UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE SINALOA

Facultad de Ciencias de la Tierra y el Espacio
Facultad de Informática Culiacán
Posgrado en Ciencias de la Información

“Desagregación de preferencias para un modelo de decisión basado en argumentos”

TESIS
COMO REQUISITO PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN CIENCIAS DE LA INFORMACIÓN

PRESENTA
Ana Priscilla Madrid Tapia

Directores de tesis:
Dr. Jorge Adalberto Navarro Castillo
Dr. Eduardo René Fernández González

Culiacán, Sinaloa. Febrero de 2022.

Dirección General de Bibliotecas

Universidad Autónoma de Sinaloa

Restricción de uso

UAS-Dirección General de Bibliotecas

Repositorio Institucional

Restricciones de uso

Todo el material contenido en la presente tesis está protegido por la Ley Federal de Derechos de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

Queda prohibido la reproducción parcial o total de esta tesis. El uso de imágenes, tablas, gráficas, texto y demás material que sea objeto de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente correctamente mencionando al o los autores del presente estudio empírico. Cualquier uso distinto, como el lucro, reproducción, edición o modificación sin autorización expresa de quienes gozan de la propiedad intelectual, será perseguido y sancionado por el Instituto Nacional de Derechos de Autor.

Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-No Comercial Compartir Igual, 4.0 Internacional.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE SINALOA
DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS
REPOSITORIO INSTITUCIONAL

CARTA CESIÓN DE DERECHOS

En la Ciudad de Culiacán, Sinaloa el día 15 del mes febrero del año 2022, el (la) que suscribe Ana Priscilla Madrid Tapia alumno (a) del Programa de Maestría en Ciencias de la Información con número de cuenta 04105801, de la Unidad Académica Facultad de Informática Culiacán y Facultad de Ciencias de la Tierra y el Espacio, manifiesta que es autor (a) intelectual del presente trabajo de Tesis bajo la dirección de Dr. Jorge Adalberto Navarro Castillo y Dr. Eduardo René Fernández González y de acuerdo al artículo 27 de la Ley Federal de Derechos de Autor, cede los derechos del trabajo intitulado "DESAGREGACIÓN DE PREFERENCIAS PARA UN MODELO DE DECISIÓN BASADO EN ARGUMENTOS", a la Universidad Autónoma de Sinaloa para su publicación, difusión, edición, reedición, traducción, compilación, distribución y explotación en medios impresos y digitales, con fines académicos y de investigación, la que será titular del mismo, en forma conjunta o separada con el autor.

Todo el material contenido en la presente tesis está protegido por la Ley Federal de Derechos de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

Queda prohibido la reproducción parcial o total de ésta tesis. El uso de imágenes, tablas, gráficas, texto y demás material que sea objeto de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente correctamente mencionando al o los autores del presente estudio empírico. Cualquier uso distinto, como el lucro, reproducción, edición o modificación sin autorización expresa de quienes gozan de la propiedad intelectual, será perseguido y sancionado por el Instituto Nacional de Derechos de Autor.

En apego al Art. 27 de la Ley Federal de Derechos de Autor Cedo el derecho de publicación, difusión, edición, reedición, traducción, compilación, distribución y explotación en medios impresos y digitales, con fines académicos y de investigación a la Universidad Autónoma de Sinaloa.

ANA PRISCILLA MADRID TAPIA

Nombre completo y firma

DECLARACIÓN DE ORIGINALIDAD Y ANTIPLAGIO

A través de la presente Yo**: ANA PRISCILLA MADRID TAPIA**, con número de cuenta: **0410580-1** y alumno del Programa **de Maestría en Ciencias de la Información**, con sede en la Facultad de Informática Culiacán y Facultad de Ciencias de la Tierra y el Espacio de la Universidad Autónoma de Sinaloa.

DECLARO QUE:

El trabajo de tesis que presento para su defensa y el cual se titula: **"DESAGREGACIÓN DE PREFERENCIAS PARA UN MODELO DE DECISIÓN BASADO EN ARGUMENTOS"**

1.- Es el resultado de un trabajo personal y constituye un documento original e inédito.

2.- Los documentos, artículos, informes, etc. Utilizados para la realización del trabajo están referenciados de forma clara, tanto en el texto principal como en el apartado de bibliografía de la presente tesis.

3.- Que las citas de las obras que aparecen reflejadas de forma literal y entre comillas, presentan clara especificación de la fuente (autor, año) de la que ha sido extraídas.

4.- Tengo conocimiento que no puedo asumir como propio el trabajo de tesis de otra persona, la copia de frases, párrafos e ideas de otro trabajo sin citar autoría, o cualquier otra acción de similares características conlleva a la realización fraudulenta del manuscrito de tesis y podrá implicar la suspensión del examen de grado en tanto no se corrija o bien la suspensión definitiva, esto acorde con el nivel en que se pudiese incurrir.

5.- Soy consciente de que pretender ser el autor de un trabajo, en parte o en su totalidad, escrito por otra persona constituye un delito con base en los artículos 424 y 427 del código penal federal, título vigesimosexto de los delitos en materia de derechos de autor en la República Mexicana.

Culiacán, Sinaloa a 18 de febrero de 2022

Ana Priscilla Madrid Tapia

Nombre y Firma del alumno

DEDICATORIA

A mis padres:
María Eugenia Tapia Tapia y Ramón Baltazar Madrid Padilla, por todo el amor que me han dado y su esfuerzo para ayudarme a salir adelante.

A mis hermanas:
Gladys Mariana Madrid Tapia y Wendy Madrid Tapia, por las enseñanzas que me han brindado y por guiarme siempre por el buen camino.

A mi esposo:
Armando Trujillo Zazueta, por su apoyo incondicional, su paciencia y su amor.

A Amanda:
Por motivarme a ser una mejor mujer, a superarme, a no darme por vencida y a esforzarme cada día, para que se sienta orgullosa.

AGRADECIMIENTOS

A la universidad Autónoma de Sinaloa y al Posgrado en Ciencias de la información, por ser mi casa de estudios y brindarme siempre educación de calidad para poder crecer de manera académica y profesional.

Al CONACyT, por brindarme la beca con la cual pude dedicarme por completo a mis estudios de maestría.

A mis directores de tesis, el Dr. Jorge Adalberto Navarro Castillo y el Dr. Eduardo René Fernández González, por sus enseñanzas, su paciencia, y su asesoría en la realización de este trabajo de tesis.

A mis profesores de posgrado, en especial al Dr. Inés Fernando Vega López y al Dr. Arturo Yee Rendón, profesores muy importantes para mí que me motivan a seguir aprendiendo.

Al Dr. Efraín Solares Lachica, cuyas correcciones puntuales y comentarios fueron de gran ayuda durante la realización de mi tesis.

A mis amigos y compañeros de la maestría, los cuales siempre estuvieron dispuestos a brindarme su apoyo y por la bonita amistad que hemos forjado.

ÍNDICE GENERAL

LISTA DE TABLAS……….……………………………………..…………………………..……..I
LISTA DE FIGURAS..……………………………………………..……………………………...II
RESUMEN…………………………………………….....…………………………………………III

1. INTRODUCCIÓN……………………………………………………………………………1
1.1. GENERALIDADES…………………………………………………………………5
1.2. ANTECEDENTES……………………………………………………….……10
1.3. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA……………………………………………17
1.3.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA…………………………………...17
1.4. OBJETIVOS…..………………………………………………………………….20
1.4.1. OBJETIVO GENERAL………………………………….…………………….20
1.4.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS……………………………………………….20
1.5. HIPÓTESIS…..……………………………………………………………….….20
1.6. ESTRUCTURA DE LA TESIS ……………………………………………….21
2. MARCO TEÓRICO…………………………………………………………………...22
2.1. DEFINICIONES Y CONCEPTOS BÁSICOS ………………………………...22
2.1.1. MODELO BASADO EN ARGUMENTOS……………………………..24
2.1.2. ESQUEMAS DE ARGUMENTACIÓN…………………………..……..24
2.1.3. CONJUNTOS DIFUSOS……………………………..…………..……..25
2.2. TIPO DE PROBLEMA A TRATAR ……………………………………...26
2.2.1. OPTIMIZACIÓN DE UN OBJETIVO……………………………………..26
2.2.2. OPTIMIZACIÓN MULTIOBJETIVO……………………………………...26
2.3. PROBLEMAS MULTIOBJETIVO……………………………………………….28
2.4. MODELOS DE DECISIÓN……………………………………………....….31
2.5. ANÁLISIS DE DESAGREGACIÓN DE PREFERENCIAS………………...….32
2.6. METAHEURÍSTICAS……………………………………………………………..34
2.7. ALGORITMOS GENÉTICOS…………………………………………...….37
2.7.1. POBLACIÓN INICIAL…………………………………….………...….39
2.7.2. SELECCIÓN……………………………………………….……...…..39
2.7.3. CRUZA…………………………………………….………….…...….40
2.7.4. MUTACIÓN……………………………………….………….…...….41
2.8. MOEA/D…………………………………...……………………………….44
2.9. MODELO PARA CALCULAR EL GRADO DE CREDIBILIDAD DE LA EXISTENCIA DE RELACIONES DE PREFERENCIA BÁSICAS …………....47
2.9.1. UMBRALES DE PREFERENCIA……………………………………....49
2.9.2. PERTENENCIA DE CRITERIOS A LAS COALICIONES ………........52
2.9.3. CÁLCULO DEL ÍNDICE DE CREDIBILIDAD………..........................58
3. METODOLOGÍA.…………………………………………………………………...61
3.1. FUNCIONAMIENTO DEL MODELO BASADO EN ARGUMENTOS ……....64
3.2. PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN MULTIOBJETIVO……………………….67
3.3. IMPLEMENTACIÓN DE LAS FUNCIONES DEL MODELO.........................69
3.4. PARÁMETROS A EXTRAER CON EL MÉTODO PDA …………………...…70
3.5. IMPLEMENTACIÓN DEL PDA CON MOEA/D …………………………...….71
4. EXPERIMENTACIÓN Y RESULTADOS..…………………………………………74
4.1. DESCRIPCIÓN DE LA EXPERIMENTACIÓN ………………………….….74

4.2. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS ….……76
5. CONCLUSIONES Y TRABAJO A FUTURO ……84
5.1. ANÁLISIS DEL CUMPLIMIENTO DE LOS OBJETIVOS……84
5.2. CONCLUSIONES…….....86
5.3. TRABAJO A FUTURO……....87

BIBLIOGRAFÍA…….……...……...……...88

LISTA DE TABLAS

		Página
1.1	Forma general de las tablas de decisión	7
1.2	Análisis de desagregación de preferencias para problemas multiobjetivo.	15
2.1	Umbrales de preferencia	49
3.1	Comparación entre dos objetos	64
4.1	Justificación del uso de 100 generaciones	76
4.2	Experimentación con núcleo de referencia 20, 4 atributos	77
4.3	Evaluación del núcleo de referencia 20, 4 atributos	78
4.4	Experimentación con núcleo de referencia 50, 4 atributos	79
4.5	Evaluación del núcleo de referencia 50, 4 atributos	79
4.6	Experimentación con núcleo de referencia 20, 5 atributos	80
4.7	Evaluación del núcleo de referencia 20, 5 atributos	80
4.8	Experimentación con núcleo de referencia 50, 5 atributos	81
4.9	Evaluación del núcleo de referencia 50, 5 atributos	82
4.10	Resultados del algoritmo genético	82
4.11	Resultados (fase evaluación) del algoritmo genético	82

LISTA DE FIGURAS

		Página
1.1	Planteamiento del problema	19
2.1	Frontera de Pareto.	30
2.2	Ejemplo de cadena binaria	39
2.3	Padres antes de la cruza	41
2.4	Hijos generados después de la cruza	41
2.5	Función de membresía μ_j (C_{FAVOR}(a,b))	52
2.6	Función de membresía μ_j (C_{INDIF}(a,b))	53
2.7	Función de membresía μ_j (C_{CONTRA}(a,b))	53
2.8	Función de membresía μ_j (C_{FAVOR_INT}(a,b))	54
2.9	Función de membresía μ_j (C_{CONTRA_INT}(a,b))	54
2.10	Función de membresía μ_j (C_{VETO}(a,b))	55
2.11	Función de membresía μ_j (C_{DICT}(a,b))	55
2.12	Funciones de membresía de los conjuntos difusos definidos sobre $C_{VETO}(a, b)$, $C_{CONTRA\_INT}(a, b)$, $C_{CONTRA}(a, b)$, $C_{INDIF}(a, b)$, $C_{FAVOR}(a, b)$ y $C_{FAVOR\_INT}(a, b)$	56
3.1	Propuesta de metodología	61
4.1	Proceso de experimentación	75

RESUMEN

En el siguiente trabajo de investigación se toma como base un modelo de apoyo a la toma de decisiones basado en argumentos para calcular el grado de credibilidad de la existencia de las relaciones de preferencia básicas (Picos, 2017), el cual intenta reflejar la manera intuitiva en la que un decisor real lo haría. Este modelo basado en argumentos, generó buenos resultados, ya que refleja el sentido común de un decisor, sin embargo su implementación práctica presenta una gran dificultad ya que depende de una gran cantidad de parámetros iniciales cuyos valores reflejan las preferencias del decisor y en consecuencia él los tiene que proporcionar. Para evitar que la utilización de este modelo le tome mucho tiempo y esfuerzo cognitivo al decisor, este trabajo de tesis propone desarrollar un análisis de desagregación de preferencias para la obtención indirecta de los parámetros que reflejen las preferencias del decisor, el cual se aborda como un problema de optimización multiobjetivo y se resolverá utilizando algoritmos evolutivos, específicamente el algoritmo evolutivo basado en descomposición MOEA/D (Zhang, 2007), el cual descompone un problema de optimización multiobjetivo en una serie de subproblemas de optimización escalar y los optimiza simultáneamente, lo que hace que MOEA/D tenga menor complejidad computacional que otros algoritmos evolutivos.

CAPÍTULO 1
INTRODUCCIÓN

La toma de decisiones es el proceso que atraviesan las personas cuando se debe elegir entre distintas opciones, la mayoría de las veces tomando en cuenta uno o varios criterios, basándonos en nuestros gustos, preferencias, experiencias e instintos.

Las decisiones se encuentran en todos los ámbitos de nuestra vida, aceptamos como un hecho empírico que cada uno de nosotros tiene el poder de elegir (French, 1988). Todos los días tomamos decisiones, algunas no son tan importantes y las dejamos a capricho, por ejemplo: elegir ponerle o no sal a la comida. Sin embargo, hay decisiones que son tan importantes que tenemos que poner mucho cuidado en el análisis que hacemos antes de decidir qué acción tomar .

En ámbitos como la ingeniería, negocios, política y ciencias, las decisiones involucran grandes cantidades de dinero y/o tienen un impactoalmeida en el bienestar de la sociedad. En estos campos la toma de decisiones suele ser compleja debido a que tenemos una gran cantidad de alternativas y criterios a considerar y que pueden estar en conflicto entre sí (Almeida, 2005).

Las tomas de decisiones estratégicas, son estrictamente racionales. Tomar buenas decisiones, es decir, tomar decisiones de manera estratégica tiene gran importancia, por esto es que causa tanto interés. Definimos una decisión estratégica como aquella que es importante en términos de las acciones tomadas, los recursos comprometidos o los precedentes establecidos.

La toma de decisiones es llevada a cabo por un decisor (*decision maker*), los cuales toman decisiones sobre objetivos conocidos. Estos objetivos determinan el valor de las posibles consecuencias de una acción. Los decisores recopilan la información adecuada, analizan y comparan un conjunto de alternativas, después de esto seleccionan la óptima, las ordenan de la mejor a la peor, o las clasifican en categorías, dependiendo el tipo de problema.

Puede que no seamos buenos tomadores de decisiones. Por lo tanto debemos ser capaces de reconocer nuestras fallas, y además, si queremos mejorar, debemos ser capaces de reconocer una mejora y los medios para lograrla. Los problemas de decisión implican la elección entre varias posibles circunstancias en las que el resultado de cualquier acción está sujeto a una incertidumbre considerable.

Además, los objetivos de quién toma las decisiones entran en conflicto invariablemente, por ejemplo, es imposible diseñar un aeropuerto minimizando su costo de producción y maximizando su seguridad operacional.

Existen métodos de análisis basados en un enfoque relacional como la familia de métodos ELECTRE (*ELimination and Choice Expressing REality*) (Roy, 1993). Este tipo de métodos ofrecen como resultado una recomendación de solución para ciertos problemas que se presentan en el área de la toma de decisiones consideran como principales el ordenamiento (*ranking*), selección (*choice*) y clasificación (*sorting*) (Figueira, 2010).

Los métodos que existen para resolver los problemas de ordenamiento, selección y clasificación se dividen en dos fases: construcción, que consiste en modelar la integración de preferencias del tomador de decisiones a partir de las relaciones de preferencia y la explotación del modelo. Se ha observado que el modelo ELECTRE III al calcular los valores de credibilidad no se apega al sentido común, lo cual lleva a que el resultado no refleje el sentido común del decisor, (Wang, 2019).

En el marco de la ayuda a la toma de decisiones multicriterio (MCDA, por sus siglas en inglés), existe una amplia gama de métodos apropiados para problemas de selección (*choosing*), clasificación (*ranking*) y clasificación ordinal (*sorting*). Sin embargo, la ayuda proporcionada por MCDA no es efectiva a menos que el modelo de agregación represente apropiadamente las preferencias del tomador de decisiones (DM, por sus siglas en inglés). Generalmente, los modelos MCDA utilizan muchos parámetros para representar las preferencias del decisor. Los valores de los parámetros se pueden obtener con métodos de obtención directos o indirectos. En los métodos directos el decisor a menudo con la ayuda de un analista de decisión, tiene que asignar directamente los valores de los parámetros al

modelo de preferencias. Por otro lado, los métodos de elicitación indirecta, los valores de los parámetros se infieren de un conjunto de decisiones previas tomadas por el decisor (Fernandez, 2020).

Los métodos de obtención indirecta constituyen el paradigma del análisis de desagregación de preferencias (PDA). Los métodos PDA analizan las decisiones tomadas por el decisor para identificar el modelo de agregación implícito al resultado de las decisiones conocidas. El paradigma del PDA es de creciente interés porque requiere menos esfuerzo cognitivo por parte del decisor. La razón principal es que los decisores con frecuencia prefieren emitir decisiones que explicarlas.

Basado en un trabajo de tesis doctoral (Picos, 2017) donde se creó un modelo teórico para la ayuda a la toma de decisiones, el cual es un modelo basado en argumentos que refleja de manera intuitiva la manera en la que un decisor real toma decisiones. Este modelo calcula el grado de credibilidad de la existencia de las relaciones de preferencia básicas, que reflejan la manera intuitiva en la que un DM real lo haría, mediante el uso de la teoría de la decisión, la ayuda a la decisión multicriterio, teoría de la argumentación y lógica difusa. De aquí en adelante en este trabajo, nos referiremos al modelo como “modelo basado en argumentos”. Este modelo obtuvo buenos resultados, ya que refleja el sentido común de un decisor cuando éste establece o asigna el grado de verdad de las relaciones de preferencia entre cualquier par de objetos.

El modelo basado en argumentos, depende de una gran cantidad de parámetros iniciales para representar al decisor, por lo tanto, en este trabajo de tesis se pretende crear una herramienta computacional que permite la obtención de estos parámetros de manera indirecta, con algoritmos evolutivos, específicamente con el algoritmo MOEA/D, un algoritmo basado en descomposición, el cual descompone un problema de optimización multiobjetivo en una serie de subproblemas de optimización escalar y los optimiza simultáneamente. Cada subproblema se va optimizando utilizando la información de varios subproblemas vecinos, lo que hace que MOEA/D tenga menor complejidad computacional que otros algoritmos evolutivos como MOGLS y NSGA-II, (Zhang, 2007).

Llevar a la práctica el modelo basado en argumentos, requiere de mucho tiempo y esfuerzo cognitivo por parte del decisor. En este trabajo proponemos utilizar un algoritmo genético para abordar el problema de la obtención indirecta de los valores de los parámetros que son necesarios para poner en práctica el modelo basado en argumentos . El uso de esta metaheurística está motivado por la naturaleza no lineal de las funciones de preferencia que se encuentran en el modelo basado en argumentos. Estos algoritmos son particularmente convenientes para resolver problemas de optimización multiobjetivo porque logran aproximaciones a la frontera de Pareto en una primera corrida (Coello, 2007).

1.1 GENERALIDADES

La toma de decisiones es un proceso en el cual elegimos entre diferentes opciones, ya sea para resolver problemas cotidianos o problemas complejos en el ambiente laboral.

Se considera A un conjunto finito de opciones potenciales (acciones o alternativas), que se pueden representar de diferentes formas y que constituye el objeto de problema de decisión en cuestión.

$$A = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$$

Un criterio es una norma mediante la cual se evalúan las diferentes alternativas con el objetivo de elegir una de ellas. El conjunto de criterios se define de la siguiente manera

$$G = \{g_1, g_2, \ldots, g_m\}$$

El desempeño de cada uno de los objetos del conjunto A, puede ser caracterizado tomando en cuenta uno o múltiples criterios (a los cuales también nos referiremos como atributos) . Cuando se utiliza un solo criterio $G = \{g_1\}$, es relativamente fácil para el decisor decidir cuál o cuáles alternativas son elegidas al considerar un problema del tipo

$$optimizar \{g_1(a) \mid a \in A\}$$

Sin embargo, cuando se tienen que considerar simultáneamente un conjunto de criterios de evaluación $G = \{g_1, g_2, \ldots, g_m\}$ el decisor se enfrenta a una situación de mayor complejidad (Figueira, 2005), que se puede representar como

$$optimizar \{g_1(a), g_2(a), \ldots, g_m(a) \mid a \in A\}$$

Esto normalmente refleja el carácter conflictivo entre el conjunto de criterios de evaluación, ya que es posible que exista una alternativa cuyo desempeño en ciertos criterios supere a otras alternativas, pero al mismo tiempo sea superada en otros criterios por otras alternativas.

Para que una alternativa domine a otra, se requiere que sea mejor o igual en todos los criterios y mejor en al menos uno de los criterios.

Usualmente no existe una alternativa que optimice todos los criterios al mismo tiempo, en estos casos se debe elegir una alternativa que se adecue mejor a la solución con respecto a las preferencias del decisor. La mayoría de los problemas de decisión tienen esta naturaleza multicriterio.

Elegir la mejor alternativa, o la alternativa más favorable no sigue un curso evidente, tampoco está definido matemáticamente, esto va a depender de las preferencias y prioridades de cada decisor. Para que una alternativa domine a la otra se requiere que sea mejor o igual en todos los criterios y mejor en al menos uno de los criterios.

Los problemas de decisión considerados en el Análisis Multicriterio para la Toma de Decisiones, tratan un conjunto finito de alternativas evaluadas sobre una familia de criterios coherentes. MCDA da al decisor herramientas y métodos para estructurar el problema, comparar y evaluar alternativas para apoyar el proceso de toma de decisiones.

Existen cuatro tipos de análisis que pueden apoyar significativamente al decisor (Roy, 1985) , los cuales son:

- Descripción: Consiste en identificar las características más notables de las alternativas y realizar una descripción de ellas basándose en sus características.
- Problema de Selección: Consiste en identificar la mejor alternativa o seleccionar un conjunto limitado de las mejores alternativas.
- Problema de clasificación: Consiste en asignar cada alternativa en categorías predefinidas. Estas categorías corresponden a un conjunto de M clases, donde M es el conjunto de etiquetas.
- Problema de ordenamiento. Construir un ordenamiento de las alternativas de la mejor a la peor.

La mayoría de los problemas de decisión se pueden representar en forma de tabla de decisión. La idea subyacente es que la consecuencia de cualquier acción está determinada no solo por la acción en sí, sino también por una serie de factores externos. Estos factores externos están fuera del control de quien toma las decisiones y son desconocidos para quien toma las decisiones en el momento de la decisión (French, 1988).

Entendemos por estado de naturaleza o simplemente estado, una descripción completa de estos factores externos. Por lo tanto, si el tomador de decisiones conociera el estado de naturaleza, es decir, los valores verdaderos de los factores externos, podría predecir con certeza la consecuencia de cualquier acción. Aunque quien toma las decisiones no conoce el verdadero estado de la naturaleza, el decisor sí sabe qué estados son posibles.

En aras de la simplicidad, supondremos que sólo es posible un número finito de estados mutuamente excluyentes y los etiquetamos como θ_1, θ_2,..., θ_n. De manera similar, supondremos que sólo hay un número finito de acciones posibles a_1, a_2,...a_m. Se debe elegir una y sólo una de estas acciones. Si x_{ij} es la consecuencia de tomar la acción a_i cuando θ_j es el estado verdadero, tenemos una tabla de decisión como la que se muestra en la tabla 1.1.

Los símbolos x_{ij} representan descripciones completas de las posibles consecuencias. Si el problema de decisión involucra resultados monetarios, las x_{ij} pueden tomar valores numéricos, pero en general no siempre es así.

Tabla 1.1: Forma general de las tablas de decisión

	Estados de la naturaleza			
Consecuencias	Θ_1	Θ_2	**...**	Θ_n
Acciones	$\mathbf{a_1}$	$\mathbf{x_{11}}$	**...**	$\mathbf{x_{1n}}$
	$\mathbf{a_2}$	$\mathbf{x_{21}}$	**...**	$\mathbf{x_{2n}}$
	.	.	**...**	.
	.	.	**...**	.
	.	.	**...**	.

	$\mathbf{a_m}$	$\mathbf{x_{m1}}$	**...**	$\mathbf{x_{mn}}$

Uno de los problemas abordados en este trabajo es la comparación de dos alternativas, ya que el modelo basado en argumentos compara dos objetos y calcula el índice de credibilidad de que exista cada una de las siguientes relaciones de preferencia básica:

- Preferencia
- Indiferencia
- Preferencia débil
- Incomparabilidad

La selección de la mejor alternativa no es un proceso obvio en lo absoluto, ni siquiera está bien definido matemáticamente; depende del sistema de preferencias y prioridades del decisor. Para que una alternativa domine a otra (solo en este caso la selección es independiente de las preferencias del decisor), se requiere que sea mejor o igual en todos los criterios y mejor en al menos uno de los criterios.

La toma de decisiones multicriterio (MCDM, por sus siglas en inglés) y el apoyo para la toma de decisiones multicriterio (MCDA, por sus siglas en inglés) es una disciplina de la investigación que evalúa explícitamente múltiples criterios en conflicto en la toma de decisiones (tanto en la vida diaria como en entornos como negocios, política y medicina). Los criterios que están en conflicto entre sí son comunes en la evaluación de las alternativas, por ejemplo: el costo o el precio suele ser uno de los criterios principales, y alguna medida de calidad suele ser otro criterio, estos criterios comúnmente están en conflicto entre sí. Al comprar un automóvil, el costo, la comodidad, la seguridad y el ahorro de combustible pueden ser algunos de los principales criterios que consideramos; es inusual que el automóvil más barato sea el más cómodo y el más seguro. En la gestión de carteras, los administradores están interesados en obtener altos rendimientos y, al mismo tiempo, reducir los riesgos; sin embargo, las acciones que tienen el potencial de generar altos rendimientos generalmente conllevan un alto riesgo de perder dinero. En una industria de servicios, la satisfacción del

cliente y el costo de brindar el servicio son criterios en conflicto.

Estructurar bien los problemas complejos y considerar varios criterios de manera explícita conduce a decisiones más informadas y mejores. Ha habido avances importantes en este campo desde el inicio de la disciplina moderna de toma de decisiones basada en múltiples criterios a principios de la década de 1960. Se han desarrollado una variedad de enfoques y métodos, muchos implementados por software especializado para la toma de decisiones y su aplicación en una variedad de disciplinas, que van desde la política y los negocios hasta el medio ambiente y la energía.

Algunos de estos métodos para el apoyo a la toma de decisiones multicriterio son el método ELECTRE desde su primera aparición a mediados de los años 60, cuando ELECTRE I fue propuesto por Bernard Roy, ELECTRE II, ELECTRE III y algunos más de la familia ELECTRE (Figueira, 2016) y PROMETHEE (*Preference Ranking Organization Methods for Enrichment Evaluations*). Estos métodos ofrecen una recomendación de solución para ciertos problemas. Tienen dos etapas, la etapa de construcción y la etapa de explotación.

El enfoque *outranking*, introducido por Roy en 1968 y explotado en primer lugar por la familia de métodos ELECTRE (Roy, 1990), es una metodología que se utiliza para modelar las preferencias de los responsables de la toma de decisiones. Se basa en relaciones de preferencia definidas en pares de alternativas (o acciones) y construidas sobre la base de la evaluación de acciones sobre un conjunto de múltiples criterios.

Otro método para el apoyo a la toma de decisiones multicriterio es el modelo basado en argumentos (Picos, 2017), el cual calcula el grado de credibilidad de la existencia de las relaciones de preferencia básica, que reflejan la manera intuitiva en la que un decisor real lo haría, mediante el uso de la teoría de la decisión, la ayuda a la decisión multicriterio, teoría de la argumentación y lógica difusa, el cual construye relaciones de no inferioridad (*outranking*) entre cada par de acciones, que en la práctica permiten resolver problemas de clasificación, ordenación, selección y *ranking*.

1.2 ANTECEDENTES

Este trabajo de investigación está basado en un trabajo de tesis doctoral (Picos, 2017) previo, donde se creó un modelo de decisión basado en argumentos, el cual depende de una gran cantidad de parámetros iniciales para representar al decisor. En este trabajo de tesis se desarrolló una herramienta computacional que permite la obtención de estos parámetros de manera indirecta, con algoritmos evolutivos. Además, este trabajo de investigación aborda un problema de optimización multicriterio, donde se distinguen las preferencias del decisor para los valores.

La importancia de este trabajo radica en la implementación del modelo de decisión basado en argumentos, el cual requiere de información de entrada por parte del decisor, de acuerdo a sus preferencias. La preferencia del decisor es necesaria en forma de valores y ciertos parámetros que necesita el modelo. Un decisor, se siente cómodo al ejercer su papel de decisor, es decir, al tomar decisiones. Sin embargo, al pedirle que nos dé los valores de su decisión no es tan cómodo, es como pedirle que explique el porqué de su decisión. Para resolver este problema existe el análisis de desagregación de preferencias, PDA por sus siglas en inglés. Esto es, la obtención indirecta de estos parámetros basándose en ejemplos de prueba dados por el decisor, que pudieran ser ejemplos de decisiones pasadas, ejemplos de asignación, etc.

Existen estudios en la literatura que utilizan algoritmos genéticos para realizar un análisis de desagregación de preferencias, los más recientes son:

Fernandez, et al., (2020) presentan una novedoso método para inferir el sistema implícito de preferencias del decisor a través de un enfoque de desagregación de preferencias basado en intervalos, guiado por un algoritmo genético cuya principal contribución es hacer frente al conocimiento imperfecto. Con conocimiento imperfecto, se refiere a que no cuenta con la suficiente información para caracterizar al decisor. La caracterización del decisor se realiza utilizando números de intervalo que representan todos los valores posibles que pueden alcanzar los parámetros. Una elicitación indirecta con conocimiento imperfecto es particularmente importante en la optimización de carteras, donde los inversores promedio tienden a no querer dedicar mucho tiempo a expresar los valores exactos de los parámetros de

un modelo que representa sus preferencias. Lo único que se requiere por parte del decisor es la creación del conjunto de referencias que contiene las decisiones del decisor y es a partir de este conjunto donde su propuesta extrae una aproximación al sistema implícito de preferencias del tomador de decisiones.

Fernandez et al., (2020) proponen un método de obtención de parámetros indirectos basado en la evolución que utiliza información de preferencias incrustada en ejemplos de asignación y ofrece un análisis de su impacto en la incorporación de las preferencias del decisor. Lo hacen a través de un algoritmo genético de optimización de objetivo único para inferir indirectamente los parámetros utilizando información de preferencias incluida en ejemplos de asignación. Los resultados muestran que el método estima correctamente los valores de los parámetros del modelo.

Fernandez et al., (2019) proponen un método de elicitación indirecta para los parámetros del modelo ELECTRE TRI-nB utilizando algoritmos genéticos. La calidad de la solución se sustenta midiendo la capacidad para restaurar los ejemplos de asignación y la capacidad de realizar asignaciones consistentes de nuevas acciones. Lo hacen a partir de dos experimentos que utilizan el procedimiento de asignación pseudoconjuntivo (una simulación extensa en la que se exploraron muchos modelos de preferencias, características del modelo, datos, tamaños de problemas y una prueba con datos reales).

Li et al., (2019) realizan una comparación entre MOEA/D y NSGA-III en un conjunto de nuevos problemas de referencia multiobjetivo. Además, también se estudia el rendimiento de estos dos algoritmos con diferentes tamaños de población en estos problemas de prueba. En este trabajo, se construye un conjunto de varios problemas multiobjetivo, entre ellos DTLZ y WFG que son dos suits de prueba representativas con escalabilidad en la cantidad de variables y objetivos. Estos problemas tienen dificultades como frente de pareto complicado, sesgo, desconexión o degeneración. Se hace experimentación con 3 y 5 objetivos y con 10 variables para todas las instancias de prueba. Se encontró que ambos algoritmos tienen dificultad para aproximar el frente de pareto en todos los problemas, ya sea en convergencia o en diversidad. En el caso de la optimización de muchos objetivos, el uso de un gran tamaño de población puede obtener mejores valores.

Fernandez et al., (2018) utilizan un nuevo enfoque para resolver el problema de clasificación ordinal con restricciones al número de objetos en las categorías. Para resolverlo, utilizan el método ELECTRE TRI-B, y resuelven el modelo con el algoritmo MOEA/D. Su trabajo aborda un problema de clasificación ordinal en el que los objetos (acciones) son evaluados por múltiples criterios. La investigación se centra en el problema de clasificación con restricciones al tamaño de las categorías (clases), cuando el encargado de la decisión siente la necesidad de establecer restricciones sobre el número de objetos que deben ser asignados a las diferentes categorías. El modelo preferencial obtenido reproduce la política de asignación del decisor implícita en el conjunto de referencia, considerando las restricciones sobre los tamaños de las categorías.

Farias, et al., (2018) proponen el uso de MOEA/D con pesos adaptativos uniformemente aleatorios (MOEA/D-URAW) que utiliza este método como un enfoque para la generación de subproblemas, lo que permite un tamaño de población flexible incluso cuando se trabaja con muchos problemas objetivos. Durante el proceso evolutivo, MOEA/D con pesos adaptativos agrega y elimina subproblemas en función del nivel de escasez de la población. Un conjunto de pesos distribuidos uniformemente generalmente conduce a soluciones bien distribuidas en un frente de Pareto. Sin embargo, hay dos dificultades principales: la geometría del problema, es decir, que se trate de un frente de pareto complejo (desconexión, sesgo, degeneración) y en segundo lugar, el tamaño de la población se vuelve inflexible a medida que crece el número de objetivos, porque se comporta de forma no lineal, es decir, cuando se trabaja con problemas multiobjetivo, el costo computacional aumenta significativamente. Para atacar estos problemas, la propuesta permite un tamaño de población flexible para los problemas multiobjetivo. Se compara esta propuesta con otras variantes de MOEA/D que usan vectores de peso fijo. En el proceso experimental, utilizan ocho problemas de prueba de la suite WFG4, los cuales tienen características de frente de pareto complicado. Cada problema tuvo 100 ejecuciones. Los resultados experimentales muestran que el MOEA/D-URAW presenta mejores o iguales resultados en el 77.5% de los problemas evaluados de 2 a 6 objetivos. Sin embargo, es importante notar que la adaptación propuesta no mejoró significativamente los resultados cuando la forma del frente de pareto es desconectada o convexa.

Assche et al., (2016) la idea de este trabajo es encontrar automáticamente los valores de los

parámetros de un modelo de clasificación utilizando ejemplos de clasificación. El método de clasificación que utilizan es *FlowSort* el cual se basa en la metodología PROMETHEE. Partiendo de una tabla de evaluaciones y asignaciones conocidas, proponen una heurística basada en un algoritmo genético para identificar los umbrales de peso, indiferencia y preferencia, pero también los perfiles que caracterizan las categorías. Se prueba el rendimiento del algoritmo y la calidad de las soluciones en tres conjuntos de datos, los cuales se dividieron en un conjunto de aprendizaje y un conjunto de prueba. Para cada conjunto de prueba y aprendizaje el algoritmo se ha ejecutado en el conjunto de aprendizaje para obtener los parámetros. Luego, los parámetros encontrados han sido evaluados en el conjunto de prueba. El rendimiento del algoritmo alcanza una tasa de predicción del 94%.

Covantes et al., (2016) proponen la combinación del método de clasificación de criterios múltiples THESEUS con un análisis de desagregación de preferencias basado en optimización evolutiva. Las principales características del método combinado se estudian mediante la realización de un extenso experimento que explora muchos modelos de preferencias y tamaños de problemas, así como diferentes grados de participación de los responsables de la toma de decisiones. Estos experimentos, se caracterizan por la efectividad del marco combinado y la importancia de la participación del tomador de decisiones. La propuesta funciona muy bien en la clasificación de problemas con pocas categorías y criterios; aunque es aceptable, su desempeño se va degradando por los incrementos en el número de categorías y criterios; tiende a mejorar cuando aumenta la cardinalidad del conjunto de referencia.

Zhang et al., (2016) presentan un enfoque de descomposición basado en un algoritmo evolutivo multiobjetivo modificado (MOEA/D) para resolver el problema de flujo de potencia óptimo con objetivos múltiples y en competencia. Además, se introduce un mecanismo de gestión de restricciones mixtas de eficiencia para mejorar la viabilidad de las soluciones finales de Pareto obtenidas. Los resultados experimentales indican que el algoritmo propuesto es capaz de encontrar soluciones de pareto óptimas, distribuídas uniformemente o que se aproximan al frente de pareto óptimo.

Sobrie et al., (2013) proponen una metaheurística diseñada para aprender los parámetros de

un modelo MR-Sort. Este algoritmo funciona en dos fases que se iteran. La primera fase consiste en resolver un programa lineal determinando los pesos y el umbral de mayoría, asumiendo un conjunto dado de perfiles. La segunda fase ejecuta una metaheurística que determina perfiles para un conjunto fijo de pesos y un umbral mayoritario. Se evaluó el algoritmo con modelos que tienen 10 criterios y de 3 a 5 categorías y conjuntos de aprendizaje que contienen 1000 ejemplos. Se observó que cuando el número de categorías aumenta, el algoritmo necesita más iteraciones para converger en un modelo que restaure correctamente todos los ejemplos de asignación. Los experimentos muestran que es posible encontrar un modelo que restaure al 99% de los ejemplos de asignación.

Fernández et al., (2012) proponen una elicitación indirecta evolutiva basada en múltiples objetivos del conjunto completo de parámetros del modelo ELECTRE III. El método evolutivo de inferencia multiobjetivo se ha extendido con éxito para inferir parámetros del modelo de preferencia reforzada. Utilizando NSGA-II, proporcionan gran evidencia experimental para respaldar la propuesta, que funciona bien incluso trabajando con conjuntos de referencia de tamaño pequeño.

Fernandez et al., (2009) proponen un método para inferir los parámetros de un modelo de clasificación difusa para la clasificación de criterios múltiples. Este enfoque permite utilizar la mayor parte de la información preferencial contenida en un conjunto de referencia. La idea central es caracterizar la calidad del modelo midiendo las discrepancias y concordancias entre las relaciones de preferencia derivadas del modelo de clasificación y la información preferencial contenida en un conjunto de referencia. Los parámetros del modelo se infieren de un problema de optimización multiobjetivo, de acuerdo con alguna información preferencial adicional de un decisor. Una vez que se ha ajustado el modelo, se realizan decisiones de clasificación sobre nuevos objetos. Se realizaron 5 experimentos en los cuales se eligieron al azar 41 objetos como conjunto de referencia y se ejecutó el algoritmo genético NSGA-II. La precisión máxima obtenida en los experimentos fue de 85% y la mínima de 67.5%, y se obtuvo una precisión promedio de 73%.

Doumpos et al., (2009) presentan una metodología de desagregación de preferencias evolutiva para inferir modelos de clasificación de rango superior apropiados a partir de

ejemplos de referencia proporcionados por un decisor, con el método ELECTRE-TRI. Se analizó el rendimiento de la propuesta tanto con los datos dentro de la muestra, es decir los datos que se utilizaron para el desarrollo del modelo, así como datos de prueba fuera de la muestra. Se obtuvo una precisión superior al 95% para ambos experimentos.

Los trabajos anteriores tienen en común que infieren los parámetros preferenciales utilizando la información preferencial de referencia, es decir, ejemplos de asignación, como los valores que ayudan a encontrar los nuevos parámetros. De tal manera que la solución propuesta trata de ajustar lo mejor posible los parámetros preferenciales de los modelos generados, respetando la información preferencial de entrada.

La tabla 1.2 muestra un resumen de los trabajos publicados recientemente en los cuales se aplica una desagregación de preferencias para diferentes problemas multiobjetivo.

Tabla 1.2: Análisis de desagregación de preferencias para problemas multiobjetivo

Publicación	**Año**	**No. de Objetivos**	**Tamaño de la población**	**Problema/ Modelo**	**Algoritmo genético**
An indirect elicitation method for the parameters of the ELECTRE TRI-nB model using genetic algorithms	2019	4	100	ELECTRE TRI-nB	Algoritmo genético propuesto
Comparison between MOEA/D and NSGA-III on a set of novel many and multi-objective benchmark problems with challenging difficulties	2019	3, 5	300	MaOPs	MOEA/D NSGA-III
Un nuevo enfoque para resolver el problema de clasificación ordinal con restricciones al número de objetos en las categorías	2018	4, 5, 6	455, 600, 800	ELECTRE TRI-B	MOEA
MOEA/D with Uniformly Randomly Adaptive Weights	2018	2 a 6	400	WFG4	MOEA/D
A modified MOEA/D	2016	3,4	100,300	OPF	MOEA/D

approach to the solution of multi-objective optimal power flow problem				problem	
Evolutionary multi-objective optimization for inferring outranking model's parameters under scarce reference information and effects of reinforced preference.	2012	3	100	ELECTRE-III	NSGA-II
Multicriteria sorting using a valued indifference relation under a preference disaggregation paradigm	2009	4	100,150	ELECTRE-TRI	NSGA-II

.

1.3 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

El modelo basado en argumentos, es un modelo teórico para calcular el grado de credibilidad de la existencia de las relaciones de preferencia básicas, basado en argumentos que reflejan la manera intuitiva en la que un decisor real lo haría. Este modelo compara dos objetos y nos dice en cuál de las relaciones de preferencia básica se asignan (Preferencia, Preferencia débil, Indiferencia, Incomparabilidad).

Llevar a la práctica dicho modelo requiere de mucho tiempo y esfuerzo cognitivo por parte del decisor, debido principalmente a la gran cantidad de parámetros que utiliza y que requiere que el decisor le asigne un valor acorde a sus preferencias. Es importante hacer notar que el decisor se siente cómodo al ejercer su papel como decisor, es decir, al tomar decisiones, pero no le es tan cómodo explicar su decisión. Al pedirle los valores de los parámetros es como pedirle que explique el porqué de su decisión.

En este trabajo se plantea la obtención indirecta de los valores de los parámetros que son necesarios para dicho modelo, en función de decisiones previas, por medio de un algoritmo genético (MOEA/D). Lo que se busca en este trabajo es encontrar los valores de los parámetros que simulan de mejor manera al decisor real.

1.3.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Se considera que se tiene un conjunto $T= \{t_1, t_2, \dots t_n\}$, de objetos de decisión, evaluados en un conjunto de criterios coherentes $G= \{g_1, g_2, \dots g_n\}$, cuyos valores son conocidos y se tiene la información preferencial del resultado de comparar todas las parejas de objetos del conjunto T (núcleo de referencia) con la familia de criterios coherentes G. Se tiene también un conjunto $Q= \{q_1, q_2, \dots q_n\}$, cuyos valores son desconocidos y los cuales también evalúan los elementos del conjunto T.

Considerando esta información de entrada, el problema consiste en encontrar los valores de los parámetros del modelo base (basado en argumentos) que reproduzcan lo más fielmente posible el sistema preferencial implícito en las comparaciones conocidas en el conjunto T. Lo

anterior nos lleva a resolver un problema de optimización multicriterio, es decir, el problema de minimizar las discrepancias producidas por las posibles soluciones, es decir, por los conjuntos de valores de los parámetros.

Formalización:

Sea **Ω**={***δ***/***δ*** representa un modelo de preferencias de un decisor, es decir, es un conjunto de valores de los parámetros}.

Sean:

n1(***δ***) = número de discrepancias producidas por ***δ*** (número de comparaciones distintas entre en decisor y el modelo ***δ***)

Relaciones:

$aS(\boldsymbol{\delta})b$ – significa que según el modelo ***δ***, el objeto a es al menos tan bueno como el objeto b.

$aP(\boldsymbol{\delta})b$ – significa que según el modelo ***δ***, el objeto a es preferido al objeto b.

$aR(\boldsymbol{\delta})b$ – significa que según el modelo ***δ***, el objeto a es incomparable al objeto b.

$aI(\boldsymbol{\delta})b$ – significa que según el modelo ***δ***, el objeto a es indiferente al objeto b.

$aQ(\boldsymbol{\delta})b$ – significa que según el modelo ***δ***, el objeto a es preferentemente débil al objeto b.

Problema:

$$optimizar\ f(n1(\boldsymbol{\delta})) \ = \ \{\, min\, n1(\boldsymbol{\delta}) \,/\, \boldsymbol{\delta} \in \boldsymbol{\Omega}\}$$

El problema planteado implica la necesidad de modelar las preferencias del decisor, las cuales están implícitas en el conjunto de referencia T (Figura 1.1).

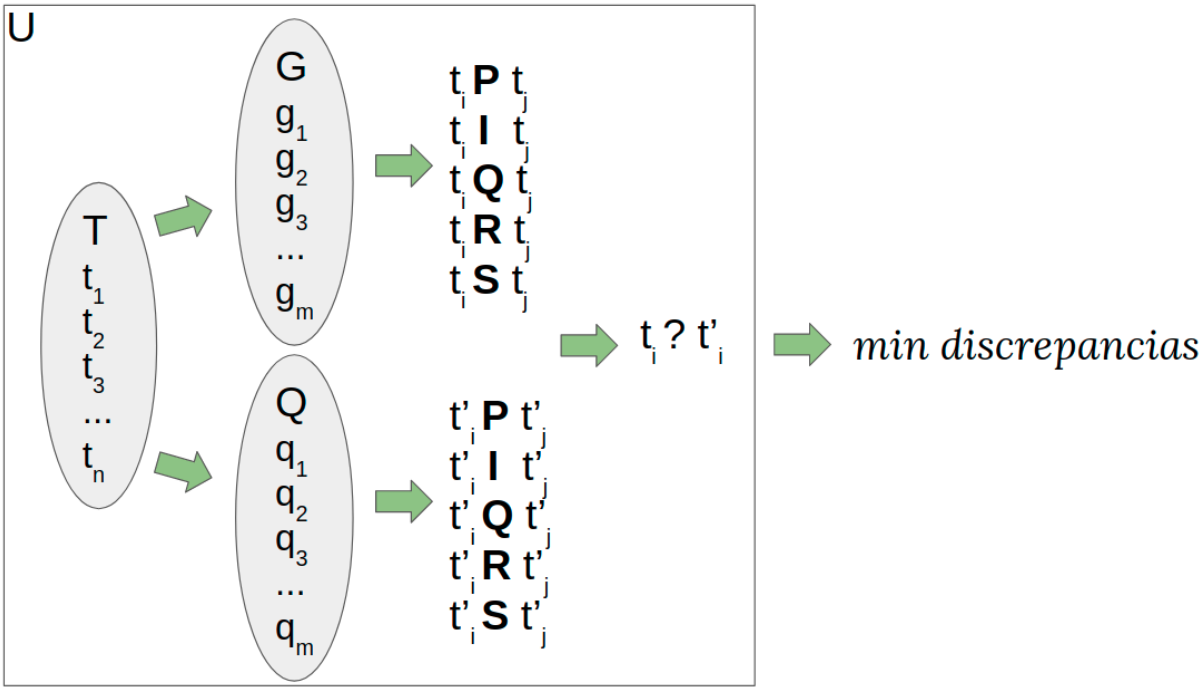

Figura 1.1: Planteamiento del problema

La propuesta utiliza una técnica de desagregación de preferencias para extraer la información preferencial del decisor implícita en un conjunto de referencias (conjunto *T*). Para resolver el modelo multiobjetivo se utilizará el algoritmo MOEA/D, tomando como entrada la información preferencial del decisor.

1.4 OBJETIVOS

1.4.1 OBJETIVO GENERAL

Definir una función multiobjetivo para minimizar las discrepancias y desarrollar una herramienta computacional que permita encontrar los valores de los parámetros que reflejen las preferencias del decisor, es decir, que optimizan la función multiobjetivo.

1.4.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Desarrollar la implementación computacional del modelo basado en argumentos, que permita la comparación entre alternativas.
- Definir la función que permita reflejar el nivel de discrepancia que se obtiene, al asignar los valores a los parámetros preferenciales, entre el modelo y la realidad representada en T.
- Encontrar una técnica de búsqueda que pueda enfrentar el problema de optimización de la función de discrepancia, para obtener un modelo de preferencias basado en un conjunto de entrenamiento, utilizando una técnica de desagregación de preferencias.
- Desarrollar e implementar un algoritmo mediante una experimentación previa para ajustar los parámetros del algoritmo que permita encontrar el mejor modelo.

1.5 HIPÓTESIS

Es posible obtener en forma indirecta los valores de los parámetros del modelo basado en argumentos que reflejen las preferencias de un decisor, implícitas en un conjunto de referencia, con un nivel de precisión superior al 90%.

1.6 ESTRUCTURA DE LA TESIS

En el capítulo 2 se presentan los fundamentos teóricos necesarios para el desarrollo de este trabajo de tesis. En el capítulo 3 se presenta una propuesta del análisis de desagregación de preferencias implementado con una metaheurística y los resultados experimentales obtenidos. En el capítulo 4 se muestra la experimentación y resultados obtenidos. Por último, en el capítulo 5 se presentan las conclusiones y el trabajo a futuro.

CAPÍTULO 2
MARCO TEÓRICO

2.1 DEFINICIONES Y CONCEPTOS BÁSICOS

Debido a que necesitaremos describir muchas veces la preferencia de quien toma la decisión, es necesario introducir una notación compacta, la cual también nos permitirá identificar una estructura común en muchos de los argumentos que se presentarán a lo largo de este estudio. Diremos que:

$$a > b$$

para decir que el decisor prefiere estrictamente el objeto 'a' sobre el objeto 'b'. En otras palabras, si el decisor tiene que elegir entre estas dos alternativas, el decisor estará en desacuerdo si es forzado a elegir b sobre a. Por objeto, nos referimos a cualquier cosa sobre la cual es posible expresar preferencia.

También dejemos en claro que el decisor es racional, si con tres objetos a, b, c, el decisor afirma que:

$a > b$ y $b > c$, entonces debe afirmar que $a > c$. Esto se conoce como transitividad. Las preferencias del decisor deben ser transitivas.

También las preferencias del decisor deben ser asimétricas, por ejemplo:

Si para dos objetos, a y b, el decisor sostiene que:

$a > b$, entonces no puede afirmar que $b > a$.

Agregando el concepto de indiferencia, usaremos la notación:

$a \sim b$, para denotar la indiferencia. Significa que el decisor es indiferente entre dos objetos 'a' y 'b', en otras palabras, está satisfecho en elegir ya sea la alternativa a o la alternativa b.

Para cada tres objetos, $a,\ b,\ c$, si el decisor sostiene que:

$a \sim b$ y $b \sim c$, entonces también debe afirmar que $a \sim c$.

Es conveniente agregar dos supuestos adicionales: reflexividad, $a \sim a$ y simetría:

Para cada par de objetos $a,\ b$, si el decisor sostiene que:

$a \sim b$, tambien debe afirmar que $b \sim a$.

Como se describió previamente, > y ~ son individualmente transitivos, por lo que parece razonable suponer que son conjuntamente transitivos, por ejemplo:

Para cada tres objetos, $a,\ b,\ c$, si el decisor sostiene que:

$a \sim b$ y $b > c$, también debe afirmar que $a > c$, y si se afirma que: $a > b$ y $b \sim c$, entonces también se debe sostener que $a > c$.

Sea $C = \{C_1, C_2, \ldots C_M\}$ el conjunto finito de categorías ordenadas, donde (M>=2), C_M es la categoría preferida. Con referida nos referimos a la que mejor satisface el problema de decisión a tratar.

Sea $T = \{t_1, t_2, \ldots t_h\}$ el conjunto finito de objetos o acciones de referencia, donde $|T| = h$.

Sea $A = \{ a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ un conjunto finito de decisión con objetos o acciones a clasificar, donde $|A| = n$.

Sea $G = \{g_1, g_2, \ldots, g_m\}$ una familia coherente de criterios donde $g_j(a)$ es la evaluación del j-ésimo criterio de la acción a, dónde $a \in A$, $g_j(a) \in \mathbb{R}^+$ y $|G| = m$.

Sea $W = \{w_1, w_2, \ldots, w_m\}$ el conjunto de pesos, donde $w_j \in (0,1)$ denota la importancia del j-ésimo criterio g_j, donde $g_j \in G$ y $\sum_{j=1}^{m} w_j = 1$.

2.1.1 MODELO BASADO EN ARGUMENTOS

El término argumentación se refiere a "la actividad total de plantear pretensiones, ponerlas en cuestión, respaldarlas produciendo razones, criticando esas razones, refutando esas críticas, etc" (Atienza, 2005).

El término razonamiento se refiere a "la actividad central de presentar las razones a favor de una pretensión, así como para mostrar de qué manera esas razones tienen éxito en dar fuerza a la pretensión" (Atienza, 2005).

La palabra argumento proviene del latín "argumentum", que está compuesta por "arguere" que significa "dejar en claro" y "mentum" cuyo significado corresponde a "instrumento, medio, o resultado". Entonces, decimos que un argumento es dejar en claro un asunto a través de un instrumento. Un argumento es una especie de prueba o demostración acerca de un tema en específico. Dicho de otra manera, un argumento es un conjunto de enunciados o proposiciones compuestas de tres partes: una presunción, un conjunto de premisas y una inferencia de las premisas a la presunción.

La lógica detrás del modelo basado en argumentos se basa en los argumentos que el decisor considera como suficientes a favor de alguna de las proposiciones de las relaciones de preferencia que se puedan dar. Por ejemplo, la proposición "el objeto a es preferido al objeto b", significa que el decisor considera que tiene los suficientes argumentos a favor de esta proposición y no tiene argumentos fuertes en contra. La lógica difusa parece un buen modelo que refleja estas situaciones. Una proposición como la anterior, denotada *aPb*, toma un valor entre [0,1].

2.1.2 ESQUEMAS DE ARGUMENTACIÓN

Los esquemas de argumentación son formas de argumentos que capturan patrones estereotípicos del razonamiento humano. Un esquema de argumentación muy utilizado, y que utiliza el modelo basado en argumentos, es el Esquema de Argumentación de Toulmin (Toulmin, 2003), el cual incorpora, contrario a los argumentos estándar consistentes de premisas y presunción, elementos adicionales multi-que describen diferentes roles que las

premisas pueden jugar en el argumento.

Las situaciones y problemas con respecto a los cuales se argumenta pueden ser muy distintos, y como consecuencia, el razonamiento cambia en relación a las situaciones. Sin embargo, es posible plantear algunas cuestiones que son comunes: una de estas cuestiones es la de cuál es la estructura de los argumentos, esto es, de qué elementos se componen los argumentos, qué funciones cumplen dichos elementos y cómo se relacionan entre sí. Otra es la de la fuerza de los argumentos, esto es, la cuestión de con qué intensidad y bajo qué circunstancias el material presentado en la argumentación suministra un apoyo en relación con la pretensión que se emplea en la argumentación.

2.1.3 CONJUNTOS DIFUSOS

Sea A un conjunto del universo X, la función característica asociada a A, A(x), $x \in X$, se define como:

$$A(x) = 1, \text{ si } x \in A$$

$$0, \text{ si } x \notin A$$

La función A: $X \rightarrow \{0,1\}$ induce una restricción, con un límite bien definido, sobre los objetos del universo X que pueden ser asignados al conjunto A. El concepto de conjunto difuso lo que hace es relajar este requerimiento y admite valores intermedios en la función característica, que pasa a denominarse función de pertenencia. Si un objeto pertenece a una categoría es con un grado, el cual puede ser expresado por un número real en el intervalo [0,1]. Entre más cercano a 1 sea el grado, indicará mayor pertenencia a una categoría determinada y entre más cercano sea a 0, indicará menor pertenencia a dicha categoría.

Un conjunto difuso se define como una colección de objetos con valores de pertenencia entre 0 (exclusión completa) y 1 (pertenencia completa). Los valores de pertenencia expresan los grados con los que cada objeto es compatible con las propiedades o características distintivas de una colección.

2.2 TIPO DE PROBLEMA A TRATAR

Los problemas de decisión pueden ser clasificados en dos categorías: discretos y continuos. En el primer tipo, los objetos (acciones) se describen explícitamente, generalmente en forma enumerativa. (Doumpos, 2004) sustenta que dentro de los problemas discretos, existen cuatro tipos de análisis o problemas de decisión, que pueden ayudar al decisor en su tarea de realizar su decisión, los cuales son: identificarlas y describirlas por sus características, ordenarlas en orden de la mejor a la peor, seleccionar las mejores y clasificarlas en grupos homogéneos. En la segunda clase el conjunto de objetos se describe por un conjunto de restricciones; la región factible está formada por un conjunto de gran cardinalidad, incluso no numerable. Por ello, sólo se puede identificar la región donde se encuentran las alternativas de decisión, conocida como región factible o región solución, en la cual, cada uno de los puntos dentro de dicha región, concierne a una acción específica.

2.2.1 OPTIMIZACIÓN DE UN OBJETIVO

Optimizar significa encontrar los valores máximos (maximización) o mínimos (minimización) de una función entre todas las soluciones factibles del problema. En problemas con un solo objetivo, existe una única función a optimizar. Aquel individuo (solución en el espacio del problema) que se corresponde con el valor máximo/mínimo del problema, es la solución al problema de optimización. Formalmente se define como:

$$minimizar\ F(x) = f(x)$$

$$sujeto\ a\ x \in \mathbf{\Omega}$$

donde $\mathbf{\Omega}$ es el espacio de decisión, F: $\mathbf{\Omega} \rightarrow \mathbb{R}$ consiste en una función objetivo real y $\mathbb{R}$ es llamado el espacio objetivo.

2.2.2 OPTIMIZACIÓN MULTIOBJETIVO

La mayoría de los problemas de optimización del mundo real son multiobjetivo. Esto quiere decir, que suelen tener dos o más funciones objetivo que deben satisfacerse simultáneamente y que posiblemente estén en conflicto entre sí. Sin embargo, a fin de simplificar su solución,

muchos de estos problemas tienden a modelarse como mono-objetivo usando solo una de las funciones originales y manejando las adicionales como restricciones.

Un problema multiobjetivo difiere de un problema mono-objetivo, dado que los primeros requieren la optimización simultánea de más de una función objetivo en paralelo. La noción del óptimo tiene que ser redefinida en este contexto, donde en lugar de buscar una única solución mejor, se intenta producir un conjunto de buenas soluciones de compromiso. El desafío principal de los algoritmos de optimización multiobjetivo es encontrar este conjunto de soluciones para ofrecer al tomador de decisiones las mejores alternativas entre las disponibles, para que seleccione una de ellas.

Un problema de optimización multiobjetivo (MOP) se define formalmente de la siguiente manera (Zhang et al., 2007):

$$minimizar\ F(x) = (f_1(x), f_2(x), \ldots, f_{num\_obj}(x))$$

$$sujeto\ a\ x \in \mathbf{\Omega}$$

donde $\mathbf{\Omega}$ es el espacio de decisión, F: $\mathbf{\Omega} \rightarrow \mathbb{R}^{num\_obj}$ consiste de num_obj funciones objetivo reales y $\mathbb{R}^{num\_obj}$ es llamado el espacio objetivo.

2.3 PROBLEMAS MULTIOBJETIVO

La mayoría de los problemas del mundo real son multiobjetivo, normalmente tienen dos o más funciones objetivo que deben satisfacer simultáneamente y que la mayoría de los casos están en conflicto entre sí. Pocos problemas involucran alternativas que puedan representarse adecuadamente con solo dos atributos. Por lo general, es necesario utilizar varios atributos adicionales antes de modelar satisfactoriamente todos los factores de importancia para quienes toman las decisiones.

Las formulaciones multiobjetivo son modelos realistas para muchos problemas complejos de optimización de ingeniería. En muchos problemas de la vida real, los objetivos considerados entran en conflicto entre sí, y la optimización de una solución particular con respecto a un solo objetivo puede dar lugar a resultados inaceptables con respecto a los otros objetivos. Una solución razonable a un problema multiobjetivo es investigar un conjunto de soluciones, cada una de las cuales satisface los objetivos a un nivel aceptable sin estar dominada por ninguna otra solución. (Haiming, 2006).

El objetivo del apoyo para la toma de decisiones multicriterio es ayudar al decisor a hacer frente a problemas donde está implícita la agregación de múltiples criterios, sobre todo cuando existen objetivos contradictorios, lo cual a menudo es una tarea compleja. Dicho de otra manera, el objetivo de la optimización multiobjetivo es encontrar el conjunto de soluciones aceptables y presentarlas al decisor, que luego elegirá entre ellas. Las restricciones o criterios adicionales especificados antes o después de la búsqueda por el decisor pueden ayudar a guiar, refinar o acotar la búsqueda (Ngatchou, 2005).

Existen dos enfoques generales para la optimización de objetivos múltiples. Una es combinar las funciones objetivo individuales en una única función compuesta. El segundo enfoque general es determinar un conjunto completo de soluciones óptimas de Pareto o un subconjunto representativo. Un conjunto óptimo de Pareto es un conjunto de soluciones que no están dominadas entre sí. Los conjuntos de soluciones óptimas de Pareto a menudo se prefieren a las soluciones individuales porque pueden ser prácticos cuando se consideran problemas de la vida real, ya que la solución final del tomador de decisiones es siempre una

compensación. Los conjuntos óptimos de Pareto pueden ser de varios tamaños, pero el tamaño del conjunto de Pareto generalmente aumenta con el aumento en el número de objetivos. (Haiming, 2006).

Recordando un poco lo visto en la sección anterior, un problema de minimización multiobjetivo se define como:

$$\textit{minimizar } F(x) = (f_1(x), f_2(x), \ldots, f_k(x)) \qquad (2.1)$$
$$\textit{sujeto a } x \in \mathbf{\Omega}$$

Donde $F(x)$ es la función objetivo k-dimensiones, $f_i(x)$ es el i-ésimo objetivo a ser maximizado, x es el vector de decisión y $\mathbf{\Omega}$ es la región factible (Zhang, 2007).

En la mayoría de los casos los objetivos se contradicen unos a otros, no existe un punto que minimice/maximice a todos simultáneamente, por lo tanto se tiene que encontrar un balance entre ellos. El balance adecuado depende de las preferencias del tomador de decisiones, y por lo tanto no puede definirse tan rigurosamente en términos de las características matemáticas del problema. Sin embargo, las buenas soluciones deben pertenecer a un conjunto que sí tiene una definición matemática precisa el conjunto de óptimos de Pareto.

Sea $u, v \in \mathbb{R}^{num\_obj}$, se dice que u domina a v si y solamente si $u_i \leq v_i$ para cada i $\in$ {1, …, num_obj} y $u_i \leq v_i$ para al menos un índice j $\in$ {1, …, num_obj}. Un punto $x^* \in \mathbf{\Omega}$ es óptimo de Pareto de si no hay un punto $x \in \mathbf{\Omega}$ tal que *F(x)* domine a *F(x*)*. *F(x*)* es llamado vector óptimo de Pareto. La mejora de cualquier objetivo en un punto óptimo de Pareto lleva al empeoramiento en al menos uno de los otros objetivos. El conjunto de todos los vectores óptimos de Pareto es llamado el frente de Pareto (PF por sus siglas en inglés) (Zhang, 2007).

Una solución es óptima de Pareto (solución no dominada) si no es dominada por ninguna otra solución del espacio de soluciones. El conjunto de soluciones no dominadas es el conjunto de soluciones óptimas de Pareto y compone la solución óptima del problema multiobjetivo. Normalmente no existe una única solución óptima de Pareto a un problema multiobjetivo,

existe un conjunto (en ocasiones infinito) de soluciones no dominadas que forman la frontera de pareto.

En la figura 2.1, vemos un ejemplo de frontera de pareto. Los cuadrados representan posibles soluciones o decisiones (valores menores son preferidos). La opción o solución "C" no está en la frontera de pareto dado que es preferido (dominado) por "A" y "B". Estos a su vez no son dominados por ningún otro y por lo tanto están en la frontera.

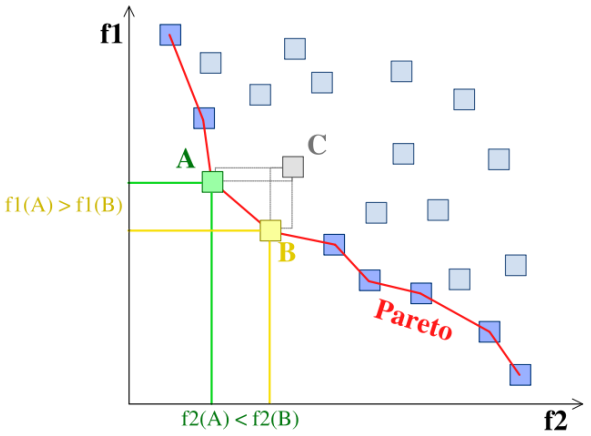

Figura 2.1: Frontera de Pareto.

Un problema de optimización multiobjetivo puede ser resuelto con métodos convencionales de programación matemática lineal o no lineal, de acuerdo a las características de las funciones objetivo y restricciones del problema. Pero para el tratamiento de la fuerte no-linealidad que conduce a formas inusuales de la frontera de Pareto, los algoritmos evolutivos se han convertido en una herramienta moderna fundamental, con ventajas claras sobre la programación matemática convencional (Coello, 1999).

2.4 MODELOS DE DECISIÓN

Dentro del marco de la ayuda a la toma de decisiones multicriterio, existen métodos de análisis basados en un enfoque relacional, como por ejemplo, la familia de métodos ELECTRE y PROMETHEE. Este tipo de métodos ofrecen como resultado una recomendación de solución para ciertos problemas que se presentan en el área de la toma de decisiones, como pueden ser el problema de elección (*choice*), clasificación (*sorting*) y ordenamiento (*ranking*) de alternativas. Para resolver este tipo de problemas, estos métodos dividen el problema a resolver en dos fases. La primera es la etapa de construcción, que consiste en modelar la integración de las preferencias del tomador de decisiones a partir de relaciones de preferencia. La información resultante de esta etapa sirve como información de entrada a la siguiente, llamada etapa de explotación del modelo. El resultado de esta última etapa, es la recomendación final particular dependiendo del problema de decisión que se esté abordando.

El método ELECTRE III se utiliza para ofrecer una recomendación para el problema de ordenamiento de las alternativas. En la etapa de construcción de este método, se construyen relaciones de no-inferioridad difusas aSσb entre cada par de alternativas. Se ha observado que en ciertas situaciones el modelo que utiliza ELECTRE III para construir estas relaciones de no-inferioridad calcula valores de credibilidad que no se apegan al sentido común, lo cual puede llevar a que la recomendación resultante en la etapa de explotación no refleje el sentido común del decisor. (Picos, 2017).

2.5 ANÁLISIS DE DESAGREGACIÓN DE PREFERENCIAS

Los enfoques indirectos para obtener los valores de los parámetros del modelo de preferencias para la ayuda a la toma de decisiones con múltiples criterios son de creciente interés porque implican un esfuerzo cognitivo relativamente menor por parte del tomador de decisiones (Fernandez,2019). Los métodos de elicitación indirecta se basan, en general, en técnicas de regresión ordinal aplicadas sobre un conjunto de ejemplos de entrenamiento o referencias proporcionados por el decisor sobre juicios holísticos; esto se conoce en la literatura como el paradigma del análisis de desagregación de preferencias (PDA, por sus siglas en inglés). Estos enfoques pueden requerir un esfuerzo cognitivo relativamente menor por parte del decisor. La razón subyacente es que los decisores a menudo se sienten más cómodos al hacer juicios de decisión que al explicarlos.

El análisis de desagregación de preferencias, utiliza métodos para inferir un conjunto de parámetros a partir de un conjunto de ejemplos de decisión (Doumpos, 2009). Los ejemplos de decisión pueden ser proporcionados por:

- Decisiones previamente hechas por el decisor.
- Decisiones sobre un conjunto limitado de acciones ficticias en las cuales el decisor puede expresar fácilmente juicios preferenciales (políticas de decisión).
- Decisiones sobre un subconjunto de acciones bajo consideración, en las cuales el decisor se sienta cómodo expresando una política de decisión.

De acuerdo a (Greco, et al., 2008), los procedimientos basados en desagregación de preferencias están teniendo un creciente interés porque implican relativamente menos esfuerzo cognitivo por parte del decisor. En (Fernández, et. al., 2019), se propone un método de elicitación indirecta del conjunto de parámetros necesarios en el modelo ELECTRE III-nB con preferencias reforzadas y contraveto, propuesto en (Roy y Slowinski, 2008). El método propuesto por Fernández, et. al. (2019), tiene un enfoque de optimización multiobjetivo resuelto con algoritmos evolutivos. En su trabajo, Fernández et al., muestran una buena cantidad de evidencia experimental, además, el método propuesto tiene buenos resultados incluso con conjuntos de referencia con cardinalidad pequeña. Otro punto interesante de su trabajo es que exploran la manera de obtener información preferencial del decisor de una

manera operacional.

El desarrollo de un modelo de decisión multicriterio puede ser basado en procedimientos de elicitación de parámetros de preferencia de manera directa o indirecta. En los procedimientos directos el decisor debe especificar los parámetros preferenciales a través de una proceso interactivo guiado por un analista de decisión. Generalmente el decisor muestra dificultad cuando se le pide que asigne valores a los parámetros cuyo significado son poco claros para él. Por otro lado, el análisis de desagregación de preferencias, al ser un método indirecto, utiliza métodos inspirados en regresión, para inferir un conjunto de parámetros preferenciales de un conjunto de ejemplos de decisión.

El objetivo de un análisis de desagregación de preferencias es inferir los parámetros preferenciales que se aproximen con la mayor precisión posible a las preferencias del decisor, implícitas en el conjunto de acciones de referencia. Se espera que con los parámetros preferenciales obtenidos, las futuras evaluaciones realizadas con el modelo sean consistentes con las evaluaciones que realizaría el decisor.

2.6 METAHEURÍSTICAS

Dado a que nuestro problema a tratar es un problema de optimización, trataremos de encontrar el mínimo de una función, en lo cual trataremos de usar un método que nos dé un muy buen resultado en poco tiempo. Para esta búsqueda haremos uso de las metaheurísticas.

Una metaheurística es un método heurístico para resolver un tipo de problema computacional general, usando los parámetros dados por el usuario sobre procedimientos genéricos y abstractos de una manera que se espere eficiente. Las metaheurísticas generalmente se aplican a problemas que no tienen un algoritmo o heurística específica que dé una solución satisfactoria, o bien cuando no es posible implementar ese método óptimo. Las metaheurísticas son procedimientos de búsqueda de alto nivel que aplican ciertos tipos de reglas con base en alguna fuente de conocimiento, a fin de poder realizar una exploración más eficiente del espacio de búsqueda.

La mayoría de los algoritmos convencionales o clásicos son deterministas. Por ejemplo, el método símplex en programación lineal es determinista. Algunos algoritmos de optimización deterministas utilizan la información de gradiente, se denominan algoritmos basados en gradientes.

Para los algoritmos estocásticos, en general tenemos dos tipos: heurísticos y metaheurísticos, aunque su diferencia es pequeña. Dicho de manera simple, heurístico significa "encontrar" o "descubrir por ensayo y error". Se pueden encontrar soluciones de calidad a un problema de optimización aunque en un período de tiempo razonable, pero no hay garantía de que se alcancen las soluciones óptimas. Se espera que estos algoritmos funcionen la mayor parte del tiempo, pero no todo el tiempo. Esto es bueno cuando no queremos necesariamente las mejores soluciones, sino buenas soluciones que sean de fácil acceso.

Un mayor desarrollo sobre los algoritmos heurísticos son los llamados algoritmos metaheurísticos. Aquí meta- significa "más allá" o "nivel superior" y generalmente funcionan mejor que las heurísticas simples. Además, todos los algoritmos metaheurísticos utilizan ciertas compensaciones entre la aleatorización y la búsqueda local. Vale la pena señalar que en la literatura no existen definiciones consensuadas de heurística y metaheurística; algunos

usan "heurística" y "metaheurística" indistintamente. Sin embargo, la tendencia reciente tiende a nombrar todos los algoritmos estocásticos con aleatorización y búsqueda local como metaheurísticas. La aleatorización proporciona una buena manera de pasar de la búsqueda local a la búsqueda a escala global. Por lo tanto, casi todos los algoritmos metaheurísticos pretenden ser adecuados para la optimización global.

Las heurísticas son una forma de ensayo y error para producir soluciones aceptables para un problema complejo en un tiempo razonablemente práctico. La complejidad del problema de interés hace que sea imposible buscar todas las posibles soluciones o combinaciones, el objetivo es encontrar una buena solución factible en un plazo de tiempo aceptable. No hay garantía de que se puedan encontrar las mejores soluciones, e incluso no sabemos si un algoritmo funcionará y por qué sí funciona. La idea es tener un algoritmo eficiente pero práctico que funcione la mayor parte del tiempo y sea capaz de producir soluciones de buena calidad. Entre las soluciones de calidad encontradas, se espera que algunas de ellas sean casi óptimas, aunque no hay garantía de tal óptima.

Los dos componentes principales de cualquier algoritmo metaheurístico son: intensificación y diversificación, o explotación y exploración (Yang, 2010). La diversificación significa generar soluciones diversas para explorar el ritmo de búsqueda a escala global, mientras que la intensificación significa enfocarse en la búsqueda en una región local explotando la información de que una buena solución actual se encuentra en esta región. Esto se combina con la selección de las mejores soluciones. La selección de las mejores asegura que las soluciones cubrirán la optimalidad, mientras que la diversificación vía aleatorización evita que las soluciones queden atrapadas en óptimos locales y, al mismo tiempo, aumenta la diversidad de las soluciones. La buena combinación de estos dos componentes principales generalmente asegurará que la optimización global sea alcanzable.

Los algoritmos metaheurísticos se pueden clasificar de muchas formas. Una forma es clasificarlos como: basados en la población y basados en la trayectoria. Por ejemplo, los algoritmos genéticos se basan en poblaciones, ya que utilizan un conjunto de cadenas, al igual que la optimización del enjambre de partículas (PSO, por sus siglas en inglés), que utiliza múltiples agentes o partículas.

Por otro lado, el recocido simulado utiliza un solo agente o solución que se mueve a través del espacio de diseño o el espacio de búsqueda en un tratamiento por partes. Siempre se acepta una mejor jugada o solución, mientras que una jugada no tan buena puede aceptarse con cierta probabilidad. Los pasos o movimientos trazan una trayectoria en el espacio de búsqueda, con una probabilidad distinta de cero de que esta trayectoria pueda alcanzar el óptimo global.

Las heurísticas parecen particularmente adecuadas para resolver problemas de optimización multiobjetivo, porque son menos susceptibles a la forma o continuidad del frente de Pareto (por ejemplo, pueden tratar fácilmente con frentes de Pareto discontinuos o cóncavos), mientras que esto es una preocupación real para las técnicas de programación matemática. Además, muchas heurísticas actuales (por ejemplo, algoritmos evolutivos, optimización de enjambres de partículas, etc.) se basan en la población, lo que significa que podemos apuntar a generar varios elementos del conjunto óptimo de Pareto en una sola ejecución.

Los algoritmos genéticos son probablemente los algoritmos evolutivos más populares en términos de diversidad de sus aplicaciones. La gran mayoría de los problemas de optimización conocidos se han probado mediante algoritmos genéticos. Además, los algoritmos genéticos se basan en poblaciones y muchos algoritmos evolutivos modernos se basan directamente en algoritmos genéticos o tienen fuertes similitudes.

2.7 ALGORITMOS GENÉTICOS

Los algoritmos genéticos están inspirados en la teoría darwiniana de la evolución (Holland, 1992), en la que se simulaba la supervivencia de criaturas más aptas y sus genes. Los algoritmos genéticos son algoritmos basados en la población. Cada solución corresponde a un cromosoma y cada parámetro representa un gen. Evalúan la aptitud de cada individuo de la población mediante una función de aptitud (objetivo). Para mejorar las soluciones deficientes, las mejores se eligen al azar con un mecanismo de selección (por ejemplo, ruleta). Es más probable que este operador elija las mejores soluciones ya que la probabilidad es proporcional a la aptitud (valor objetivo). Lo que disminuye caer en los óptimos locales es la probabilidad de elegir también soluciones deficientes. Esto significa que si las buenas soluciones quedan atrapadas en una solución local, se pueden extraer con otras soluciones.

Los algoritmos genéticos son métodos adaptativos que se usan para resolver problemas de búsqueda y optimización. Estos algoritmos están basados en el principio de la evolución. Durante generaciones, las poblaciones van evolucionando en la naturaleza conforme los principios de selección natural y la supervivencia del más fuerte, propuestos por Darwin (Darwin, 1859). Imitando a estos procesos, los algoritmos genéticos van generando soluciones para problemas del mundo real. La evolución de dichas soluciones hacia valores óptimos del problema depende en buena medida de una adecuada codificación de las mismas.

La tendencia a utilizar la computación evolutiva en el marco de desagregación de preferencias, en particular los algoritmos genéticos va en aumento (Cruz-Reyes, 2017), (Doumpos, 2019). Esto se debe, por ejemplo, a su tratamiento de la no linealidad y su capacidad para realizar una optimización global en tiempo polinómico (Coello, 2007).

El concepto de AG fue desarrollado por Holland y sus colegas en las décadas de 1960 y 1970 (Holland, 1992). Los algoritmos genéticos se inspiran en la teoría evolucionista que explica el origen de las especies. En la naturaleza, las especies débiles y no aptas de su entorno se enfrentan a la extinción por selección natural. Los fuertes tienen una mayor oportunidad de transmitir sus genes a las generaciones futuras a través de la reproducción. A la larga, las especies que llevan la combinación correcta en sus genes se vuelven dominantes en su

población. A veces, durante el lento proceso de evolución, pueden ocurrir cambios aleatorios en los genes. Si estos cambios brindan ventajas adicionales en el desafío de la supervivencia, las nuevas especies evolucionan a partir de las antiguas. Los cambios fallidos son eliminados por selección natural.

Los algoritmos genéticos son estocásticos, por lo que uno podría preguntarse qué tan confiable son. Lo que hace que estos algoritmos sean confiables y capaces de estimar el óptimo global para un problema dado es el proceso de mantener las mejores soluciones en cada generación y usarlas para mejorar otras soluciones. Como tal, toda la población se vuelve mejor generación tras generación. El cruce entre individuos da como resultado la explotación del "área" entre las dos soluciones progenitoras dadas. Este algoritmo también se beneficia de la mutación. Este operador cambia aleatoriamente los genes en los cromosomas, lo que mantiene la diversidad de los individuos en la población y aumenta el comportamiento exploratorio de GA. Similar a la naturaleza, el operador de mutación podría resultar en una solución sustancialmente mejor y conducir otras soluciones hacia el óptimo global (Mirjalili, 2018).

Se han desarrollado muchas variantes de los algoritmos genéticos los cuales se aplican a muchos problemas de optimización, por ejemplo el reconocimiento de patrones, el problema del viajero, el mercado financiero y la optimización multiobjetivo en ingeniería.

Existen muchas ventajas de los algoritmos genéticos sobre los algoritmos tradicionales, por ejemplo: la habilidad de tratar con problemas complejos de optimización y el paralelismo. La población actúa como agentes independientes que pueden explorar el espacio de búsqueda en múltiples direcciones. Los algoritmos genéticos enfatizan la importancia de la cruza sexual sobre el de la mutación, y usan selección probabilística.

El algoritmo básico es el siguiente (Coello, 2017):

- Generar (aleatoriamente) una población inicial.
- Calcular la aptitud de cada individuo.
- Seleccionar (probabilísticamente) en base a su aptitud.
- Aplicar operadores genéticos (cruza y mutación) para generar la siguiente población.

- Ciclar hasta que cierta condición se satisfaga.

En la figura 2.2, se ilustra una representación tradicional es una cadena binaria a la cual le llamamos “cromosoma”. Cada posición de la cadena se conoce como “gen” y el valor dentro del gen se le denomina “alelo”.

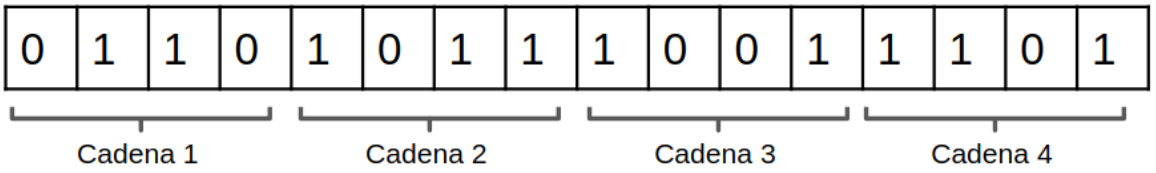

Figura 2.2: Ejemplo de cadena binaria

2.7.1 POBLACIÓN INICIAL

El algoritmo genético comienza con una población aleatoria. Esta población se puede generar a partir de una distribución aleatoria gaussiana para aumentar la diversidad. Esta población incluye múltiples soluciones, que representan cromosomas de individuos. Cada cromosoma tiene un conjunto de variables, que simula los genes. El objetivo principal en el paso de inicialización es difundir las soluciones en el espacio de búsqueda de la manera más uniforme posible para aumentar la diversidad de la población y tener más posibilidades de encontrar regiones prometedoras.

2.7.2 SELECCIÓN

La selección natural es la principal inspiración de este componente para el algoritmo genético. En la naturaleza, los individuos más aptos tienen una mayor probabilidad de obtener alimento y aparearse. Esto hace que sus genes contribuyan más en la producción de la próxima generación de la misma especie. Inspirándose en esta simple idea, el algoritmo genético emplea el método de ruleta para asignar probabilidades a los individuos y seleccionarlos para crear la próxima generación proporcional a sus valores de aptitud (objetivos).

Este mecanismo simula la selección natural del individuo más apto de la naturaleza. Dado que la ruleta es un operador estocástico, los individuos menos aptos tienen una pequeña probabilidad de participar en la creación de la próxima generación. Si una mala solución tiene "suerte" de ser seleccionada, sus genes pasan a la siguiente generación. Se debe evitar descartar tales soluciones, ya que reducen la diversidad de la población.

Existen diferentes técnicas para la selección de los individuos para reproducirse. Para este trabajo se utilizó la selección por torneo que se describe a continuación:

Selección por torneo

Se seleccionan aleatoriamente N individuos que compiten entre sí seleccionando el mejor. En esta alternativa el mejor individuo siempre es seleccionado.

La selección por torneo establece un procedimiento de selección de padres muy extendido y en el cual la idea consiste en escoger al azar un número de individuos de la población N, tamaño del torneo (generalmente el tamaño del torneo es 2), seleccionar el mejor individuo de este grupo, y repetir el proceso hasta que el número de individuos seleccionados coincidan con el tamaño de la población N.

2.7.3 CRUZA

Después de seleccionar a los individuos mediante un operador de selección, deben emplearse para crear la nueva generación. En la naturaleza, los cromosomas de los genes de un hombre y una mujer se combinan para producir un nuevo cromosoma. Esto se simula combinando dos soluciones (soluciones principales) seleccionadas por torneo para producir dos nuevas soluciones (soluciones secundarias) en el algoritmo genético. Existen diferentes técnicas para el operador de cruce en la literatura. Generalmente se establece un punto de cruce y a partir de ese punto es donde se combina la información de ambos padres. La figura 2.3 muestra un ejemplo del punto de cruce y la figura 2.4 muestra un ejemplo de la combinación de ambos padres.

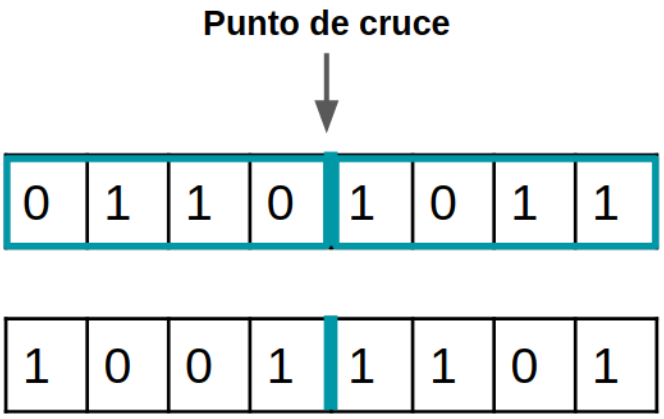

Figura 2.3: Padres antes de la cruza.

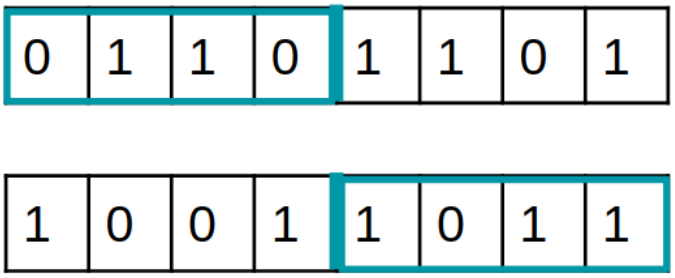

Figura 2.4: Hijos generados después de la cruza.

2.7.7 MUTACIÓN

El último operador evolutivo, en el que uno o varios genes se alteran después de crear soluciones hijos. La tasa de mutación se establece baja, porque las tasas de mutación altas convierten a un algoritmo genético en una búsqueda aleatoria primitiva. El operador de mutación mantiene la diversidad de la población al introducir otro nivel de aleatoriedad. De hecho, este operador evita que las soluciones se vuelvan similares y aumenta la probabilidad de evitar soluciones locales en el algoritmo genético.

En resumen, la mayoría de los algoritmos evolutivos utilizan los tres operadores evolutivos: selección, cruce y mutación. Estos operadores se aplican a cada generación para mejorar la

calidad de los genes en la próxima generación. Otro operador evolutivo popular es el elitismo, en el que una o varias de las mejores soluciones se mantienen y se transfieren sin modificaciones a la siguiente generación. El objetivo principal es evitar que dichas soluciones se degraden al aplicar los operadores de cruce o mutación.

El algoritmo genético comienza con una población aleatoria de individuos. Hasta el criterio final, este algoritmo mejora la población utilizando los tres operadores mencionados anteriormente. La mejor solución en la última población se devuelve como la mejor aproximación del óptimo global para un problema dado. La tasa de selección, cruce y mutación se puede cambiar o configurar para fijar números durante la optimización.

Uno de los primeros algoritmos genéticos multiobjetivo, VEGA, fue propuesto por Schaffer (Shaffer, 1985). Posteriormente, se desarrollaron varios algoritmos evolutivos multiobjetivos, incluido el algoritmo genético multiobjetivo (MOGA) (Fleming, 1993), el algoritmo genético de nicho de pareto (NPGA) (Horn, 1994), el algoritmo genético basado en el peso (WBGA) (Hajela, 1992), el algoritmo genético Murataponderado aleatorio (RWGA) (Murata, 1995), Algoritmo genético de clasificación no dominado (NSGA) (Srinivas, 1994), Algoritmo evolutivo de Pareto de fuerza (SPEA) (Zitzler, 1999), SPEA mejorado (SPEA2) (Zitzler, 2001), Estrategia de evolución de archivo Pareto (PAES) (Knowles, 2000), Algoritmo de selección basado en envolvente de Pareto (PESA) (Corne, 2000), Selección basada en región en optimización evolutiva multiobjetivo (PESA-II) (Corne, 2001), Algoritmo genético de clasificación rápida no dominada (NSGA-II) (Deb, 2002), Algoritmo evolutivo multiobjetivo (MOEA) (Sarker, 2002), Micro-GA (Coello, 2001), Algoritmo genético basado en rangos de densidad (RDGA) (Lu, 2003) y un Algoritmo evolutivo multiobjetivo basado en descomposición. (MOEA/D) (Zhang, 2007). Tenga en cuenta que, aunque hay muchas variaciones de algoritmos genéticos multiobjetivo en la literatura, estos algoritmos genéticos citados son algoritmos bien conocidos y creíbles que se han utilizado en muchas aplicaciones y sus resultados se han probado en varios estudios comparativos.

Hay muchas ventajas de los algoritmos genéticos sobre los algoritmos tradicionales de optimización. Las ventajas principales son: la habilidad de tratar con problemas complejos de optimización y el paralelismo. Los algoritmos genéticos pueden tratar con varios tipos de

optimización si la función objetivo es estacionaria o no estacionaria (cambia con el tiempo), lineal o no lineal, continua o discontinua, o con ruido aleatorio. Los individuos de la población actúan como agentes independientes que pueden explorar el espacio de búsqueda en múltiples direcciones. Esta característica hace a los algoritmos genéticos ideales para paralizarlos en su implementación.

Los algoritmos evolutivos parecen especialmente adecuados para resolver problemas de optimización multiobjetivo, porque tratan simultáneamente con un conjunto de posibles soluciones (la denominada población). Esto nos permite encontrar varios miembros del conjunto óptimo de Pareto en una sola ejecución del algoritmo, en lugar de tener que realizar una serie de ejecuciones separadas como en el caso de las técnicas tradicionales de programación matemática. Además, los algoritmos evolutivos son menos susceptibles a la forma o continuidad del frente de Pareto (por ejemplo, pueden tratar fácilmente con frentes de Pareto discontinuos o cóncavos), mientras que estos dos problemas son una preocupación real para las técnicas de programación matemática.

El potencial de los algoritmos evolutivos en la optimización multiobjetivo fue insinuado por Rosenberg en la década de 1960, pero la primera implementación real se produjo a mediados de la década de 1980 (Schaffer, 1984). Durante diez años, el campo permaneció prácticamente inactivo, pero comenzó a crecer a mediados de la década de 1990, en la que se desarrollaron varias técnicas y aplicaciones.

2.8 MOEA/D

ALGORITMO EVOLUTIVO MULTIOBJETIVO BASADO EN DESCOMPOSICIÓN

MOEA/D es un algoritmo evolutivo basado en descomposición (Zhang, 2007). Este algoritmo descompone un problema multiobjetivo (MOP) en N subproblemas de optimización. Resuelve simultáneamente estos subproblemas considerando una población de soluciones. En cada generación, la población está compuesta por las mejores soluciones encontradas hasta el momento por cada subproblema. Las relaciones de vecindad entre los subproblemas se basan en las distancias entre sus coeficientes de agregación. Cada problema en MOEA/D es optimizado utilizando solamente información de sus subproblemas vecinos. MOEA/D tiene las siguientes características.

- Provee una manera simple y eficiente de introducir un enfoque de descomposición en computación evolutiva multiobjetivo.
- Debido a que MOEA/D optimiza N subproblemas de optimización en lugar de resolver el MOP como uno solo, cuestiones como la asignación de desempeño y conservación de diversidad que causan dificultades para algoritmos MOEAs de no descomposición, pueden ser más sencillas de manejar en el marco de MOEA/D.
- MOEA/D tiene una complejidad computacional más baja en cada generación que NSGA-II y otros conocidos algoritmos multiobjetivo.

MOEA/D necesita descomponer el MOP en consideración. Cualquier enfoque de descomposición puede servir para este propósito; en esta implementación se utilizará el enfoque de Tchebycheff propuesto en Zhang et al., 2007. En este enfoque el problema de optimización escalar es de la forma:

$$minimizar\ g^{te}(x|\lambda, z^*) = \max_{1 \le i \le num\_obj}\{\lambda i|fi(x) - z_i^*|\} \qquad (2.2)$$

sujeto a $x \in \mathbf{\Omega}$, donde $z^* = (z_1^*,...,z_{num\_obj}^*)^T$ es el punto de referencia, es decir, $z_i^* = max\{f_i(x)|x \in \mathbf{\Omega}\}$ para cada $i = 1, \ldots, num\_obj$. Para cada punto óptimo de pareto x^* existe un

vector de peso λ tal que x^* es la solución óptima de (2.2) y en cada solución óptima de (2.2) es una solución óptima de Pareto de (2.1).

En cada generación t, MOEA/D con el enfoque Tchebycheff mantiene:

- Una población de N puntos $x^1, \ldots, x^N \in \Omega$, donde x^i es la solución actual del i-ésimo subproblema.
- $FV^1, \ldots, FV^N$, donde FV^i es el valor F de x^i, es decir, $FV^i = F(x^i)$ para cada i = 1, …, N.
- $z = (z_1, \ldots, z_{num\_obj})^T$, donde z, es el mejor valor encontrado hasta el momento para el objetivo fi.
- Una población externa EP, la cual es utilizada para almacenar soluciones no dominadas encontradas durante la búsqueda.

El algoritmo trabaja de la siguiente manera:

Entradas:

- MOP (1);
- Un criterio de parada
- N, número de subproblemas considerados en MOEA/D.
- N vectores de peso separados uniformemente: $\lambda^1, \ldots, \lambda^N$.
- T, el número de vectores de peso en el vecindario para cada vector de peso.

Salida:

- EP (población externa).

El algoritmo de MOEA/D se describe a continuación:

Paso 1) Inicialización:

Paso 1.1) Inicializar EP = {0}.

Paso 1.2) Calcule las distancias euclidianas entre dos vectores de peso cualesquiera y luego calcule los T vectores de peso más cercanos a cada vector de peso. Por cada $i = 1 \ldots N$, establece $B(i) = \{i_1, \ldots i_T\}$, donde $\lambda^{i1}, \ldots \lambda^{iT}$ son los T vectores de peso más cercanos a λ^i.

Paso 1.3) Genera una población inicial $x^1, \ldots, x^N$ random o por un método específico del problema. Establece $FV^i = F(x^i)$.

Paso 1.4) Inicializar $z = (z_1, ..., z_{num\_obj})^T$ por un método específico del problema.

Paso 2) Actualización:

For $i = 1, ... N$, hacer

Paso 2.1) Reproducción. Seleccione aleatoriamente dos índices k, l de $B(i)$, y luego genere una nueva solución y de x^k y x^l mediante el uso de operadores genéticos.

Paso 2.2) Mejora: Aplique una heurística de reparación/mejora específica del problema en y para producir y'.

Paso 2.3) Actualización de z: Para cada $j = 1, ..., num\_obj$, if $z_j < f_j(y')$, entonces establecer $z_j = f_j(y')$.

Paso 2.4) Actualización de las soluciones vecinas. Por cada índice $j \in B(i)$, si $g^{te}(y'|\lambda^j, z) \leq g^{te}(x^j|\lambda^j, z)$, entonces establecer $x^j = y'$ y $FV^j = F(y')$.

Paso 2.5) Actualización de EP:

Eliminar de EP todos los vectores dominados por $F(y')$.

Agregar $F(y')$ a EP si no hay vectores en EP que dominen $F(y')$.

Paso 3) Criterio de parada:

Si se satisface el criterio de parada, entonces detenerse y la salida será EP.

Si no, ir al **paso 2**.

2.9 MODELO PARA CALCULAR EL GRADO DE VERDAD DE LA EXISTENCIA DE RELACIONES DE PREFERENCIA BÁSICAS

El modelo basado en argumentos, es un modelo para el apoyo a la toma de decisiones, el cual calcula el grado de credibilidad de la existencia de las relaciones de preferencia básicas (preferencia, indiferencia, preferencia débil e incomparabilidad) basado en la manera intuitiva en la que un decisor real lo haría.

Este modelo compara dos objetos y nos da como resultado un valor (llamado grado de validez) para cada una de las relaciones de preferencia básica, y con estos valores se calcula a cuál de las relaciones pertenece esa comparación. El grado de validez representa el grado de verdad de que existan las relaciones de preferencia básicas. La manera en cómo el modelo calcula este grado de validez no formó parte de este trabajo, sin embargo se tratará de explicar en las secciones siguientes como lo calcula.

DEFINICIONES Y CONCEPTOS BÁSICOS

Con el fin de entender el modelo propuesto, es necesario especificar lo siguiente (Roy, 1990):

Alternativas: En un proceso de decisión multicriterio, las alternativas corresponden a las posibles acciones u opciones que se tienen en consideración. Se define de la siguiente manera:

Sea $A = \{a_1, a_2, ..., a_m\}$ el conjunto finito de decisión con posibles acciones o alternativas, donde $|A|=m$, $m \in \mathbb{N}$.

Familia coherente de criterios: Los criterios de evaluación deben estar diseñados para capturar la naturaleza multidimensional del desempeño de las alternativas. Al elegir una familia de criterios para evaluar al conjunto de alternativas, ésta debe ser legible, exhaustiva y no redundante. Se define de la siguiente manera:

Sea $J = \{g_1, g_2, ..., g_n\}$ una familia coherente de criterios, donde $g_j(a)$ es la evaluación en el j-ésimo criterio de la alternativa a, dónde $a \in A$, $g_j(a) \in \mathbb{R}^+$ y $|J|=n$, $n \in \mathbb{N}$.

Pesos: Determinan la importancia relativa que tiene cada criterio de evaluación respecto al decisor. Se definen de la siguiente manera:

Sea $W = \{w_1, w_2,...,w_n\}$ el conjunto de pesos, donde $w_j \in [0,1]$ denota la importancia del j-ésimo criterio g_j, donde $g_j \in J$ y $\sum w_{1...n} = 1$

Es importante aclarar que esta información se asume como existente y servirá como Información de entrada del modelo.

Sistema relacional de preferencias

El sistema relacional de preferencias está formado por cuatro relaciones fundamentales (Roy, 1996):

- Indiferencia (*I*): *a I b* significa que existen razones claras y positivas para considerar que las alternativas son equivalentes. *I* es una relación simétrica.

- Preferencia estricta (*P*): *aPb* significa que existen razones claras y positivas para justificar que una de las dos alternativas (*a*) es significativamente preferida a la otra (*b*). P es una relación asimétrica.

- Preferencia débil (*Q*): *aQb* refleja una situación de duda entre *aPb* y *aIb*. Es una relación asimétrica.

- Incomparabilidad (*R*): las alternativas son incomparables en el sentido que ninguna de las tres situaciones anteriores predomina. Se denota por *aRb.*

Relaciones de preferencia básicas

Preferencia estricta $a \succ b$

Significa que el decisor prefiere la alternativa 'a' sobre la 'b'. Dicho de otra forma, estaría decepcionado si fuese obligado a tomar la alternativa 'b'.

Indiferencia $a \sim b$

Significa que el decisor es indiferente entre las alternativas 'a' y 'b'. Operacionalmente la indiferencia se interpreta como que el decisor no se siente inconforme si se le obliga a escoger entre 'a' o 'b'.

Preferencia débil: $a \succsim b$

Significa que el decisor sostiene que la alternativa 'a' es al menos tan buena como la 'b'. No se sentiría defraudado si se le forzara a tomar la alternativa 'a'.

Coaliciones de criterios

Las coaliciones se basan en ciertos valores numéricos que se denominan umbrales. Para cada criterio es necesario definir un conjunto de umbrales. Estos umbrales representan la percepción personal del decisor al momento de comparar las evaluaciones de las alternativas en cada criterio. En la tabla 2.1 se definen el conjunto de umbrales:

Tabla 2.1: Umbrales de preferencia

UMBRAL	**SÍMBOLO j=1...n**	**DESCRIPCIÓN**	**Condición**
Indiferencia	$q_j \in \mathbb{R}^+$	Representa el valor máximo hasta donde el decisor permite que una alternativa a sea indiferente a una alternativa b.	Se tiene que establecer para cada criterio j
Preferencia estricta	$p_j \in \mathbb{R}^+$	Representa el valor mínimo a partir del cual el decisor está seguro que la alternativa a es preferida sobre la alternativa b.	Se tiene que establecer para cada criterio j $\mathbf{q_j < p_j}$

Preferencia pre-intensa	$s_j \in \mathbb{R}^+$	Representa el valor mínimo a partir del cual el decisor comienza a percibir que la alternativa a tiene una preferencia considerable sobre la alternativa b.	Se tiene que establecer para cada criterio j $\mathbf{p_j < s_j}$
Preferencia intensa	$r_j \in \mathbb{R}^+$	Representa el valor mínimo a partir del cual el decisor está seguro que la alternativa a tiene una preferencia considerable sobre la alternativa b.	Se tiene que establecer para cada criterio j $\mathbf{s_j < r_j}$
Veto	$v_j \in \mathbb{R}^+$	Representa el valor mínimo a partir del cual el decisor está seguro que la alternativa a no puede ser indiferente o preferida sobre la alternativa b, no importando ya las evaluaciones que tenga la alternativa a en los demás criterios.	Solo se establece en criterios donde el decisor lo considere necesario En caso de existir: $r_j < v_j$
Dictadura	$d_j \in \mathbb{R}^+$	Representa el valor mínimo a partir del cual el decisor está seguro que la alternativa a es preferida sobre la alternativa b, no importando ya las evaluaciones que tenga la alternativa b en los demás criterios.	Solo se establece en criterios donde el decisor lo considere necesario. En caso de existir: $r_j < d_j$

El modelo existente calcula los índices de credibilidad de cada una de las relaciones de preferencia básicas en términos de los aspectos mencionados anteriormente.

Llamaremos índice de credibilidad a la función cuyo resultado expresa el grado de verdad que se presente una relación de preferencia básica determinada entre dos alternativas.

El modelo también consta de coaliciones de los criterios, los cuales son:

- **Coalición de criterios a favor** $C_{FAVOR}(a, b)$: En esta coalición se encuentran los criterios sobre los cuáles se cumple que

$$g_j(a)\text{-}g_j(b) \geq p_j$$

Dónde: $p_j \in \mathbb{R}^+$ es el umbral de preferencia estricta del criterio j.

- **Coalición de criterios indiferentes** $C_{INDIF}(a, b)$: En esta coalición se encuentran los criterios sobre los cuáles se cumple que

$$|g_j(a)\text{-}g_j(b)| \leq q_j$$

Dónde: $q_j \in \mathbb{R}^+$ es el umbral de indiferencia del criterio j.

- **Coalición de criterios en contra** $C_{CONTRA}(a, b)$: En esta coalición se encuentran los criterios sobre los cuáles se cumple que

$$g_j(a)\text{-}g_j(b) \leq -p_j$$

Dónde: $p_j \in \mathbb{R}^+$ es el umbral de preferencia estricta del criterio j.

- **Coalición de criterios intensamente a favor** $C_{FAVOR\_INT}(a, b)$: En esta coalición se encuentran los criterios sobre los cuáles se cumple que

$$g_j(a)\text{-}g_j(b) \geq r_j$$

Dónde: $r_j \in \mathbb{R}^+$ es el umbral de preferencia intensa del criterio j y además se cumple que $C_{FAVOR\_INT}(a, b) \subseteq C_{FAVOR}(a, b)$.

- **Coalición de criterios intensamente en contra** $C_{CONTRA\_INT}(a, b)$: En esta coalición se encuentran los criterios sobre los cuáles se cumple que

$$g_j(a)\text{-}g_j(b) \leq -r_j$$

Dónde: $r_j \in \mathbb{R}^+$ es el umbral de preferencia intensa del criterio j y además se cumple que $C_{CONTRA\_INT}(a, b) \subseteq C_{CONTRA}(a, b)$.

- **Coalición de criterios con capacidad de veto** $C_{VETO}(a, b)$: En esta coalición se encuentran los criterios sobre los cuáles se cumple que

$$g_j(a)\text{-}g_j(b) \leq -v_j$$

Dónde: $v_j \in \mathbb{R}^+$ es el umbral de veto del criterio j.

- **Coalición de criterios con capacidad de dictadura** $C_{DICT}(a, b)$: En esta coalición se

encuentran los criterios sobre los cuáles se cumple que

$$g_j(a)\text{-}g_j(b) \geq d_j$$

Dónde: $d_j \in \mathbb{R}^+$ es el umbral de veto del criterio j y además se cumple que $C_{DICT}(a,b) \subseteq C_{FAVOR}(a,b)$.

2.9.2 PERTENENCIA DE CRITERIOS A LAS COALICIONES

Para modelar la pertenencia de los criterios a las coaliciones definidas se tiene que para cada par de acciones $a \in A$ y $b \in A$ se definen conjuntos difusos con las siguientes funciones de membresía trapezoidales:

a) **Conjunto difuso de $C_{FAVOR}(a,b)$**, donde la función de membresía μ_j ($C_{FAVOR}(a,b)$): $\mathbb{R} \rightarrow [0,1]$ está definida en la figura 2.5:

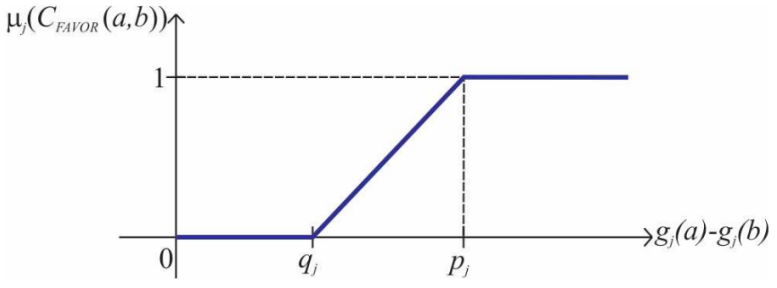

Figura 2.5: Función de membresía μ_j (C_{FAVOR}(a,b))

Dónde:

$$\mu_j(C_{FAVOR}(a,b)) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad g_j(a)\text{-}g_j(b) < q_j \\ \dfrac{g_j(a)-g_j(b)-q_j}{p_j-q_j} & \text{si} \quad q_j \leq g_j(a)\text{-}g_j(b) < p_j \\ 1 & \text{si} \quad g_j(a)\text{-}g_j(b) \geq p_j \end{cases}$$

b) **Conjunto difuso de C_{INDIF}** (a,b), donde la función de membresía μ_j ($C_{INDIF}(a,b)$): $\mathbb{R} \rightarrow [0,1]$ está definida en la figura 2.6:

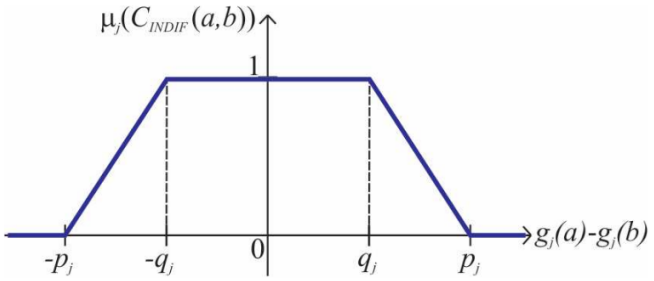

Figura 2.6: Función de membresía μ_j ($C_{INDIF}(a, b)$)

Dónde:

$$\mu_j(C_{INDIF}(a,b)) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad |g_j(a)-g_j(b)| \geq p_j \\ \frac{|g_j(a)-g_j(b)|-p_j}{q_j-p_j} & \text{si} \quad q_j \leq |g_j(a)-g_j(b)| < p_j \\ 1 & \text{si} \quad |g_j(a)-g_j(b)| \leq q_j \end{cases}$$

c) **Conjunto difuso de C_{CONTRA}** (a, b), donde la función de membresía μ_j ($C_{CONTRA}(a, b)$): $\mathbb{R} \rightarrow [0,1]$ está definida en la figura 2.7:

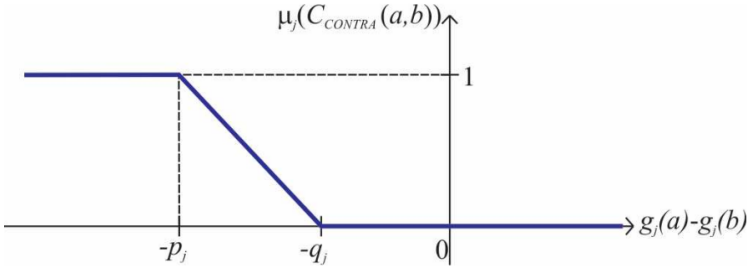

Figura 2.7: Función de membresía μ_j ($C_{CONTRA}(a, b)$)

Dónde:

$$\mu_j(C_{CONTRA}(a,b)) = \begin{cases} 1 & \text{si} \quad g_j(a)-g_j(b) \leq -p_j \\ \frac{-[g_j(a)-g_j(b)]-q_j}{p_j-q_j} & \text{si} \quad -p_j < g_j(a)-g_j(b) < -q_j \\ 0 & \text{si} \quad g_j(a)-g_j(b) \geq -q_j \end{cases}$$

d) **Conjunto difuso de C_{FAVOR_INT}** (a, b), donde la función de membresía μ_j ($C_{FAVOR\_INT}(a, b)$): $\mathbb{R} \rightarrow [0,1]$ está definida en la figura 2.8:

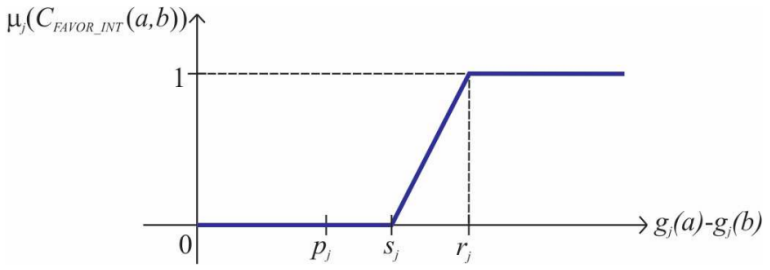

Figura 2.8: Función de membresía μ_j ($C_{FAVOR\_INT}(a, b)$)

Dónde:

$$\mu_j(C_{FAVOR\_INT}(a,b))=\begin{cases} 0 & \text{si} \quad g_j(a)-g_j(b) \le s_j \\ \frac{g_j(a)-g_j(b)-s_j}{r_j-s_j} & \text{si} \quad s_j < g_j(a)-g_j(b) < r_j \\ 1 & \text{si} \quad g_j(a)-g_j(b) \ge r_j \end{cases}$$

e) **Conjunto difuso de C_{CONTRA_INT}** (a, b), donde la función de membresía μ_j ($C_{CONTRA\_INT}(a, b)$): $\mathbb{R} \rightarrow [0,1]$ está definida en la figura 2.9:

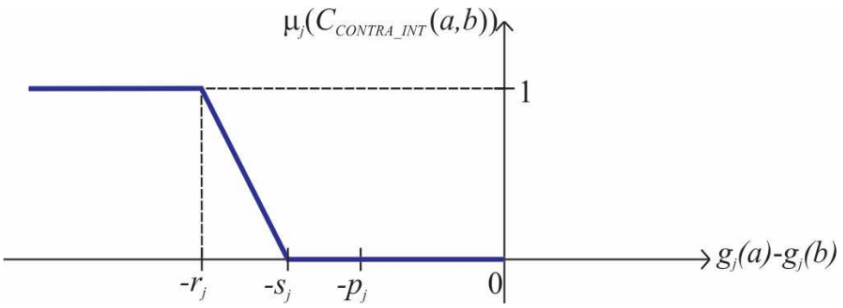

Figura 2.9: Función de membresía μ_j ($C_{CONTRA\_INT}(a, b)$)

Dónde:

$$\mu_j(C_{CONTRA\_INT}(a,b))=\begin{cases} 1 & \text{si} \quad g_j(a)-g_j(b) \le -r_j \\ \frac{-[g_j(a)-g_j(b)]-s_j}{r_j-s_j} & \text{si} \quad -r_j < g_j(a)-g_j(b) < -s_j \\ 0 & \text{si} \quad g_j(a)-g_j(b) \ge -s_j \end{cases}$$

f) **Conjunto difuso de C_{VETO}** (a, b), donde la función de membresía μ_j ($C_{VETO}(a, b)$): $\mathbb{R} \rightarrow [0,1]$ está definida en la figura 2.10:

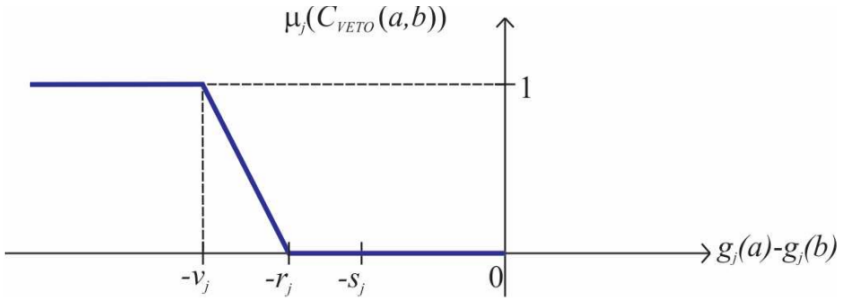

Figura 2.10: Función de membresía μ_j ($C_{VETO}(a, b)$)

Dónde:

$$\mu_j(C_{VETO}(a,b)) = \begin{cases} 1 & \text{si } g_j(a)-g_j(b) \leq -v_j \\ \frac{-[g_j(a)-g_j(b)]-r_j}{v_j-r_j} & \text{si } -v_j < g_j(a)-g_j(b) < -r_j \\ 0 & \text{si } g_j(a)-g_j(b) \geq -r_j \end{cases}$$

g) **Conjunto difuso de C_{DICT}** (a, b), donde la función de membresía μ_j ($C_{DICT}(a, b)$): $\mathbb{R}$ → [0,1] está definida en la figura 2.11:

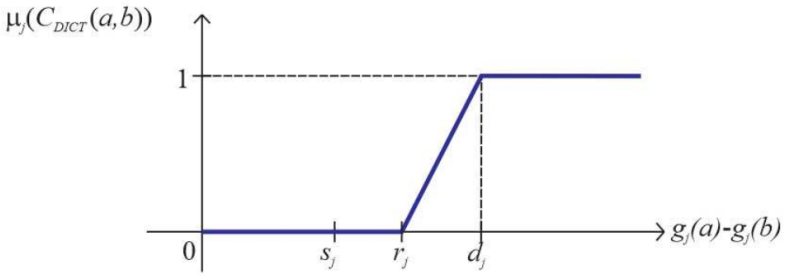

Figura 2.11: Función de membresía μ_j ($C_{DICT}(a, b)$)

Dónde:

$$\mu_j(C_{DICT}(a,b)) = \begin{cases} 0 & \text{si } g_j(a)-g_j(b) \leq r_j \\ \frac{g_j(a)-g_j(b)-r_j}{d_j-r_j} & \text{si } r_j < g_j(a)-g_j(b) < d_j \\ 1 & \text{si } g_j(a)-g_j(b) \geq d_j \end{cases}$$

En la figura 2.12 se muestran las funciones de membresía de todos los conjuntos difusos definidos anteriormente. Estas funciones están definidas en el modelo basado en argumentos (Picos, 2017), en el cual está basado este trabajo de desagregación de preferencias.

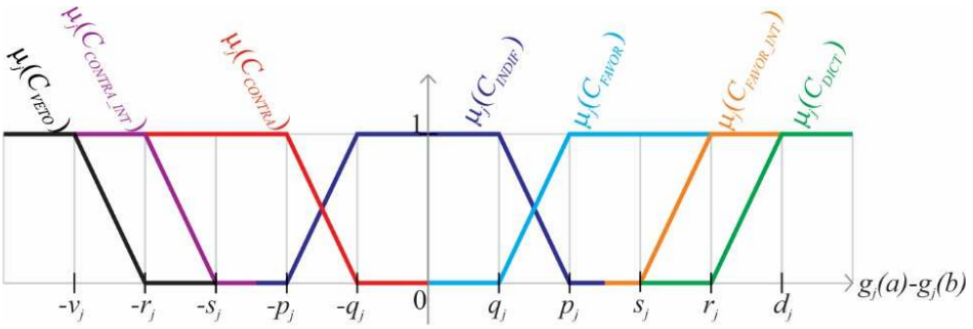

Figura 2.12: Funciones de membresía de los conjuntos difusos definidos sobre $C_{VETO}(a, b)$, $C_{CONTRA\_INT}(a, b)$, $C_{CONTRA}(a, b)$, $C_{INDIF}(a, b)$, $C_{FAVOR}(a, b)$ y $C_{FAVOR\_INT}(a, b)$

Índice de fuerza de las coaliciones

El objetivo de estos índices es el de representar la fuerza de cada una de las coaliciones. Esta fuerza representa la cantidad de criterios que pertenecen a cada coalición y está ligada directamente con los pesos. Determinar si existe alguna relación de preferencia/indiferencia entre las alternativas, dependerá de los valores de estos índices así como el resultado de compararlos de una manera similar a la que un decisor real lo haría. Estos son:

- Índice de preferencia a favor $J^{+}(a,b)$:

$$J^{+}(a,b) = \sum_{j=1}^{n} \mu_j\left(C_{FAVOR}(a,b)\right).w_j$$

- Índice de indiferencia $J^{=}(a,b)$:

$$J^{=}(a,b) = \sum_{j=1}^{n} \mu_j\left(C_{INDIF}(a,b)\right).w_j$$

- Índice de preferencia en contra $J^{-}(a,b)$:

$$J^{-}(a,b) = \sum_{j=1}^{n} \mu_j\left(C_{CONTRA}(a,b)\right).w_j$$

- Índice de preferencia intensa a favor $J^{+}_{INT}(a,b)$:

$$J^{+}_{INT}(a,b) = \sum_{j=1}^{n} \mu_j \left(C_{FAVOR\_INT}(a,b) \right) .w_j$$

- Índice de preferencia intensa en contra $J^{+}_{INT}(a,b)$:

$$J^{-}_{INT}(a,b) = \sum_{j=1}^{n} \mu_j \left(C_{CONTRA\_INT}(a,b) \right) .w_j$$

- Índice de veto $I_{VETO}(a,b)$:

$$I_{VETO}(a,b) = \mu_1 \left(C_{VETO}(a,b) \right) \vee \mu_2 \left(C_{VETO}(a,b) \right) \vee \ldots \vee \mu_n \left(C_{VETO}(a,b) \right)$$

- Índice de dictadura $I_{DICT}(a,b)$:

$$I_{DICT}(a,b) = \mu_1 \left(C_{DICT}(a,b) \right) \vee \mu_2 \left(C_{DICT}(a,b) \right) \vee \ldots \vee \mu_n \left(C_{DICT}(a,b) \right)$$

Modelado de las comparaciones entre índices de fuerza

Se utilizan predicados que están compuestos de diversas comparaciones entre los índices definidos. Entre estas comparaciones tenemos:

- a es claramente mayor que b
- a es menor que b
- a es parecido a b
- a es algo mayor que b
- a es mayor que b
- a es claramente mayor que b
- a es parte significativa de la unidad

Donde $a, b \in [0, 1]$ representan los índices de fuerza de las coaliciones.

Para modelar estas comparaciones se definen los siguientes parámetros:

- α: umbral que determina que x, y son parecidos, donde $0 < \alpha \leq 1$.
- β: umbral que determina cuando x es mayor que y, donde $\alpha < \beta \leq 1$.
- γ: umbral que determina cuando x empieza a ser claramente mayor que y, donde $\beta < \gamma \leq 1$.
- δ: umbral que determina cuando x es claramente mayor que y, donde $\gamma < \delta \leq 1$.
- ε: umbral que determina cuando x empieza a ser parte significativa del total, donde $0 < \varepsilon \leq 1$.
- ζ: umbral que determina cuando x es parte significativa del total, donde $\varepsilon < \zeta \leq 1$

2.9.3 CÁLCULO DEL ÍNDICE DE CREDIBILIDAD

Hasta este punto se tienen definidos los siguientes aspectos:

a) Coaliciones de criterios así como su función de pertenencia

b) Índices de fuerza de las coaliciones

c) Funciones de comparación entre índices de fuerza

Lo siguiente es determinar el índice de credibilidad de cada una de las relaciones de preferencia básicas en términos de los aspectos mencionados. Se le llama índice de credibilidad a la función cuyo resultado expresa el grado de verdad de que se presente una relación de preferencia básica determinada entre dos alternativas. Lo cual se calcula con las siguientes expresiones:

- Cálculo del índice de credibilidad de la relación de preferencia estricta P:

$$\sigma(aPb) = [\boldsymbol{\mu}P1(a,b) \vee \boldsymbol{\mu}P2(a,b) \vee \boldsymbol{\mu}P3(a,b) \vee \boldsymbol{\mu}P4(a,b) \vee \boldsymbol{\mu}P5(a,b)] \wedge \neg I_{VETO}(a,b) \quad (2.3)$$

Donde $\boldsymbol{\mu}Px(a,b)$ expresa el grado de validez del argumento Px, e $I_{VETO}(a,b)$representa el índice de veto definido en la sección anterior.

Atendiendo a los índices de fuerza, a los argumentos y a las funciones de comparación

definidas anteriormente, se tiene que:

$$\boldsymbol{\mu}P1(a,b) = \boldsymbol{\mu}_{>}(J^{+}, J^{-}) \wedge \neg [\boldsymbol{\mu}_{>}(J^{-}_{\text{INT}}, J^{+}_{\text{INT}}) \vee \boldsymbol{\mu}_{\text{SIGNIF}}(J^{=})] \quad (2.4)$$

$$\boldsymbol{\mu}P2(a,b) = \boldsymbol{\mu}_{>>}(J^{+}, J^{-}) \wedge \neg \boldsymbol{\mu}_{>>}(J^{-}_{\text{INT}}, J^{+}_{\text{INT}}) \quad (2.5)$$

$$\boldsymbol{\mu}P3(a,b) = \boldsymbol{\mu}_{>}(J^{+}_{\text{INT}}, J^{-}_{\text{INT}}) \wedge \neg [\boldsymbol{\mu}_{>}(J^{-}, J^{+}) \vee \boldsymbol{\mu}_{\text{SIGNIF}}(J^{=})] \quad (2.6)$$

$$\boldsymbol{\mu}P4(a,b) = \boldsymbol{\mu}_{>>}(J^{+}_{\text{INT}}, J^{-}_{\text{INT}}) \wedge \neg \boldsymbol{\mu}_{>>}(J^{-}, J^{+}) \quad (2.7)$$

$$\boldsymbol{\mu}P5(a,b) = J_{\text{DICT}} \quad (2.8)$$

- Cálculo del índice de credibilidad de la relación de indiferencia I:

$$\sigma(aIb) = [\boldsymbol{\mu}I1(a,b) \vee \boldsymbol{\mu}I2(a,b) \vee \boldsymbol{\mu}I3(a,b) \vee \boldsymbol{\mu}I4(a,b)] \wedge \neg [\mathrm{I}_{\text{VETO}}(a,b) \vee \mathrm{I}_{\text{DICT}}(a,b)] \quad (2.9)$$

Donde $\boldsymbol{\mu}Ix(a,b)$ expresa el grado de validez del argumento Ix, e $\mathrm{I}_{\text{VETO}}(a,b)$representa el índice de veto e $\mathrm{I}_{\text{DICT}}(a,b)$ representa el índice de dictadura, definidos en la sección anterior. Atendiendo a los índices de fuerza, a los argumentos y a las funciones de comparación definidas anteriormente, se tiene que:

$$\boldsymbol{\mu}I1(a,b) = \boldsymbol{\mu}_{\sim}(J^{+}, J^{-}) \wedge \boldsymbol{\mu}_{\sim}(J^{+}_{\text{INT}}, J^{-}_{\text{INT}}) \wedge \boldsymbol{\mu}_{\text{SIGNIF}}(J^{=}) \quad (2.10)$$

$$\boldsymbol{\mu}I2(a,b) = \boldsymbol{\mu}_{>\sim}(J^{+}, J^{-}) \wedge \boldsymbol{\mu}_{>\sim}(J^{-}_{\text{INT}}, J^{+}_{\text{INT}}) \wedge \boldsymbol{\mu}_{\text{SIGNIF}}(J^{=}) \quad (2.11)$$

$$\boldsymbol{\mu}I3(a,b) = \boldsymbol{\mu}_{>\sim}(J^{-}, J^{+}) \wedge \boldsymbol{\mu}_{>\sim}(J^{+}_{\text{INT}}, J^{-}_{\text{INT}}) \wedge \boldsymbol{\mu}_{\text{SIGNIF}}(J^{=}) \quad (2.12)$$

$$\boldsymbol{\mu}I4(a,b) = \boldsymbol{\mu}_{\text{SIGNIF}}(J^{=}) \wedge \neg [\boldsymbol{\mu}_{>>}(J^{+}_{\text{INT}}, J^{-}_{\text{INT}}) \vee \boldsymbol{\mu}_{>>}(J^{-}_{\text{INT}}, J^{+}_{\text{INT}})] \quad (2.13)$$

- Cálculo del índice de credibilidad de la relación de preferencia débil Q:

$$\sigma(aQb) = \boldsymbol{\mu}\sim [\sigma(aPb), 0.5] \wedge \boldsymbol{\mu}\sim [\sigma(aIb), 0.5] \wedge \boldsymbol{\mu}\sim [\sigma(bPa), 0] \quad (2.14)$$

Donde $\sigma(aPb)$ y $\sigma(bPa)$ se calculan con la ecuación (2.3) y $\sigma(aIb)$ se calcula con la ecuación (2.9).

- Cálculo del índice de credibilidad de la relación de no incomparabilidad R:

$$\sigma(aRb) = \boldsymbol{\mu}\sim [\sigma(aPb), 0] \wedge \boldsymbol{\mu}\sim [\sigma(aIb), 0] \wedge \boldsymbol{\mu}\sim [\sigma(aQb), 0] \wedge \boldsymbol{\mu}\sim [\sigma(bPa), 0] \wedge \boldsymbol{\mu}\sim [\sigma(bQa), 0] \quad (2.15)$$

Donde $\sigma(aPb)$ y $\sigma(bPa)$ se calculan con la ecuación (2.3), $\sigma(aIb)$ se calcula con la ecuación (2.9) y $\sigma(aQb)$ y $\sigma(bQa)$ se calculan con la ecuación (2.14).

- Cálculo del índice de credibilidad de la relación de no inferioridad S:

$$\sigma(aSb) = \sigma(aPb) \vee \sigma(aIb) \vee \sigma(aQb) \quad (2.16)$$

Donde $\sigma(aPb)$ se calcula con la ecuación (2.3), $\sigma(aIb)$ se calcula con la ecuación (2.9) y $\sigma(aQb)$ se calcula con la ecuación (2.14).

CAPÍTULO 3
METODOLOGÍA

La propuesta para obtener los valores de los parámetros de manera indirecta, que necesita el modelo basado en argumentos, se formula como un problema de optimización multiobjetivo, emplea una técnica de desagregación de preferencias para extraer la información preferencial del decisor. Para resolver el modelo multiobjetivo, se utilizará el algoritmo multiobjetivo MOEA/D, tomando como entradas la información preferencial obtenida en el proceso de inferencia de los parámetros.

Como se muestra en la figura 3.1, se aplica un Análisis de Desagregación de Preferencias (PDA) (obtención indirecta de los parámetros del modelo de preferencias) al conjunto de referencia, para inferir un conjunto de parámetros preferenciales de un modelo. Con esta información preferencial (modelo) y resolviendo un problema de optimización multiobjetivo con el algoritmo MOEA/D, se logrará encontrar la mejor forma de asignar y replicar las decisiones como un decisor lo haría.

El modelo preferencial simulará la manera en que un decisor toma las decisiones, cuando tiene que comparar entre dos objetos.

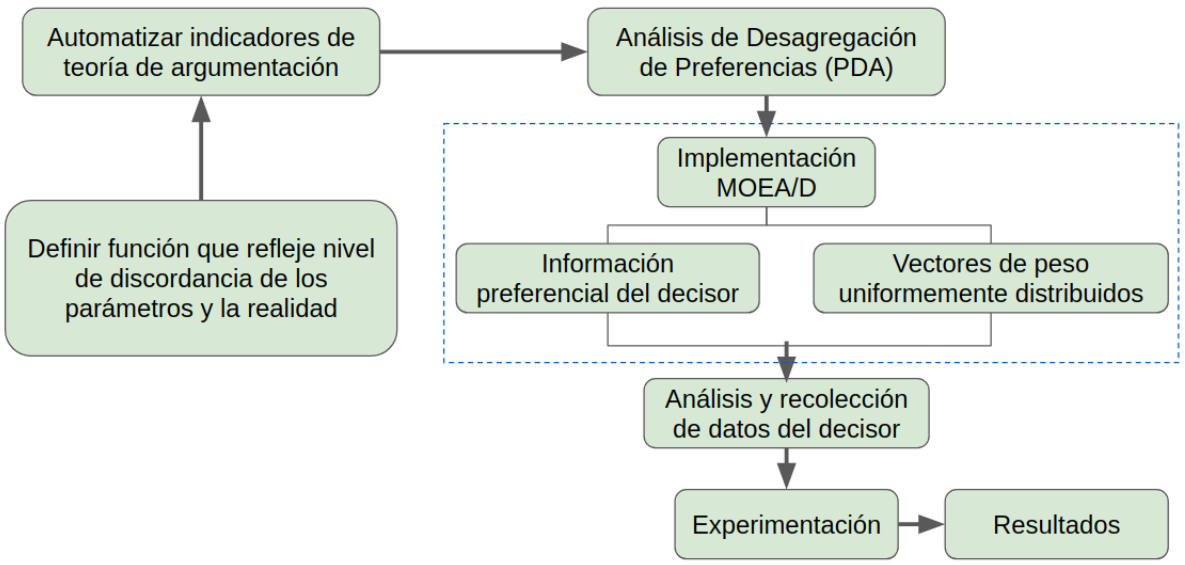

Figura 3.1: Propuesta de metodología

A continuación, se definirán cada uno de los componentes de la propuesta de metodología:

Definir la función que refleje el nivel de discordancia de los parámetros y la realidad: Se definió una función que refleje el nivel de discrepancia que existe entre las comparaciones realizadas por el decisor real y las comparaciones hechas por el decisor obtenido a través del método de desagregación de preferencias. Esta función de discrepancia se define a detalle en el capítulo 3.1.

Automatizar indicadores de la teoría de la argumentación: Se programaron todas las funciones que son necesarias para poner en práctica el modelo basado en argumentos, el cual es un modelo teórico que no estaba automatizado. Este modelo compara dos objetos y nos dice cuál relación de preferencia básica existe entre estos dos objetos. Las funciones que se automatizaron se definen en la sección 2.9.3.

Análisis de desagregación de preferencias: Se realizó la obtención indirecta de los parámetros que son necesarios para modelar a un decisor y que sirven como entrada del modelo basado en argumentos.

Implementación de MOEA/D: Para realizar el análisis de desagregación de preferencias, se utilizó el algoritmo genético MOEA/D, su implementación consistió en programar el algoritmo genético. Se puede ver a mas detalle esta implementación en la sección 3.5.

Información preferencial del decisor: El algoritmo MOEA/D recibe como entrada un ejemplo de decisión, proporcionado por un decisor real, para inferir los valores de los parámetros que simulen a este decisor. Debido a las limitaciones de tiempo de este trabajo y a la magnitud del esfuerzo intelectual del decisor, se optó por realizar la experimentación mediante la generación de conjunto de datos de forma artificial. La validez de los resultados se sustenta en la cantidad de experimentos y la uniformidad de la generación aleatoria de los datos.

Vectores de peso uniformemente distribuídos: El algoritmo MOEA/D recibe como entrada vectores de peso uniformemente distribuídos, para la distribución uniforme se utilizó la técnica de Das & Dennis (Das, 1998).

Análisis y recolección de datos del decisor: Como resultado de la desagregación de preferencias se obtienen los valores de los parámetros que simulan al decisor real.

Experimentación: Se realiza la experimentación para evaluar la cantidad de discordancias que existen entre el decisor real y el decisor obtenido por el método pda, al comparar dos objetos del núcleo de referencia. La experimentación se define a detalle en el capítulo 4.

Resultados: Se hace un análisis de los resultados obtenidos.

3.1 FUNCIONAMIENTO DEL MODELO BASADO EN ARGUMENTOS

El modelo basado en argumentos, es un método que nos da un valor de que exista o no una relación de preferencia entre dos objetos (a y b), es decir, entre cada par de alternativas se asigna un valor entre [0,1] para cada una de las relaciones de preferencia (preferencia, indiferencia, incomparabilidad, etc). Para explicar esto mostraremos un ejemplo entre la comparación de dos objetos y los resultados que nos arroja este modelo.

En la tabla 3.1, se da un ejemplo de comparación de dos objetos, los cuales serán dos equipos de cómputo y se comparan con cuatro criterios cada uno, cada criterio tomará un valor entre 0 y 10, donde 10 significa que tiene mejor calificación en el criterio de acuerdo con el decisor.

Tabla 3.1: Comparación entre dos objetos

Criterio	Objeto a	Objeto b
Precio	5.219	9.829
Capacidad del Disco Duro	7.775	9.482
Calidad de la Tarjeta Gráfica	6.946	9.121
Duración de la batería	5.729	9.565

A simple vista podemos notar que según los criterios del decisor, el objeto b parece ser el objeto con valores más favorables. Estos valores sirven como valores de entrada al modelo y representan el núcleo de referencia. La matriz del núcleo de referencia se representan de la siguiente manera:

a[0] = 5.219000, a[1] = 7.775000, a[2] = 6.946000, a[3] = 5.729000
b[0] = 9.829000, b[1] = 9.482000, b[2] = 9.121000, b[3] = 9.565000

Además, como valores de entrada al modelo, también se necesitan los valores para los umbrales de preferencia, los cuales comúnmente son dados por el decisor. Sin embargo, como se ha mencionado anteriormente la obtención de estos parámetros requiere de mucho esfuerzo cognitivo por parte del decisor. Para este ejemplo tomaremos unos valores generados que

fungirán como un decisor real.

Entre los valores necesarios están los valores de los umbrales de preferencia, los cuales son:

- q : indiferencia
- p : preferencia estricta
- s : preferencia pre-intensa
- r : preferencia intensa
- v : veto
- d : dictadura

q[0] = 1.0, q[1] = 0.0, q[2] = 0.0, q[3] = 0.0
p[0] = 1.0, p[1] = 0.0, p[2] = 2.0, p[3] = 1.0
s[0] = 2.0, s[1] = 0.0, s[2] = 2.0, s[3] = 3.0
r[0] = 2.0, r[1] = 2.0, r[2] = 2.0, r[3] = 3.0
d[0] = 5.0, d[1] = 2.0, d[2] = 4.0, d[3] = 3.0
v[0] = 2.0, v[1] = 4.0, v[2] = 3.0, v[3] = 4.0

Estos valores se establecen por cada uno de los atributos y son obtenidos de un ejemplo de decisión proporcionado previamente por un decisor. También es necesario el valores de los pesos, es decir, por cada uno de los atributos se debe establecer un valor para el peso (w) y la suma de estos valores debe ser igual a 1.

w[0] = 0.220200, w[1] = 0.283200, w[2] = 0.228700, w[3] = 0.267900

También se necesitan los valores de los umbrales: α, β, γ, δ, ε y ζ, cuyo significado está definido previamente.

alfa = 0.048000
beta = 0.206000
gamma = 0.643000
delta = 0.684000
epsilon = 0.180000

zita = 0.604000
ro = 1.913000
lambda = 0.503000
lambda_corte = 0.575000

Con estos valores de entrada, además de un valor de corte, es decir, un valor el cual si el valor de la relación de preferencia es mayor a este valor, significa que pertenece a esa preferencia, se tendría toda la información de entrada para el modelo.

Posteriormente, se calcula el grado de pertenencia en cada una de las relaciones de pertenencia. El resultado de la comparación de estos dos objetos nos da lo siguiente:

Grado de pertenencia de la relación de preferencia estricta aPb: 0.000000
Grado de pertenencia de la relación de preferencia estricta bPa: 1.000000
Grado de pertenencia de la relación de indiferencia: 0.000000
Grado de pertenencia de la relación de preferencia débil aQb: 0.000000
Grado de pertenencia de la relación de preferencia débil bQa: 0.000000
Grado de pertenencia de la relación de incomparabilidad aRb: 0.000000

Como podemos notar, la relación que sobrepasa el valor de lambda corte es la relación de preferencia estricta bPa que vale 1. Por lo tanto, en este ejemplo según el modelo, el objeto b es preferido al objeto a.

3.1 PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN MULTIOBJETIVO

Función de discrepancia

- Sea **Ω** un conjunto de modelos de preferencia = (es decir, un conjunto de decisores posibles)…. = { δ / δ un conjunto de valores de los parámetros que representan las preferencias de un decisor }
- Sea T el conjunto de referencias.

Es decir, omega es el conjunto de decisores posibles; δ representa un conjunto del modelo de preferencias de un decisor, es decir, es un conjunto de los valores de los parámetros.

Formalización:

$$\text{Opt } f\,(\boldsymbol{\Omega}, T)$$

Sea:

- disc(δ) = número de discrepancias producidas por δ.

Formalización de la función a optimizar:

$$Opt\ f\,(\boldsymbol{\Omega}, T) = \{\ mindisc(\delta, t) / \delta \in \boldsymbol{\Omega};\ t \in T\ \}$$

Las discrepancias son el número de comparaciones distintas entre el decisor y el modelo δ.

Sean (a_{ij}, b_{ij}), $(a_{i+,j+1}, b_{i+1,j+1})$, …, (a_{nxn}, b_{nxn}) un conjunto de comparaciones entre lo que dice el decisor (modelo) a y lo que dice la desagregación de preferencias b, respectivamente, tal que todos los valores de a_{ij}, y b_{ij} son únicos. Cada par de comparaciones (a_{ij}, b_{ij}) se dice que es concordante si son iguales entre sí. Se dice que son discordantes, si $a_1 \neq b_1$ (Fritsche, 2015).

Esto para las relaciones:

- $aS(\delta)b$: el objeto a es al menos tan bueno como el objeto b.
- $aP(\delta)b$: el objeto a es preferido al objeto b.
- $aR(\delta)b$: el objeto a es incomparable al objeto b.
- $aI(\delta)b$: el objeto a es indiferente al objeto b.
- $aQ(\delta)b$: el objeto a es preferentemente débil al objeto b.

Donde las discrepancias se dividen en cuatro tipos:

Tipo 1 ($disc1$) : aIb / aQb o bQa

aQb / aPb

Tipo 2 ($disc2$): aIb / aPb o bPa

aQb / bQa

Tipo 3 ($disc3$): aPb / bPa

aQb / bPa

bQa / aPb o bPa

Tipo 4 ($disc4$): aRb / $not(aRb)$

Objetivos

- min disc1
- min disc2
- min disc3
- min disc4

Formalización del problema de optimización multiobjetivo:

*Opt f (**Ω**, T) = { mindisc4(δ, t), mindisc3(δ, t), mindisc2(δ, t), mindisc1(δ, t) / δ ∈ **Ω**; t ∈ T }*

Es importante dejar en claro que las discrepancias del tipo 4 son más graves que las discrepancias del tipo 3, y las discrepancias del tipo 3 son más graves que las discrepancias del tipo 2, y así sucesivamente. Ya que en las discrepancias del tipo 1, el error que comete el PDA contra lo que dice el decisor, no es tan grave, podría decirse que la discrepancia está justificada. En el caso de las discrepancias del tipo 4 no tienen nada que ver los valores encontrados con el PDA contra lo que dice el decisor.

3.3 IMPLEMENTACIÓN DE LAS FUNCIONES DEL MODELO

Como se ha mencionado anteriormente, el modelo basado en argumentos cuyo objetivo es el apoyo a la toma de decisiones, hace un cálculo de los índices de credibilidad de que exista una de las relaciones de preferencia básica. Esto lo hace mediante los siguientes aspectos:

- Coaliciones de criterios así como su función de pertenencia
- índices de fuerza de las coaliciones
- Funciones de comparación entre índices de fuerza

Las cuales son funciones que ayudan al cálculo del índice de credibilidad de alguna de las relaciones de preferencia básicas, como son: preferencia estricta (P), indiferencia (I), preferencia débil (Q), incomparabilidad (R) y no inferioridad (S). Coaliciones de criterios así como su función de pertenencia

Las funciones (2.3), (2.4), (2.5), (2.6), (2.7), (2.8), (2.9), (2.10), (2.11), (2.12), (2.13), (2.14), (2.15) y (2.16), se codificaron en lenguaje c, reciben los valores de entrada del modelo *(a, b, q, p, w, s, r, v, d,* **α**, *β,* **γ**, *δ, ε, ζ,* **λ**, **ρ***)* y arrojan el valor del índice de credibilidad de que exista alguna de las relaciones de preferencia básicas.

3.4 PARÁMETROS A EXTRAER CON EL MÉTODO PDA

El objetivo del análisis de desagregación de preferencias es inferir los parámetros preferenciales que aproximen lo mejor posible a la política preferencial del decisor, implícito en un conjunto de acciones de referencia.

El método PDA implementado en este trabajo extrae del conjunto de referencia T los parámetros preferenciales:

- Pesos de los criterios
- Umbral de indiferencia
- Umbral de preferencia estricta
- Umbral de preferencia pre-intensa
- Umbral de preferencia intensa
- Umbral de Veto
- Umbral de Dictadura

El método propuesto infiere del conjunto de entrenamiento un modelo preferencial completo (Q, P, S, R, V, D, λ, ρ) que permite una mejor caracterización del decisor.
La inferencia de estos parámetros preferenciales está restringida a la implementación de un procedimiento de desagregación de preferencias para el modelo basado en argumentos. Cuando se requieren inferir todos los parámetros preferenciales simultáneamente, es necesario resolver un problema no lineal. Los algoritmos evolutivos han demostrado ser una herramienta poderosa para resolver problemas difíciles en varios campos de la ciencia, en particular, para tratar la no linealidad y optimización global en tiempo polinomial (Coello, 2007).

El paso siguiente es la implementación del método PDA empleando el algoritmo genético MOEA/D.

3.5 IMPLEMENTACIÓN DE PDA CON MOEA/D

En esta sección se explicará la manera en la que se implementó el análisis de desagregación de preferencias (PDA), utilizando el algoritmo MOEA/D. Hemos mencionado anteriormente que el objetivo del PDA es inferir los parámetros preferenciales que se aproximen a las preferencias del decisor, las cuales están implícitas en un conjunto de referencia. La desagregación de preferencias de este trabajo, extrae del conjunto de referencia T los siguientes parámetros:

- Umbrales de preferencia:
    - Umbral de indiferencia (q)
    - Umbral de preferencia estricta (p)
    - Umbral de preferencia pre-intensa (s)
    - Umbral de preferencia intensa (r)
    - Umbral de Veto (v)
    - Umbral de Dictadura (d)
- Pesos de los criterios (w)
- Umbrales:
    - α: *a* y *b* son parecidos.
    - β: *a* es mayor que *b.*
    - γ: *a* empieza a ser claramente mayor que *b.*
    - δ: *a* es claramente mayor a *b.*
    - ε: *a* empieza a ser parte significativa del total.
    - ζ: *a* es parte significativa del total.

  Donde *a* y *b* son los objetos que se van a comparar con el modelo.

El problema de desagregación de preferencias que se va a implementar representa un problema no lineal. Para ello se utilizará un algoritmo genético, el cual ha dado buenos resultados en este tipo de problemas (Fernandez, 2009).

La implementación del algoritmo genético consistió en la generación de los siguientes elementos:

Generación del núcleo de Referencia

Se genera un núcleo de referencia que servirá como la base de objetos que se van a comparar, inicialmente con un ejemplo de valores para los parámetros de decisión que servirán como el decisor real, con los cuales se van a comparar cada uno de los objetos del núcleo de referencia, para crear una matriz de comparación, que posteriormente será comparada con los valores de los individuos generados en el algoritmo genético comparando los objetos del núcleo de referencia.

Generación de los vectores de peso uniformemente distribuidos

Se generaron N vectores de peso uniformemente distribuidos por el método de Das & Dennis (Das, 2000), los cuales buscan aproximarse al frente de Pareto, descomponiendo el problema en N subproblemas escalares usando el enfoque de Tchebycheff y la función objetivo.

Generación del vecindario

Para la generación del vecindario se calculó la distancia euclidiana entre dos vectores de peso cualesquiera y luego se tomaron los 20 vectores de peso más cercanos. Esos vectores de peso más cercanos son el vecindario del vector de peso que se está evaluando.

Generación de la población inicial

Se genera una población inicial de 455 individuos (para 4 individuos), la cual con el conjunto de referencia nos arroja valores para la matriz de comparación que se va a comparar con los valores de la matriz de comparación del decisor real. Las discrepancias entre estas matrices de comparación son las que nos llevan a calcular los valores de la función objetivo. La población inicial cumple con las siguiente restricciones:

- $0 < Q < P < S < R < U < V$
- La suma de los pesos es igual a 1

Cada individuo de la población del algoritmo genético contiene un conjunto de parámetros

preferenciales (P, Q, S, R, U, V, pesos de los criterios, perfiles frontera y λ) que representan las preferencias de un decisor. La codificación del individuo es un vector, en las primeras posiciones del arreglo se encuentran los valores de los umbrales Q, P, S, R, D y V para cada criterio, seguido de los valores de peso (w) de cada criterio y posteriormente los valores de los umbrales de preferencia ($\boldsymbol{\alpha}$, $\boldsymbol{\beta}$, $\boldsymbol{\gamma}$, δ, ε, $\boldsymbol{\zeta}$) y por último el umbral de credibilidad λ-corte.

Reproducción y mejora genética

Se seleccionan aleatoriamente dos índices k y l del vecindario y posteriormente se genera una nueva solución mediante el uso de operadores genéticos. Se aplica un método de mejora para producir y' y se obtienen los valores de la función objetivo para y', es decir, el número de discrepancias. Comparamos la nueva solución contra el individuo que estamos evaluando, de ser mejor, sustituímos al individuo por y´ y también actualizamos los valores de su función objetivo.

Registro de los mejores individuos

Por último, eliminamos los individuos dominados por F(y') y agregamos F(y') a la población externa si no hay vectores en la población externa que dominen a F(y') .

CAPÍTULO 4
EXPERIMENTACIÓN Y RESULTADOS

El objetivo de este capítulo es describir los experimentos llevados a cabo para evaluar el desempeño del enfoque propuesto y se muestra la validación de los parámetros generados, principalmente en su capacidad para reproducir las preferencias del decisor. Las acciones utilizadas aquí se crean artificialmente.

4.1 DESCRIPCIÓN DE LA EXPERIMENTACIÓN

Los siguientes parámetros fueron utilizados para la experimentación:

- Atributos: 4 y 5
- Tamaño de la población: 455
- Tamaño del núcleo de referencia: 20 y 50
- Generaciones: 100
- Número de reinicios: 5

Para generar los conjuntos de referencia de manera artificial, se desarrolló un generador de núcleo de referencia que recibe como datos de entrada el número de atributos, y el número de objetos a generar. Con esto nos genera los datos para el núcleo de referencia.

De igual manera el decisor que funge como decisor ‘real’ fue generado de manera simulada. Este decisor real se toma de la población inicial y es sacado de ella para que no se encuentre la solución entre la población. Se crea el modelo de un decisor real que consiste en umbrales, pesos de los criterios, perfiles de frontera y λ. Este decisor real compara todos los pares de objetos del núcleo de referencia para generar una matriz de discrepancias la cual es comparada posteriormente con las matrices de discrepancias generadas por la población del algoritmo genético al evaluar el mismo núcleo de referencia.

La figura 4.1 muestra de manera general el proceso de experimentación:

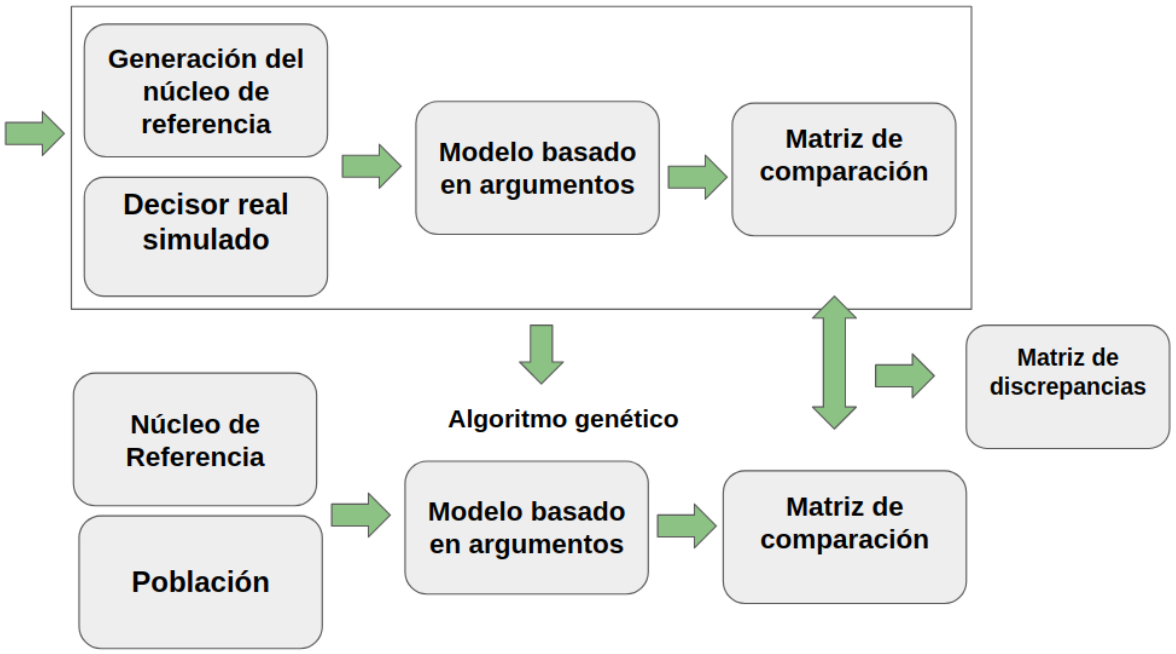

Figura 4.1: Proceso de experimentación

Donde los valores de entrada son los parámetros mencionados anteriormente y los valores de salida son el número de discrepancias para cada una de las clasificaciones establecidas en el planteamiento del problema (disc1, disc2, disc3 y disc4), así como el mejor individuo encontrado en cada generación.

ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

En esta sección analizaremos la efectividad del método de desagregación de preferencias propuesto para obtener los valores de un individuo o individuos que simulen lo más parecidamente posible al decisor que tomamos como real, esto con base en las comparaciones del núcleo de referencia. Cabe destacar que los valores de los parámetros de los individuos obtenidos como mejores resultados no necesariamente tienen que ser igual a los valores del decisor que tomamos como 'decisor real'.

Se realizó una experimentación previa para justificar el uso de 100 generaciones en lugar de 1000 generaciones en el algoritmo genético, dado que nos dimos cuenta que el algoritmo encuentra muy buenos resultados en las primeras 100 generaciones y la mejora que hay de la generación 100 a la generación 1000 es poco significativa, por lo tanto la experimentación se realizó con el uso de 100 generaciones y se utilizaron reinicios, es decir, generar nuevamente la población, dejando al mejor individuo de la población anterior. En la tabla 4.1 se muestran los resultados de esta experimentación.

Tabla 4.1: Justificación del uso de 100 generaciones

Número de criterios	Generaciones	Tiempo ejecución promedio	Precisión	Max	Min	Desviación estándar
4	100	20 min	97.00%	98.00	95.50	0.0183
	1000	3 horas	97.80%	98.75	96.00	0.0140

En este experimento previo podemos ver que el costo computacional de usar 1000 generaciones es alto, y el aumento de la precisión es de 0.8, el cual consideramos bajo dado el costo computacional.

Los experimentos para cada uno de los esquemas de experimentación planteados se realizaron 20 veces, para asegurar la solidez de los datos .

Con los experimentos que se han realizado la efectividad de la metodología propuesta es la siguiente:

Experimento con un tamaño de núcleo de referencia de 20 y 4 atributos

Tabla 4.2: Experimentación con núcleo de referencia 20, 4 atributos

Número de criterios	Generaciones	Evaluaciones	Reinicios	Precisión	Max	Min	Desviación estándar
4	100	400	0	96.10%	100.00	91.50	0.0204
			3	97.93%	100.00	93.00	0.0175
			5	98.04%	100.00	94.75	0.0152

Como se ilustra en la tabla 4.2, para cuatro criterios, podemos observar que al no realizar reinicios, la precisión del algoritmo es del 96.10%, y la precisión máxima es de 100% (es decir, en al menos una de las ejecuciones la función objetivo nos dio 0 para todas las discrepancias) y la precisión mínima es de 91.50%, es decir, en la peor ejecución el algoritmo discrepó 34 veces contra las 400 evaluaciones realizadas.

Para el caso de 3 reinicios, la precisión del algoritmo aumenta a 97.93%, la precisión máxima es de 100%, y la precisión mínima es de 93%, es decir, en la peor ejecución el algoritmo discrepó 28 veces contra las 400 evaluaciones realizadas.

En el caso de 5 reinicios, la precisión promedio aumenta a 98.04%, con una precisión máxima de 100% y una precisión mínima de 94.75%, es decir, en la peor ejecución el algoritmo discrepó 21 veces contra las 400 evaluaciones realizadas.

También, se consideró una experimentación adicional con datos fuera de la muestra (fase de evaluación) para evaluar que tan bien simulan los parámetros preferenciales encontrados al

decisor con un conjunto de referencia externo. En este caso el núcleo de referencia es de tamaño 100, es decir, se realizaron 10,000 comparaciones.

Para la experimentación con un núcleo de referencia de tamaño 100, la fase de evaluación quedó de la siguiente manera:

Tabla 4.3: Evaluación del núcleo de referencia 20, 4 atributos

Número de criterios	Generaciones	Evaluaciones	Reinicios	Precisión	Max	Min	Desviación estándar
4	100	10,000	0	91.824%	95.31	83.62	0.0272
			5	96.6395%	99.54	94.06	0.0152

Como se ilustra en la tabla 4.3, para la evaluación con los resultados de 4 criterios y 0 reinicios, la precisión obtenida es de 91.82%, con una precisión máxima de 95.31%, es decir, en el mejor de los casos discrepó 469 veces contra las 10,000 comparaciones, y la precisión mínima es de 83.62%, es decir, en el peor de los casos el algoritmo discrepó 1638 veces de las 10,000 evaluaciones.

Para la evaluación con los resultados de 4 criterios y 5 reinicios, la precisión obtenida promedio es de 96.63%, con una precisión máxima de 99.54%, es decir, en el mejor de los casos discrepó solamente 46 veces contra las 10,000 comparaciones, y la precisión mínima es de 94.06%, es decir, en el peor de los casos el algoritmo discrepó 594 veces de las 10,000 evaluaciones.

Experimento con un tamaño de núcleo de referencia de 50 y 4 atributos

Tabla 4.4: Experimentación con núcleo de referencia 50, 4 criterios

Número de criterios	Generaciones	Evaluaciones	Reinicios	Precisión	Max	Min	Desviación estándar
4	100	2500	5	97.41%	99.92	90.04	0.0221

Como se ilustra en la tabla 4.4, en el caso de 4 criterios, con un núcleo de referencia de tamaño 50 y 5 reinicios, la precisión promedio es de a 97.41%, con una precisión máxima de 99.92%, es decir, en el mejor de los casos discrepó solo 2 veces y la precisión mínima es de 90.04%, es decir, en la peor ejecución el algoritmo discrepó 249 veces contra las 2500 evaluaciones realizadas.

En la experimentación con datos fuera de la muestra (fase de evaluación) para evaluar que tan bien simulan los parámetros preferenciales encontrados al decisor con un conjunto de referencia externo. En este caso el núcleo de referencia es de tamaño 100, es decir, se realizaron 10,000 comparaciones.

Para la experimentación con un núcleo de referencia de tamaño 100, la fase de evaluación quedó de la siguiente manera:

Tabla 4.5: Evaluación del núcleo de referencia 50, 4 criterios.

Número de criterios	Generaciones	Evaluaciones	Reinicios	Precisión	Max	Min	Desviación estándar
4	100	10,000	5	95.11%	100.00	66.29	0.0840

Como se ilustra en la tabla 4.5, para la evaluación con los resultados de 4 criterios y 5 reinicios, la precisión obtenida promedio es de 95.11%, con una precisión máxima de 100% y

la precisión mínima es de 66.29%, es decir, en el peor de los casos el algoritmo discrepó 3371 veces de las 10,000 evaluaciones realizadas.

Experimento con un tamaño de núcleo de referencia de 20 y 5 atributos

Tabla 4.6: Experimentación con núcleo de referencia 20, 5 atributos

Número de criterios	Generaciones	Evaluaciones	Reinicios	Precisión	Max	Min	Desviación estándar
5	100	400	5	98.33%	100.00	87.00	0.0300

Como se ilustra en la tabla 4.6, para cinco criterios, con un núcleo de referencia tamaño 20, podemos observar que con 5 reinicios la precisión promedio del algoritmo es del 98.33%, y la precisión máxima es de 100% (es decir, en al menos una de las ejecuciones la función objetivo nos dio 0 para todas las discrepancias) y la precisión mínima es de 87.00%, es decir, en la peor ejecución el algoritmo discrepó 52 veces contra las 400 evaluaciones realizadas.

En la experimentación con datos fuera de la muestra (fase de evaluación) para evaluar que tan bien simulan los parámetros preferenciales encontrados al decisor con un conjunto de referencia externo. En este caso el núcleo de referencia es de tamaño 100, es decir, se realizaron 10,000 comparaciones.

Para la experimentación con un núcleo de referencia de tamaño 100, la fase de evaluación quedó de la siguiente manera:

Tabla 4.7: Evaluación del núcleo de referencia 20, 5 atributos

Número de criterios	Generaciones	Evaluaciones	Reinicios	Precisión	Max	Min	Desviación estándar
5	100	10,000	5	97.26%	99.97	89.1	0.303

Como se ilustra en la tabla 4.7, para la evaluación con los resultados de 5 criterios y 5 reinicios, la precisión obtenida promedio es de 97.26%, con una precisión máxima de 99.97%, es decir, en el mejor de los casos el algoritmo discrepó solamente 3 veces, y la precisión mínima es de 89.1%, es decir, en el peor de los casos el algoritmo discrepó 1090 veces de las 10,000 evaluaciones realizadas.

Experimento con un tamaño de núcleo de referencia de 50 y 5 atributos

Tabla 4.8: Experimentación con núcleo de referencia 50, 5 atributos

Número de criterios	Generaciones	Evaluaciones	Reinicios	Precisión	Max	Min	Desviación estándar
5	100	2500	5	97.86%	99.60	94.72	0.0165

Como se ilustra en la tabla 4.8, para cinco criterios, con un núcleo de referencia de tamaño 50, podemos observar que con 5 reinicios la precisión promedio del algoritmo es del 97.86%, y la precisión máxima es de 99.60% es decir, en el mejor de los casos el algoritmo discrepó solamente 10 veces y la precisión mínima es de 94.72%, es decir, en la peor ejecución el algoritmo discrepó 132 veces contra las 2500 evaluaciones realizadas.

En la experimentación con datos fuera de la muestra (fase de evaluación) para evaluar que tan bien simulan los parámetros preferenciales encontrados al decisor con un conjunto de referencia externo. En este caso el núcleo de referencia es de tamaño 100, es decir, se realizaron 10,000 comparaciones.

Para la experimentación con un núcleo de referencia de tamaño 100, la fase de evaluación quedó de la siguiente manera:

Tabla 4.9: Evaluación del núcleo de referencia 50, 5 atributos

Número de criterios	Generaciones	Evaluaciones	Reinicios	Precisión	Max	Min	Desviación estándar
5	100	10,000	5	98.52%	100	90.28	0.0214

Como se ilustra en la tabla 4.9, para la evaluación con los resultados de 5 criterios y 5 reinicios, la precisión obtenida promedio es de 98.52%, con una precisión máxima de 100%, es decir, en el mejor de los casos el algoritmo dio 0 discrepancias, y la precisión mínima es de 90.28%, es decir, en el peor de los casos el algoritmo discrepó 972 veces de las 10,000 evaluaciones realizadas.

En la tabla 4.10 se muestra un resumen de los resultados con el objetivo de ver claramente estos resultados, analizarlos y compararlos de manera más adecuada:

Tabla 4.10: Resultados del algoritmo genético

Algoritmo genético (100 generaciones, 5 reinicios)

# atributos	tamaño NR	# evaluaciones	Precisión	Precisión Max	Presición Min	Desviación est
4	20	400	98.04%	100%	94.75%	0.01522366147
4	50	2500	97.41%	99.92%	90.04%	0.02218933836
5	20	400	98.30%	100%	87%	0.03001205898
5	50	2500	97.86%	99.60%	94.42	0.01657315521

Tabla 4.11: Resultados (fase evaluación) del algoritmo genético

Evaluación con un núcleo de referencia externo

# atributos	tamaño NR (algoritmo genètico)	tamaño NR	# evaluaciones	Precisión	Precisión Max	Presición Min	Desviación est
4	20	100	10000	96.63%	99.54%	94.06%	0.01504297266
4	50	100	10000	95.11%	100%	66.29%	0.08408901471
5	20	100	10000	97.26%	99.97%	89.10%	0.03038086502
5	50	100	10000	98.52%	100%	90.28%	0.02145461795

El porcentaje de efectividad es calculado del total de los experimentos realizados. Cabe destacar que en algunos experimentos rápidamente logró llegar a encontrar los mejores valores para la función objetivo, es decir 0 discrepancias para cada uno de los tipos de discrepancia, pero en algunas ejecuciones los valores que no pudieron bajar hasta 0 discrepancias fueron los valores de las discrepancias tipo 4 (las que consideramos como discrepancias más graves) después de 1000 generaciones y 5 reinicios.

En la tabla 4.10 donde mostramos los resultados del algoritmo genético podemos observar que la precisión promedio máxima la obtuvimos el experimento de 5 atributos con un tamaño de núcleo de referencia de 20, la cual fue de 98.30%. En el caso de 4 y 5 atributos, podemos alcanzar una precisión máxima de 100%, con un núcleo de referencia de tamaño 20. La precisión promedio más baja es de 97.41%, en el caso de 4 atributos, con un tamaño de núcleo de referencia de 50. Aún así, todas las precisiones promedio superan el 90% de efectividad.

En la tabla 4.11 donde mostramos los resultados de la fase de evaluación podemos observar que la precisión promedio máxima la obtuvimos el experimento de 5 atributos con un tamaño de núcleo de referencia de 50, la cual fue de 98.52%. En el caso de 4 y 5 atributos, podemos alcanzar una precisión máxima de 100%, con un núcleo de referencia de tamaño 50. La precisión promedio más baja es de 95.11%, en el caso de 4 atributos, con un tamaño de núcleo de referencia de 50. Aún así, todas las precisiones promedio superan el 90% de efectividad.

5. CONCLUSIONES Y TRABAJO A FUTURO

En esta sección se presentan las conclusiones del trabajo de desagregación de preferencias para un modelo de decisión basado en argumentos como un problema de optimización de multiobjetivo y utilizando el algoritmo MOEA/D. También se presenta un análisis de los objetivos cumplidos, de la hipótesis y el trabajo a futuro.

5.1 ANÁLISIS DEL CUMPLIMIENTO DE OBJETIVOS

En el capítulo 1 de esté documento de tesis se plantearon los objetivos para la realización de este trabajo de tesis. Esta sección pretende dar una conclusión general sobre cada uno de esos objetivos y lo encontrado durante la realización de este trabajo de investigación:

- **Desarrollar la implementación computacional del modelo basado en argumentos, que permita la comparación entre alternativas.**

  Se implementaron todas las funciones del modelo basado en argumentos y tomaron como entradas los valores de los objetos a comparar, así como los datos pertenecientes a los umbrales, índices, pesos, etc., de un decisor para dar como resultado la evaluación del decisor de estos dos objetos.

- **Definir la función que permita reflejar el nivel de discrepancia que se obtiene, al asignar los valores de los parámetros preferenciales, entre el modelo y la realidad representada en T.**

  Este objetivo fue uno de los primeros objetivos cumplidos, sin embargo sobre la marcha y con ayuda del comité evaluador, nos dimos cuenta que la función de discrepancia/concordancia que habíamos establecido sufría de una redundancia en los objetivos, por lo cual pasó a ser solo una función de discrepancia con 4 objetivos.

- **Encontrar la técnica de búsqueda que pueda enfrentar el problema de optimización de la función de discrepancia, para obtener un modelo de preferencias, basado en un conjunto de entrenamiento utilizando una técnica de**

desagregación de preferencias.

Se presentaron las razones que justificaban la metaheurística a utilizar, en este caso el algoritmo genético MOEA/D el cual ha dado buenos resultados para nuestra función objetivo.

En cada experimentación el algoritmo nos arroja uno o más individuos que son el individuo con los valores de comparación más cercanos a los del individuo real, es decir con las menores discrepancias. No necesariamente tiene que darnos el mismo individuo, pero sí un individuo que evalúe de manera similar al individuo que tomamos como decisor real.

- **Desarrollar e implementar un algoritmo mediante una experimentación previa para ajustar los parámetros del algoritmo que permita encontrar el mejor modelo.**

  Este objetivo abarca la parte más importante de este trabajo de tesis. La implementación costó un poco de trabajo en la búsqueda de técnicas adecuadas para poder implementar el algoritmo y tratar de entender y codificar el algoritmo de la mejor manera posible. Los datos de la experimentación se establecieron en base a la literatura, y los datos para el algoritmo se eligieron en base a un ajustador de parámetros para lo cual se realizaron algunos experimentos con los valores de estos parámetros (índice de cruza y mutación, etc) para ver cual nos daba mejores resultados y cual establecer para la etapa de experimentación. La parte de la experimentación ha sido la parte más exhaustiva por el tiempo de ejecución y la espera de los resultados para posteriormente realizar el análisis estadístico.

5.2 CONCLUSIONES

Este trabajo de investigación aporta la implementación del modelo basado en argumentos para la comparación de dos objetos, parte que fue necesaria para realizar el análisis de desagregación de preferencias. La propuesta de este trabajo planteado como un problema de optimización multiobjetivo, resuelto con algoritmos evolutivos ha dado buenos resultados hasta el momento.

Dentro de las soluciones obtenidas por el algoritmo MOEA/D nos hemos encontrado con experimentos que nos han dado 0 discrepancias para todos los tipos de discrepancias de la función multiobjetivo, por lo tanto sÍ es posible realizar la desagregación de preferencias por este algoritmo, es decir, podemos obtener los valores preferenciales de un individuo que simulan al decisor, utilizando sólo información de decisiones previas del decisor, lo cual disminuye el esfuerzo cognitivo del decisor para este modelo basado en argumentos.

Con base en la experimentación realizada se pueden enumerar las siguientes conclusiones parciales:

- El aumento en los reinicios tiene como efecto el aumento en la precisión.
- El aumento en el número de atributos no provoca cambios significativos en la precisión.
- El aumento en el tamaño del núcleo de referencia no provoca cambios significativos en la precisión.
- El aumento del número de generaciones en el algoritmo genético provoca un pequeño aumento en la precisión.
- Tomando en cuenta un conjunto externo de objetos, es decir objetos que no se utilizaron para ajustar el modelo, la precisión se mantuvo por encima del 90%.

Queda experimentación por realizar para mejorar los valores de efectividad de la propuesta y dar conclusiones más definidas acerca de este trabajo de tesis.

5.3 TRABAJO FUTURO

Este trabajo fue un inicio en la implementación del modelo basado en argumentos y en su desagregación de preferencias. Los valores que se establecieron para los criterios de experimentación pueden extenderse para ver el comportamiento que tiene el PDA para este modelo con diferentes parámetros. Queda como trabajo a futuro seguir explorando este modelo, para realizar su desagregación de preferencias ya sea con otro algoritmo genético y hacer una comparación entre MOEA/D y otro algoritmo de la literatura para ver cuál tiene mejores resultados, o evaluar el algoritmo con diferentes parámetros para evaluar su comportamiento. También se plantea como trabajo a futuro:

- Utilizar otras herramientas de optimización multiobjetivo
- Aumentar la experimentación para descubrir la robustez o sensibilidad del algoritmo con respecto a diferentes configuraciones de problema (número de atributos) y esfuerzo del decisor (tamaño del núcleo de referencia).

BIBLIOGRAFÍA

Almeida, A. T. (2005). Multicriteria Modelling of Repair Contract Based on Utility and ELECTRE I Method with Dependability and Service Quality Criteria. *Annals of Operations Research*, *138*(1), 113–126. https://doi.org/10.1007/s10479-005-2448-z

Coello, C. A., & Toscano Pulido, G. (2001). A Micro-Genetic Algorithm for Multiobjective Optimization. *Lecture Notes in Computer Science*, 126–140. https://doi.org/10.1007/3-540-44719-9_9

Coello, C. C., Lamont, G. B., & Veldhuizen, D. V. A. (2007). *Evolutionary Algorithms for Solving Multi-Objective Problems (Genetic and Evolutionary Computation) (English Edition)* (2.a ed.). Springer.

Corne, David & Jerram, N. & Knowles, Joshua & Oates, Martin. (2001). PESA-II: Region-based selection in evolutionary multiobjective optimization. Proc. 6th Int. Conf. Pparallel Prob. Solving from Nature PPSN-VI.

Corne, D. W., Knowles, J. D., & Oates, M. J. (2000). The Pareto Envelope-Based Selection Algorithm for Multiobjective Optimization. *Parallel Problem Solving from Nature PPSN VI*, 839–848. https://doi.org/10.1007/3-540-45356-3_82

Cruz-Reyes, L., Fernandez, E., & Rangel-Valdez, N. (2017). A metaheuristic optimization-based indirect elicitation of preference parameters for solving many-objective problems. *International Journal of Computational Intelligence Systems*, *10*(1), 56. https://doi.org/10.2991/ijcis.2017.10.1.5

Darwin, C. (1859). The origin of species by means of natural selection.

Das, I., & Dennis, J. E. (1998). Normal-Boundary Intersection: A New Method for Generating the Pareto Surface in Nonlinear Multicriteria Optimization Problems. *SIAM Journal on Optimization*, *8*(3), 631–657. https://doi.org/10.1137/s1052623496307510

Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S., & Meyarivan, T. (2002). A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, *6*(2), 182–197. https://doi.org/10.1109/4235.996017

Doumpos, M., & Zopounidis, C. (2006). *Multicriteria Decision Aid Classification Methods*. Springer Publishing.

Doumpos, M., Marinakis, Y., Marinaki, M., & Zopounidis, C. (2009). An evolutionary approach to construction of outranking models for multicriteria classification: The case of the

ELECTRE TRI method. *European Journal of Operational Research*, *199*(2), 496–505. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2008.11.035

Doumpos, M., & Zopounidis, C. (2019). Preference Disaggregation for Multicriteria Decision Aiding: An Overview and Perspectives. *Multiple Criteria Decision Making*, 115–130. https://doi.org/10.1007/978-3-030-11482-4_4

Farias, L. R. C., Braga, P. H. M., Bassani, H. F., & Araújo, A. F. R. (2018). MOEA/D with uniformly randomly adaptive weights. *Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference*. https://doi.org/10.1145/3205455.3205648

Fernandez, E., Navarro, J., Solares, E., & Coello Coello, C. (2020). Using evolutionary computation to infer the decision maker's preference model in presence of imperfect knowledge: A case study in portfolio optimization. *Swarm and Evolutionary Computation*, *54*, 100648. https://doi.org/10.1016/j.swevo.2020.100648

Fernández, E., Figueira, J. R., & Navarro, J. (2019). An indirect elicitation method for the parameters of the ELECTRE TRI-nB model using genetic algorithms. *Applied Soft Computing*, *77*, 723–733. https://doi.org/10.1016/j.asoc.2019.01.050

Fernandez, E., Gaxiola, O., Navarro, J. (2018): "Un nuevo enfoque para resolver el problema de clasificación ordinal con restricciones al número de objetos en las categorías", Revista Investigación Operacional. Forthcoming Paper #90B50-18-08.

Fernandez, E., Navarro, J., & Mazcorro, G. (2012). Evolutionary multi-objective optimization for inferring outranking model's parameters under scarce reference information and effects of reinforced preference. *Foundations of Computing and Decision Sciences*, *37*(3), 163–197. https://doi.org/10.2478/v10209-011-0010-0

Fernandez, E., Navarro, J., & Bernal, S. (2009). Multicriteria sorting using a valued indifference relation under a preference disaggregation paradigm. *European Journal of Operational Research*, *198*(2), 602–609. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2008.09.020

Figueira J.R., Mousseau V., Roy B. (2016). "ELECTRE Methods". In: Greco S., Ehrgott M., Figueira J. (eds) Multiple Criteria Decision Analysis. International Series in Operations Research & Management Science, vol 233. Pp 155-185. Springer, New York, NY.

Figueira, J. R., Greco, S., Roy, B., & Słowiński, R. (2010). ELECTRE Methods: Main Features and Recent Developments. *Applied Optimization*, 51–89. https://doi.org/10.1007/978-3-540-92828-7_3

FIGUEIRA, J., MOUSSEAU, V., & ROY, B. (2005): ELECTRE Methods. Multiple Criteria

Decision Analysis: State of the Art Surveys, Springer Science + Bussiness Media (pp. 133-154). New York: Greco y Erghott (eds.).

French, S. (1988). Decision theory: an introduction to the mathematics of rationality. Halsted Press, USA.

Fritsche, G., Strickler, A., Pozo, A., & Santana, R. (2015). Capturing Relationships in Multi-objective Optimization. *2015 Brazilian Conference on Intelligent Systems (BRACIS)*. https://doi.org/10.1109/bracis.2015.25

Fleming, P., & Fonseca, C. (1993). Genetic Algorithms in Control Systems Engineering. *IFAC Proceedings Volumes*, *26*(2), 605–612. https://doi.org/10.1016/s1474-6670(17)49015-x

HAJELA, P., & LIN, C. Y. (1991). Genetic search strategies in multicriterion optimal design. *32nd Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*. https://doi.org/10.2514/6.1991-1040

Holland, J. H. (1992). *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. Amsterdam University Press.

Horn, J., Nafpliotis, N., & Goldberg, D. (1994). A niched Pareto genetic algorithm for multiobjective optimization. *Proceedings of the First IEEE Conference on Evolutionary Computation. IEEE World Congress on Computational Intelligence*. https://doi.org/10.1109/icec.1994.350037

Li, H., Deb, K., Zhang, Q., Suganthan, P., & Chen, L. (2019). Comparison between MOEA/D and NSGA-III on a set of novel many and multi-objective benchmark problems with challenging difficulties. *Swarm and Evolutionary Computation*, *46*, 104–117. https://doi.org/10.1016/j.swevo.2019.02.003

Knowles, J. D., & Corne, D. W. (2000). Approximating the Nondominated Front Using the Pareto Archived Evolution Strategy. *Evolutionary Computation*, *8*(2), 149–172. https://doi.org/10.1162/106365600568167

Haiming Lu, & Yen, G. (2003). Rank-density-based multiobjective genetic algorithm and benchmark test function study. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, *7*(4), 325–343. https://doi.org/10.1109/tevc.2003.812220

Mirjalili, S. (2018). *Evolutionary Algorithms and Neural Networks: Theory and Applications (Studies in Computational Intelligence Book 780) (English Edition)* (1st ed. 2019 ed.). Springer.

Murata, T., & Ishibuchi, H. (1995). MOGA: multi-objective genetic algorithms. *Proceedings of 1995 IEEE International Conference on Evolutionary Computation*. https://doi.org/10.1109/icec.1995.489161

Ngatchou, P. & Zarei, Anahita & El-Sharkawi, A.. (2005). Pareto Multi Objective Optimization. Proceedings of the 13th International Conference on Intelligent Systems Application to Power Systems, ISAP'05. 2005. 84- 91. 10.1109/ISAP.2005.1599245.

Picos Ponce, J. C. (2017) Modelado lógico de relaciones de preferencia básicas a partir de argumentos [Tesis doctoral]. Universidad Autónoma de Sinaloa.

ROY, B. (1993). Decision science or decision-aid science?. European journal of operational research, 66(2), 184-203.

Roy, B. The outranking approach and the foundations of electre methods. *Theor Decis* 31, 49–73 (1991). https://doi.org/10.1007/BF00134132

Roy, B. (1985). "Méthodologie Multicritère D'aide à la Décision". En Economica. Paris.

Roy, B., (1996). Multicriteria Methodology for Decision Aiding. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.

Sarker, R., Liang, K. H., & Newton, C. (2002). A new multiobjective evolutionary algorithm. *European Journal of Operational Research*, *140*(1), 12–23. https://doi.org/10.1016/s0377-2217(01)00190-4

Schaffer, J.. (1984). Multiple Objective Optimization with Vector Evaluated Genetic Algorithms. Proceedings of the 1st International Conference on Genetic Algorithms. 1.

Wang, T. (2019). The Information Security Risk Assessment Model Based on Improved Electre Method. *Proceedings of the 2019 7th International Conference on Information Technology: IoT and Smart City*. https://doi.org/10.1145/3377170.3377181

Zhang, Q. & Hui Li. (2007). MOEA/D: A Multiobjective Evolutionary Algorithm Based on Decomposition. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, *11*(6), 712–731. https://doi.org/10.1109/tevc.2007.892759

Zhang, Q., Liu, W., & Li, H. (2009). The performance of a new version of MOEA/D on CEC09 unconstrained MOP test instances. *2009 IEEE Congress on Evolutionary Computation*. https://doi.org/10.1109/cec.2009.4982949

Yang, Xin-She. (2010). Nature-Inspired Metaheuristic Algorithms.

Zhang, J., Tang, Q., Li, P., Deng, D., & Chen, Y. (2016). A modified MOEA/D approach to the solution of multi-objective optimal power flow problem. *Applied Soft Computing*, *47*, 494–514. https://doi.org/10.1016/j.asoc.2016.06.022

Zitzler, E., & Thiele, L. (1999). Multiobjective evolutionary algorithms: a comparative case study and the strength Pareto approach. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, *3*(4), 257–271. https://doi.org/10.1109/4235.797969

Zitzler, Eckart & Laumanns, Marco & Thiele, Lothar. (2001). SPEA2: Improving the Strength Pareto Evolutionary Algorithm for Multiobjective Optimization. SPEA2: Improving the Strength Pareto Evolutionary Algorithm for Multiobjective Optimization. 3242.