la tabla 4.55 da hincapié a aceptar la hipótesis nula, ya que nuevamente el valor crítico no es alcanzado, sin embargo encontramos valores altos en los estadísticos. Estos pudieron ser escalados en base al valor más alto para minimizar la discrepancias de los estadísticos, sin embargo se optó por no modificarlos ya que no representan problema alguno para la prueba. Por último el análisis de los componentes en base a la teoría expuesta por Pope se presentan en la tabla 4.56.

Componente	Qe_x	Qe_y	Qe_z	T_x	T_y	T_z	Valor crítico
P2a6-p3a5	0.0000077	0.0000082	0.0000097	2.62	1.026	-0.104	2.82
p3a4-p3a5	.00000015	0.00000033	0.00000024	-1.597	-1.017	-2.31	2.82
p3a4-p500	0.0000039	0.0000023	0.0000031	-2.315	-0.902	0.565	2.82
p2a6-p500	0.0000084	0.0000011	0.0000058	1.102	0.56	-1.02	2.82
p2a4-p3a4	0.000000087	0.000000098	0.000000059	-1.08	-2.43	0.33	2.82
p2a4-p2a6	0.0000001	0.00000019	0.00000004	1.423	1.29	0.269	2.82
p2a4-p500	0.0000041	0.0000011	.0000042	0.87	0.219	0.76	2.82

Tabla 4.55: Análisis estadístico por componente para la segunda sub red, campaña 2

Punto base	punto móvil	TAO "τ"			E_i			R_i			Valor crítico
P2A6	P3A5	1.34089334	3.54324822	0.00139468	0.00885881	0.01128699	-0.00039669	-2.004E-05	0.55554938	-4.0995E-05	4.781
P3A4	P3A5	5.0024E-06	0.00457072	0.90805284	-0.00237739	-0.00224593	-0.00137492	3.5997E-07	0.11085622	1.0526E-06	4.781
P3A4	P500	0.45106443	0.00424483	0.17072402	-0.0055548	-0.00525774	0.00382434	-6.963E-05	0.70439048	-0.00023039	4.781
P2A6	P500	0.34102375	0.00207811	0.27164806	0.0038814	0.00227519	-0.00299743	-5.9476E-05	0.05503462	-5.5901E-05	4.781
P2A4	P3A4	2.07291422	0.00606313	0.27780327	-0.00389447	-0.0041584	0.00098557	1.6206E-06	0.21597113	-5.7788E-06	4.781
P2A4	P2A6	1.35347252	0.00661226	0.06595668	0.00546933	0.00540867	0.00020735	-7.4973E-06	0.30719708	-4.5376E-06	4.781
P2A4	P500	0.23059965	0.0008034	0.20831469	0.00215074	0.00088386	0.00190992	-3.9939E-05	0.55569884	-3.8595E-05	4.781

Tabla 4.56: Resultado de la prueba estadística en base a la teoría de Pope para la segunda sub red, campaña 2

En esta última red notamos que efectivamente concuerda con el primer análisis de Bardaa, y no contiene valores atípicos.

4.2.6. Confiabilidad interna y externa: segunda sub red.

Para la última sub red de la segunda etapa, los resultados muestran que al menos para dos vectores en su componente en "x", encontramos que los errores mínimos detectables son en el orden de los milímetros; sin embargo, notamos que en un componente sólo el efecto máximo será en el orden del milímetro, despreciando los demás errores ya que no son significativos al ser demasiado pequeños en magnitudes no medibles por instrumentos de medición.

Por ultimo el análisis de la última sub-red es evaluado, en la tabla 4.59 se encuentran los valores iniciales para la confiabilidad inicial. En esta red, encontramos que los valores de los vectores, aumentan considerablemente a tal grado que siguen acreditando la prueba

Punto base	Punto móvil	Confiabilidad interna		
P2A6	P3A5	-0.0043024442163	0.0018695193440	0.059269358855
P3A4	P3A5	-0.0043024439247	0.0018695192172	0.059269354838
P3A4	P500	-0.0014049158121	0.006104709684	0.019353756898
P2A6	P500	-0.008638282592	0.003753549283	0.011899874702
P2A4	P3A4	-0.0039293287483	0.017073913651	0.054129416661
P2A4	P2A6	-0.0036959969109	0.016060028609	0.050915097612
P2A4	P500	-0.002685842639	0.001167065630	0.003699947360

Tabla 4.57: Confiabilidad interna en base a Snow [50], $\alpha = 0.01$, $\beta = 0.080$, $r_1 = 3$, $r_2 = 9$, $\lambda = 4$, de la segunda sub red

Punto base	Punto móvil	Confiabilidad externa		
P2A6	P3A5	0.001734644031	0.000001880134	0.001609648329
P3A4	P3A5	0.002722802482	0.000003497595	0.001521483642
P3A4	P500	0.000004341928	0.000000058757	0.000001724848
P2A6	P500	0.000007284460	0.000006443118	-0.001869881059
P2A4	P3A4	0.000557747098	0.000010825223	0.002088882138
P2A4	P2A6	0.000003368363	0.000002128710	0.001548604309
P2A4	P500	0.000006120695	0.000006124364	0.000001662582

Tabla 4.58: Confiabilidad externa en base a Snow [50] para la segunda sub red, campaña 2

global de varianza de referencia, pero en algunos vectores falla al sobrepasar considerablemente el valor crítico (tabla 4.60).

Porcentaje	confiabilidad	μ	Q_c	E_i	T	Valor crítico
1	0.001734644	1.47581509	0.0000077	0.00885881	2.62793097	2.82
1	1.88013E-06	1.47581509	0.000082	0.01128699	1.02601895	2.82
1	0.001609648	1.47581509	0.0000097	-0.00039669	-0.10484587	2.82
1	0.002722802	1.47581509	0.0000015	-0.00237739	-1.59786085	2.82
1	3.4976E-06	1.47581509	0.0000033	-0.00224593	-1.01771003	2.82
1	0.001521484	1.47581509	0.00000024	-0.00137492	-2.31022561	2.82
1	4.34193E-06	1.47581509	0.0000039	-0.0055548	-2.31536688	2.82
1	5.8757E-08	1.47581509	0.000023	-0.00525774	-0.90244113	2.82
1	1.72485E-06	1.47581509	0.000031	0.00382434	0.56540569	2.82
1	7.28446E-06	1.47581509	0.0000084	0.0038814	1.10238463	2.82
1	6.44312E-06	1.47581509	0.000011	0.00227519	0.56468414	2.82
1	-0.001869881	1.47581509	0.0000058	-0.00299743	-1.02451744	2.82
1	0.000557747	1.47581509	0.00000087	-0.00038945	-1.08685727	2.82
1	1.08252E-05	1.47581509	0.00000198	-0.0041584	-2.43264206	2.82
1	0.002088882	1.47581509	0.0000059	0.00098557	0.3340006	2.82
1	3.36836E-06	1.47581509	0.00001	0.00546933	1.42369985	2.82
1	2.12871E-06	1.47581509	0.0000119	0.00540867	1.29062722	2.82
1	0.001548604	1.47581509	0.0000004	0.00020735	0.26987252	2.82
1	6.1207E-06	1.47581509	0.0000041	0.00215074	0.874338	2.82
1	6.12436E-06	1.47581509	0.000011	0.00088386	0.2193666	2.82
1	1.66258E-06	1.47581509	0.0000042	0.00190992	0.76713913	2.82

Tabla 4.59: Valor de la consistencia inicial para la segunda sub red, campaña 2.

4.3. Análisis de deformación

Como parte final de este estudio, se realiza un análisis de deformación. El cual consiste en identificar como es que se ha deformado los vértices de la red geodésica; y que tanto se han deformado. Esto eventualmente se establece en una diferencia de coordenadas en dos momentos “T1” (línea blanca punteada) y “T2” (línea roja continua) (figura 4.7) , donde la representación se realizó de una manera gráfica (figura 4.7) en conjunto con una tabla 4.61. En dicha tabla, al comparar las coordenadas se encuentra que las deformaciones son consistentes con el movimiento regional de la Placa Norte-americana (figura 1) donde se sitúa el vértice de referencia P500, lo cual indica que las diferencias encontradas son

Confiabilidad	Porcentaje	Confiabilidad	L	L_2	μ	Q_e	E_i	T	Valor crítico
0.00173464	2	0.003469288	-571.6337	-571.630231	1.47790929	0.0000077	0.00721199	2.13789279	2.82
1.8801E-06	2	3.76027E-06	-1939.37	-1939.37	1.47790929	0.000082	0.01127367	1.02408126	2.82
0.00160965	2	0.003219297	-3121.4504	-3121.44718	1.47790929	0.0000097	-7.8003E-05	-0.0206015	2.82
0.0027228	2	0.005445605	1426.4524	1426.457846	1.47790929	0.0000015	-0.00193613	-1.30036183	2.82
3.4976E-06	2	6.99519E-06	-172.4618	-172.461793	1.47790929	0.0000033	-0.00224446	-1.0163203	2.82
0.00152148	2	0.003042967	709.5188	709.521843	1.47790929	0.00000024	-0.00145684	-2.44614808	2.82
4.3419E-06	2	8.68386E-06	2303283.01	2303283.009	1.47790929	0.0000039	-0.00527811	-2.19847843	2.82
5.8757E-08	2	1.17514E-07	4859094.2	4859094.199	1.47790929	0.000023	-0.005255	-0.90133269	2.82
1.7248E-06	2	3.4497E-06	-3418458.07	-3418458.07	1.47790929	0.000031	0.00609864	0.90100764	2.82
7.2845E-06	2	1.45689E-05	2301284.92	2301284.921	1.47790929	0.0000084	0.00405221	1.15008113	2.82
6.4431E-06	2	1.28862E-05	4857327.28	4857327.285	1.47790929	0.000011	0.00227913	0.56525983	2.82
-0.00186988	2	-0.003739762	-3422289.05	-3422289.05	1.47790929	0.0000058	-0.00424206	-1.44890146	2.82
0.00055775	2	0.001115494	635.4836	635.4847155	1.47790929	8.7E-08	-0.00343975	-9.59276746	2.82
1.0825E-05	2	2.16504E-05	-2415.8039	-2415.80388	1.47790929	0.00000198	-0.00415433	-2.82853386	2.82
0.00208888	2	0.004177764	-2979.9471	-2979.94292	1.47790929	0.0000059	0.00174006	0.58926969	2.82
3.3684E-06	2	6.73673E-06	2633.5903	2633.590307	1.47790929	0.00001	0.00492705	1.28163221	2.82
2.1287E-06	2	4.25742E-06	-648.8726	-648.872596	1.47790929	0.0000119	0.00540692	1.28929573	2.82
0.0015486	2	0.003097209	851.0223	851.0253972	1.47790929	0.0000004	-0.00034301	-0.44611604	2.82
6.1207E-06	2	1.22414E-05	2303918.5	2303918.504	1.47790929	0.0000041	0.0017702	0.71912843	2.82
6.1244E-06	2	1.22487E-05	4856678.41	4856678.405	1.47790929	0.000011	0.00088115	0.21853965	2.82
1.6626E-06	2	3.32516E-06	-3421438.02	-3421438.02	1.47790929	0.0000042	0.00076081	0.30537222	2.82

Tabla 4.60: Valores finales para la consistencia de la confiabilidad interna para la segunda sub red, campaña 2

correctas y se descarta algún tipo de error sistemático, atípico o garrafal puesto que han pasado las pruebas estadísticas.

ID	Primera época		ID	Segunda época		Diferencia de coordenadas	
	x	y		x	y	x	y
2pa1	648078.614	3612382.44	p2a1	648078.64	3612382.5	-2.64	0.058
p3a1	649094.61	3608051.59	p3a1	649094.605	3608051.6	0.51	5.10E-05
p2a6	654689.212	3614819.37	p2a6	654689.215	3614819.4	-0.32	0.000352
p3a5e	655060.463	3611119.27	p3a534	655060.483	3611119.3	-2.02	0.07
p2a4	652047.676	3613769.79	p2a4	652047.704	3613769.8	-2.81	0.07
p3a4	653710.915	3610255.47	p3a4	653710.922	3610255.5	-0.66	0.033

Tabla 4.61: Diferencia de coordenadas de primer y segunda campaña en UTM zona 11, en centímetros

Como se puede observar en la figura 4.7, las direcciones de los vectores de deformación corresponden al movimiento buscado; es decir, se esperaba que los dos perfiles se deformaran en forma de “S” como se presentó en la figura de referencia (figura 1.4). Este tipo de movimiento de deformación que presenta la Falla Imperial (un movimiento hori-

zontal), permite que la red geodésica proyectada en perfiles perpendiculares a la falla y paralelos entre sí muestren, dada las características de la zona de estudio, poder percibir y describir el movimiento de deformación característico con otro tipo de redes que solo se basan en cubrir una zona en específico.

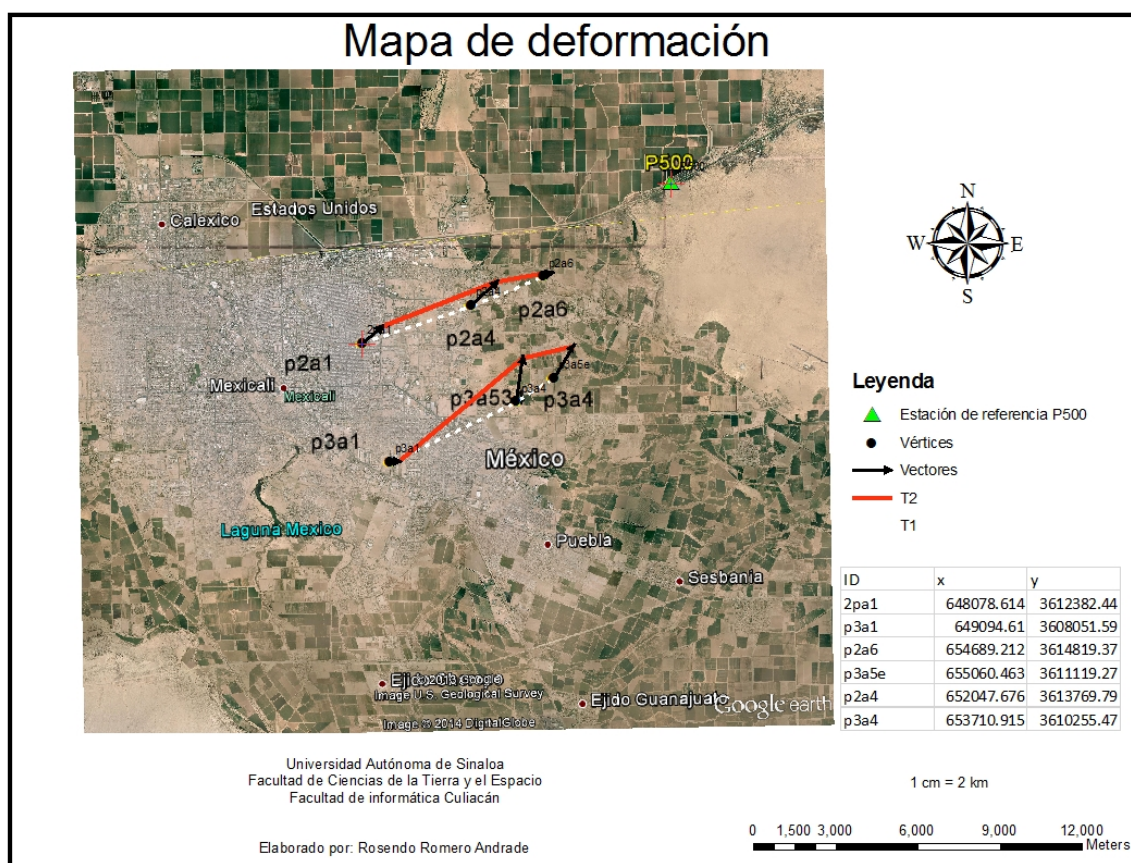


Figura 4.7: Imagen satelital que muestra los vectores de deformaciones horizontales y cambios producidos entre el 2012 y 2013 de las zonas limítrofes a la Falla geológica activa Imperial

En la figura 4.7, observamos que a medida que se aleja del centro la deformación se vuelve menor. Esto se debe a que el movimiento de tensión es mayor sobre el centro de la red geodésica o sobre la Falla Imperial. Lo anterior permite determinar el movimiento

esperado en base a la deformación de la red diseñada específicamente para este caso. Al encontrarse los vectores más grandes en el centro, y en base a la ubicación correcta de la red geodésica sobre la Falla Imperial, se encuentra que el análisis y la propuesta de una red de esta naturaleza permita cumplir el análisis estadístico que se ha realizado para poder monumentar una red geodésica e identificar estos tipos de movimientos desde su formación.

CAPÍTULO 5

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1. Conclusiones

El trabajo realizado, expone el procedimiento básico y avanzado de cómo realizar un análisis de observaciones GPS, al igual de cómo es que hay que llevar a cabo el algoritmo para procesar los mismos datos GPS. Lo cual a diferencia de otros trabajos, permitió comprobar que al realizar este tipo de estudios mediante campañas, no necesariamente es sinónimo de perder calidad en los datos; ya que se obtuvieron los resultados deseados y precisos al encontrar un movimiento y deformación esperados. Al ser una red geodésica diferente a lo convencional (se adapta al movimiento y no a cubrir la zona de estudio) se prueba que el diseño de este tipo de redes fuera de lo convencional, es factible; es decir, se analiza el poder implementar la visión que se presentó en PBO (Plate Boundary Observatory), de tal manera de poder crear un estadístico para los movimientos en este tipo de fallas. La red geodésica presenta una configuración perpendicular a la falla en perfiles paralelos de tal forma, que permite crear una maya uniforme, a diferencia a las redes presentadas para este tipo de trabajos que se basan en triángulos regulares donde aplican cálculos y metodologías para deformaciones de la misma red.

En cuanto a la deformación encontrada, se concluye que los desplazamientos encontrados son congruentes con los desplazamientos de la zona de estudio, como se muestra en la figura 1. Sin embargo, no es posible con esta información establecer cuando se estaría presentando un evento sísmico, esto aún es imposible sin importar que técnica sea aplicada y está lejos del alcance de este trabajo. Es importante señalar que se emplearon solo 2 perfiles de un total de 6; esto se debe a la disponibilidad de los datos, sin embargo, el analizar con

dos perfiles se logró una solución al problema. El aporte es significativo, ya que durante años el estudio de redes mediante técnicas como punto de posicionamiento preciso “PPP (precise point positioning)”, cubriendo la zona de estudio es la más empleada; dejando de lado al estudio de deformación por campañas y redes diseñadas para buscar movimientos en específico. Es importante señalar que el trabajo realizado sirve como partida para las futuras mediciones, ya que es un trabajo a largo plazo; se ha proyectado continuar con las campañas de medición en los próximos años, de tal forma que se conformará una base de datos de las mediciones realizadas.

En lo que concierne a las pruebas estadísticas aplicadas durante el estudio, ya sea por vectores o por componentes, para poder determinar en base a cuál de estas dos maneras se tendrá que realizar, esto estará determinado por el número de grados de libertad, ya que de tener pequeños números de mediciones en exceso no permite realizar por vectores, es decir se aplicará por vectores cuando se tenga un número mayor a 3 grados de libertad; de lo contrario tendrá que analizarse por componentes mediante el método propuesto por Bardaa o por Pope. Al realizar un análisis de consistencia para estos mismos, encontramos que incluso al pasar la prueba global de varianza de referencia, encontramos que aún contiene outliers o valores atípicos; lo cual fue provocado por el análisis anteriormente mencionado, donde a pesar de que se le agregó error a propósito esperando que pasara la prueba global pero fallara en el análisis por componentes. Esto indica que aún al haber acreditado el análisis principal, se debe analizar por componente para encontrar algún valor atípico que pudiera afectar el análisis estadístico.

En base a lo anterior, es importante señalar que el análisis tuvo que ser mediante la implementación de distintas herramientas informáticas, para programar rutinas en lenguaje C, y propiamente utilizar software para la vectorización de imágenes, de no ser así, este trabajo no llegaría a buen fin.

5.2. Recomendaciones

Como recomendaciones para trabajos futuros se consideran las siguientes:

- **Capacitación en el uso de instrumental geodésico:** es importante que las personas encargadas de llevar a cabo las mediciones GPS, sean personas capacitadas en el uso y configuración del mismo; ya que cualquier mala configuración se verá reflejada en las mediciones y afectará el trabajo.
- **Tiempos de observación y mediciones en común:** se recomienda establecer un mayor tiempo de posicionamiento GPS, ya que esto eventualmente ayudará a que los vectores sean medidos de mejor manera y como resultado de ello se tenga una red robusta y confiable.
- **Equipos de computo:** Es importante señalar que se necesitan equipos de computo capaces de realizar procedimientos bajo software científico; ya que estos software permitirán obtener un mejor resultado para el análisis de los datos recabados. Es difícil trabajar con equipos de cómputo no aptos para este tipo de procesamiento, lo cual lleva a un mayor tiempo de análisis.
- **Planeación de Campañas:** Se recomienda una planeación de campañas de manera anual, ya que los resultados muestran que permite encontrar un mayor desplazamiento de manera anual, puesto que los desplazamientos son muy pequeños en el orden de los centímetros y/o milímetros.
- **Aspecto Estadístico:** En base al punto anterior, es necesario contar con medidas en exceso para poder realizar un análisis estadístico riguroso, ya que al tener poca redundancia se vuelven los sistemas inconsistentes o imprecisos. Esto impactará considerablemente el calculo y consecuentemente los resultados. Si al encontrarse un

valor atípico o outlier en las medidas y no poder re-medir el vector, se podrá optar por utilizar el vector medido escalado, es decir, escalar su matriz de covarianzas y varianzas para poder realizar el ajuste y consecuentemente el análisis estadístico.

5.3. Trabajo Futuro

Como trabajo futuro, se espera que el análisis pueda ser con otro tipo de software de calidad científica, ya sea Gipsy, PAGES, Gamit-Globk, o bien Trimble que recientemente está alcanzando el nivel del procesamiento de un software de alto nivel. Por otro lado, al ver que con dos perfiles de la red geodésica muestra los resultados esperados, se planteará la medición y análisis de otra campaña debidamente realizada para obtener un esquema más completo donde se probará una vez más la importancia y significancia de este tipo de proyectos.

Como nueva visión en el proyecto se está materealizando la inclusión de alturas ortométricas de alta precisión (primer orden), lo cual permitirá conocer si existió un movimiento sismogénico vertical de tal manera de poder crear una base de datos (con datos espaciales) que permita realizar otro tipo de análisis a futuro; ya que se encuentra en una fase inicial el proyecto. Además de poder comparar con las alturas geodésicas que proporciona el GPS, para posteriormente realizar un análisis de robustez para redes 3D y poder comparar los resultados obtenidos para este análisis comparando ambos tipos de alturas.

APÉNDICE

ITRF 00
 ALLAMERICNCS2005 (P500), CALIFORNIA

Retrieved from NGS DataBase on 04/23/12 at 15:30:09.

Antenna Reference Point(ARP): ALLAMERICNCS2005 CORS ARP

 PID = DN7404

ITRF00 POSITION (EPOCH 1997.0)

Computed in Apr 2012 using 28 days of data.

X = -2296230.924 m	latitude = 32 41 24.16732 N
Y = -4857729.731 m	longitude = 115 17 59.74315 W
Z = 3425068.251 m	ellipsoid height = -20.582 m

ITRF00 VELOCITY

Predicted with HTDP_3.1.2 Apr 2012.

VX = -0.0173 m/yr	northward = -0.0024 m/yr
VY = 0.0073 m/yr	eastward = -0.0188 m/yr
VZ = -0.0023 m/yr	upward = -0.0006 m/yr

NAD_83 (CORS96) POSITION (EPOCH 2002.0)

Transformed from ITRF00 (epoch 1997.0) position in Apr 2012.

X = -2296230.371 m	latitude = 32 41 24.15143 N
Y = -4857731.036 m	longitude = 115 17 59.70257 W
Z = 3425068.275 m	ellipsoid height = -19.776 m

NAD_83 (CORS96) VELOCITY

Transformed from ITRF00 velocity in Apr 2012.

VX = -0.0024 m/yr	northward = 0.0097 m/yr
VY = 0.0080 m/yr	eastward = -0.0056 m/yr
VZ = 0.0075 m/yr	upward = -0.0012 m/yr

Figura 1: Velocidades de el vértice P500

```

Analizar información
nctl := data0,0
nbaselines := data0,2
nsta := data0,1
nunk := nsta - nctl

Analizar información de punto de control
i := 1..nctl
j := 0..3
stanunk+i-1,j := datai,j

Analizar información de vértices desconocidos
i := 1..nunk
stai-1,0 := datai+nctl,0

findsta(s) :=  $\left\{ \begin{array}{l} i \leftarrow 0 \\ \text{while } \text{sta}_{i,0} \neq s \wedge (i < \text{nsta}) \\ \quad i \leftarrow i + 1 \\ \text{return } i \text{ if } \text{sta}_{i,0} = s \\ \text{return "Station not found" otherwise} \end{array} \right.$ 

```

Figura 2: Algoritmo para analizar información de punto de control y vértices desconocidos en Mathcad o en lenguaje C.

```

Analizar datos de línea base GNSS

ParseVects :=  $\left\{ \begin{array}{l} n \leftarrow \text{nsta} + 1 \\ \text{for } i \in 0.. \text{nbaselines} - 1 \\ \quad \left\{ \begin{array}{l} B_{i,0} \leftarrow \text{findsta}(\text{data}_{n+i,0}) \\ B_{i,1} \leftarrow \text{findsta}(\text{data}_{n+i,1}) \\ \text{for } j \in 2..10 \\ \quad B_{i,j} \leftarrow \text{data}_{n+i,j} \end{array} \right. \\ \text{return } B \end{array} \right.$ 

B := ParseVects

```

Figura 3: Algoritmo para analizar datos de líneas base GNSS en Mathcad o en lenguaje C.


```

BldMat(sta,B) := | n ← 3·nunk
                  | for i ∈ 0..nbaselines - 1
                  |   c1 ← 3·Bi,0
                  |   c2 ← 3·Bi,1
                  |   r ← 3·i
                  |   if c1 < n
                  |     | Ar,c1 ← -1
                  |     | Ar+1,c1+1 ← -1
                  |     | Ar+2,c1+2 ← -1
                  |   if c2 < n
                  |     | Ar,c2 ← 1
                  |     | Ar+1,c2+1 ← 1
                  |     | Ar+2,c2+2 ← 1
                  |   if (c1 < n) ∧ (c2 < n)
                  |     | Lr ← Bi,2 - [sta(Bi,1),1 - sta(Bi,0),1]
                  |     | Lr+1 ← Bi,3 - [sta(Bi,1),2 - sta(Bi,0),2]
                  |     | Lr+2 ← Bi,4 - [sta(Bi,1),3 - sta(Bi,0),3]
                  |   if c1 ≥ n
                  |     | Lr ← Bi,2 + sta(Bi,0),1
                  |     | Lr+1 ← Bi,3 + sta(Bi,0),2
                  |     | Lr+2 ← Bi,4 + sta(Bi,0),3
                  |   if c2 ≥ n
                  |     | Lr ← Bi,2 - sta(Bi,1),1
                  |     | Lr+1 ← Bi,3 - sta(Bi,1),2
                  |     | Lr+2 ← Bi,4 - sta(Bi,1),3
                  |   Cov0,0 ← Bi,5
                  |   Cov0,1 ← Bi,6
                  |   Cov0,2 ← Bi,7
                  |   Cov1,0 ← Cov0,1
                  |   Cov1,1 ← Bi,8
                  |   Cov1,2 ← Bi,9
                  |   Cov2,0 ← Cov0,2
                  |   Cov2,1 ← Cov1,2
                  |   Cov2,2 ← Bi,10
                  |   Cinv ← Cov-1
                  |   for j ∈ 0..2
                  |     for k ∈ 0..2
                  |       Wr+j,r+k ← Cinvj,k
                  | return (A L W)T

```

Figura 4: Algoritmo para la elaboración de matrices de covarianza y cofactor en Mathcad o en lenguaje C.

Magnitud	L_{km}	D_{cm}
3	1.1	0.11
4	3	0.62
5	8.3	3.5
6	23	20
7	62	120
8	170	660
9	470	3800

Tabla 1: Tabla que relaciona la magnitud del sismo con la longitud entre perfiles de la red (L_{km}) y desplazamientos máximos alcanzados (D_{cm})

REFERENCIAS

- [1] (2000). *Diccionario de Ciencias de la Tierra*. Diccionarios Oxford-Complutense. Editorial Complutense.
- [2] A.K, P. (2009). Sobre las grandes causas que no permiten resolver el problema del pronóstico sísmico por los métodos de solución inversa. *Notas científicas, Rusia*, 9:156–170.
- [3] Aktuğ, B., Kaypak, B., and Çelik, R. (2010). Source parameters for the $m_w = 6.6$, 03 february 2002, Çay earthquake (turkey) and aftershocks from gps, southwestern turkey. *Journal of Seismology*, 14:445–456. 10.1007/s10950-009-9174-y.
- [4] Ardila, F. and de Paz. Centro de Estudios Políticos e Investigaciones Históricas, F. P. (2007). *El fin del fin*. Centro de Estudios Políticos e Investigaciones Históricas.
- [5] Aspects, G. S. (2010). Geological setting and seismological aspects. <http://www.geerassociation.org>. consultado el 4 de abril del 2011.
- [6] Aydin, G. and University, I. (2007). *Service Oriented Architecture for Geographic Information Systems Supporting Real Time Data Grids*. Indiana University.
- [7] Barbat, Á. (1982). *Cálculo sísmico de las estructuras*. Editores Técnicos Asociados.
- [8] Bennett, R. A. (1995). *Global Positioning System Measurements of Crustal Deformation Across the Pacific-North American Plate Boundary in Southern California and Northern Baja, Mexico*. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology.
- [9] Berber, M. (2006). *Robustness Analysis of Geodetic Networks*. PhD thesis, Department of Geodesy and Geomatics Engineering, Technical Report No. 242, University of New Brunswick, Fredericton, New Brunswick, Canada.
- [10] Biagi, L. and Dermanis, A. (2006). The treatment of time continuous gps observations for the determination of regional deformation parameters. In Sansò, F. and Gil, A., editors, *Geodetic Deformation Monitoring: From Geophysical to Engineering Roles*, volume 131 of *International Association of Geodesy Symposia*, pages 83–94. Springer Berlin Heidelberg.
- [11] Bock, Y. and Donnellan, A. (1995). The plate boundary observatory, creating a four-dimensional image of the deformation of western north america. page 79.

- [12] Bolt, B. (1981). *Terremotos*. Serie Reverté Ciencias y Sociedad Series. Reverté.
- [13] C Wang, G. L. (2002). Gps attitude determination reliability performance improvement using low cost receivers. *Gps 2002 Conference (session B3)*, pages 24–27. 10.1007/s10950-011-9271-6.
- [14] Cai, H., Song, C., and Liu, J. (1997). Analysis on monitoring crust movement by using gps in qinghai-xiqang plateau. *Science in China Series D: Earth Sciences*, 40:300–305. 10.1007/BF02877539.
- [15] Caturla, J. and Palacios, S. (2001). *Sismicidad y riesgo sísmico en la C.A.V.* Club Universitario.
- [16] ChalermchonSatirapod (2008). Monitoring deformation of thai geodetic network due to the 2004 sumatra-andaman and 2005 nias earthquakes by gps. *Journal of surveying engineering*, pages 83–88.
- [17] Chávez, S. (2007). *Análisis Sísmico Moderno : Ética Aplicada*. Editorial Trillas Sa De Cv.
- [18] Correia, P. (2002). *Guía Práctica Del GPS*. ACCESO RÁPIDO. Marcombo.
- [19] Daniel, W. (2006). *Bioestadística: Base Para El Análisis de Las Ciencias de la Salud*. Limusa Wiley.
- [20] de Heredia, A., de Heredia, M., Manzanal, R., Pérez, D., Rodríguez, E., Peña, A., Iglesia, P., Belmonte, D., Aguado, A., de León, P., et al. (2011). *Biología y Geología. Complementos de formación disciplinar*. FORMACION PROFESORADO-E.SECUN. Editorial Graó.
- [21] Delgado, E. (2009). *El Gps en la Construcción*. Monografía de la construcción. Grupo Editorial CEAC, S. A.
- [22] EMMA, L. (1944). Inverse tables of probabilities of errors of the second kind, annals of mathematical statistics. 15:388–98.
- [23] Espinosa-Cardena, J. and Campos-Enriquez, J. (2008). Curie point depth from spectral analysis of aeromagnetic data from cerro prieto geothermal area, baja california, méxico. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 176(4):601 – 609.

- [24] Even-Tzur, G. (2006). Designing the configuration of the geodetic-geodynamic network in israel. In Sansò, F. and Gil, A., editors, *Geodetic Deformation Monitoring: From Geophysical to Engineering Roles*, volume 131 of *International Association of Geodesy Symposia*, pages 146–151. Springer Berlin Heidelberg.
- [25] Gass, I., Smith, P., and Wilson, R. (1980). *Introducción a Las Ciencias de la Tierra*. Reverté.
- [26] Geo-Mérida (2009). ¿que es una red geodésica? y ¿para que sirve? <http://geomerida.blogspot.mx/2009/01/que-es-una-red-geodsica-y-para-que.html>. consultado el 10 de noviembre del 2012.
- [27] Ghilani, C. (2011). *Adjustment Computations: Spatial Data Analysis*. Wiley.
- [28] Ghilani, C. and Paul R. Wolf, P. (2006). *Adjustment Computations: Spatial Data Analysis*. John Wiley & Sons.
- [29] H, E. (2010). The 2010 mw 7.2 el mayor-cucapah earthquake sequence, baja california, mexico and southernmost california, usa: Active seismotectonics along the mexican pacific margin. *Pure and Applied Geophysics*, (DOI 10.1007/s00024-010-0209-7):1 – 23.
- [30] Hide, C., Moore, T., and Smith, M. (April). Adaptive kalman filtering algorithms for integrating gps and low cost ins. In *Position Location and Navigation Symposium, 2004. PLANS 2004*, pages 227–233.
- [31] Hofmann-Wellenhof, L. (2007). *GNSS, Global Navigation Satellite Systems: GPS, GLONASS, Galileo, and more*. Springer.
- [32] INEGI (2011a). Red geodésica nacional activa. <http://www.inegi.org.mx/geo/contenidos/geodesia/rgna.aspx?p=22>. consultado el 10 de noviembre del 2012.
- [33] INEGI (2011b). Red geodésica nacional pasiva. <http://www.inegi.org.mx/geo/contenidos/geodesia/rgnp.aspx>. consultado el 10 de noviembre del 2012.
- [34] Jade, S., Vijayan, M. S. M., Gupta, S. S., Kumar, P. D., Gaur, V. K., and Arumugam, S. (2007). Effect of the m 9.3 sumatra–andaman islands earthquake of 26 december 2004 at several permanent and campaign gps stations in the indian continent. *International Journal of Remote Sensing*, 28(13-14):3045–3054.

- [35] Jusoh, M., Yaacob, N., Saad, H., Sulaiman, A., Baba, N., Awang, R., and Khan, Z. (2008). Earthquake prediction technique based on gps dual frequency system in equatorial region. In *RF and Microwave Conference, 2008. RFM 2008. IEEE International*, pages 372–376.
- [36] Kouba, J. (2003). Measuring seismic waves induced by large earthquakes with gps. *Studia Geophysica et Geodaetica*, 47:741–755. 10.1023/A:1026390618355.
- [37] Larson, K. M., Lowry, A. R., Kostoglodov, V., Hutton, W., Sánchez, O., Hudnut, K., and Suárez, G. (2004). Crustal deformation measurements in guerrero, mexico. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 109(B4):n/a–n/a.
- [38] Leick, A. (2003). *GPS Satellite Surveying*. Wiley.
- [39] Moffitt, F. and Bouchard, H. (1992). *Surveying*. HarperCollins.
- [40] Movsesyan (2007). Seismic geodesy: New direction in geodynamics and geodesi. yerevan. *J. o. Science, Ed.*, 12.
- [41] Olalde, M. (2007). *Tesis de Maestría: Análisis de la Confiabilidad Interna y Externa de una red GPS Geodésica Local*. M.c, Universidad Autónoma de Sinaloa.
- [42] Ortega, L. (2007). *Geografía*. Cengage Learning Latin America.
- [43] Perdiguier, R. and J., Z. (2008). Tropospheric delay computation strategies and their influence in high precision gps measurements. *Assembleia Luso Espanhola de Geodesia e Geofisica*, 6:291–313.
- [44] Pevnev (1988). Earthquake forecast: Geodetic aspects of the problem. *J. o. Science, Ed.*, 12.
- [45] ProDevelop (2009). Tecnologías geoespaciales. <http://www.prodevelop.es/es/tecs/geo>. consultado el 10 de noviembre del 2012.
- [46] R, F. (2012). *Geomática Tecnologías de Punta: 1a Edición*. Palibrio.
- [47] Reilinger, R. and Larsen, S. (1993). *Present-Day Crustal Deformation in the Salton Trough, Southern California*, pages 177–192. American Geophysical Union.
- [48] Seemkooei, A. A. (2001). Comparison of reliability and geometrical strength criteria in geodetic networks. *Journal of Geodesy*, 75(4):227–233.

- [49] Shahr, L. and Even-Tzur, G. (2006). Deformation monitoring in northern israel between the years 1996 and 2002. In Sansò, F. and Gil, A., editors, *Geodetic Deformation Monitoring: From Geophysical to Engineering Roles*, volume 131 of *International Association of Geodesy Symposia*, pages 138–145. Springer Berlin Heidelberg.
- [50] Snow, K. B. (2002). *Applications of parameter estimation and hypothesis testing to GPS network adjustments*. PhD thesis, The Ohio State University.
- [51] T., N. (2007). Crustal block kinematics and seismic potential of the northernmost philippine sea plate and izu microplate, central japan, inferred from gps and leveling data. pages 1–35.
- [52] Tarbuck, E., Lutgens, F., and Científicas, A. T. (2006). *Ciencias de la Tierra: Una introducción a la geología física*. Fuera de colección Out of series. Prentice Hall.
- [53] Trejo Soto Manuel, E. C. J. (2013). Monitoreo geodésico de las deformaciones superficiales como resultado de eventos sísmicos en fallas geológicas activas, caso de estudio: Falla imperial, mexicali, b.c. méxico. Poster. Libro de resúmenes.
- [54] Triola, M. (2004). *Estadística [archivo de computador]*. Pearson Educación.
- [55] Ugalde, A. (2009). *Terremotos: Cuando la Tierra Tiembla*. Colección Divulgación. Consejo Superior de Investigaciones Científicas.
- [56] Van Sickle, J. (2001). *GPS for Land Surveyors (PBK)*. Taylor & Francis.
- [57] Vaníček, P., Craymer, M. R., and Krakiwsky, E. J. (1996). *Application of Robustness Analysis to Large Geodetic Networks*. PhD thesis, Final contract report for the Geodetic Survey Division of Geomatics Canada, Department of Geodesy and Geomatics Engineering Technical Report No. 180, University of New Brunswick, Fredericton, New Brunswick, Canada.
- [58] Vaníček, P., Craymer, M. R., and Krakiwsky, E. J. (2001). Robustness analysis of geodetic horizontal networks. *Journal of Geodesy*, 75(4):199–209.
- [59] Villegas, A. V. (2005). *Boletín de la red sísmica del noroeste de México. CICESE.División de Ciencias de la Tierra Ensenada, B. C., México*. CICESE.
- [60] Wolf, P. and Ghilani, C. (2009). *Topografía*. Alfaomega.
- [61] Wong (1997). *The Victoria, Mexico, Earthquake of June 9, 1980*. Geofisica Internacional.

- [62] Wong, V. Frez, J. (1981). Seismicity and arrival-time residuals from the victoria earthquake of june 9, 1980. pages 338–346.
- [63] Xu, G. (2003). *Gps: Theory, Algorithms and Applications*. Springer.
- [64] Xue-jun, Q., Shu-sun, L., Xin-zhao, Y., Rui-lin, D., and Logan, T. (2002). Monitoring crustal deformation by gps and insar in the three gorge area. *Wuhan University Journal of Natural Sciences*, 7:451–457. 10.1007/BF02828247.
- [65] y GRUPO RESNOM, G. R. (2005). Boletín de la red sísmica del noroeste de méxico (periodo enero a diciembre de 2005).
- [66] Zhao, B., Wang, W., Yang, S., Peng, M., Qiao, X., Du, R., and Nie, Z. (2012). Far field deformation analysis after the mw9.0 tohoku earthquake constrained by cgps data. *Journal of Seismology*, 16:305–313. 10.1007/s10950-011-9271-6.